UNIVERSITE DE NANTES

FACULTE DES SCIENCES ET DES TECHNIQUES

ECOLE DOCTORALE

Mécanique, Thermique et Génie Civil

Année 2007

Etude du phénomène de galop des câbles inclinés secs appliquée aux haubans de pont

Application au Pont de l'Iroise

THESE DE DOCTORAT

Discipline : Mécanique, Génie Civil

Spécialité : Effets du vent sur les structures

Présentée
et soutenue publiquement par

Olivier BOUJARD

Devant le jury ci-dessous

Président : M. Louis Jézéquel

Rapporteurs : M. Christian Crémona
M. Claude-Henri Lamarque

Examinateurs : M. Yves Gervais
M. Gérard Grillaud
M. Anh Le Van
M. Michel Virlogeux

Directeur de thèse : M. Christian Wielgosz

Résumé

Mots-clés : *hauban, vent, vibration, instabilité, galop, trafic, soufflerie*

La vibration des haubans est le problème aérodynamique le plus fréquent sur les ponts à haubans modernes. Ce doctorat est destiné à expliquer le phénomène de galop des câbles inclinés secs en vue de son contrôle.

Le phénomène est d'abord identifié sur le Pont de l'Iroise, instrumenté par le CSTB, et le comportement dynamique des haubans est caractérisé. Cette étape permet d'identifier les conditions de vent associées au phénomène.

Des mesures de pression sur une maquette statique sont ensuite réalisées en soufflerie. Elles permettent d'identifier des variations importantes des coefficients aérodynamiques en fonction du nombre de Reynolds dans le régime d'écoulement dit «critique».

Un modèle mathématique à deux degrés de liberté est développé dans le cadre d'une approche quasi-stationnaire. L'intégration des données expérimentales dans le modèle et l'étude de la stabilité du système dynamique résultant permet d'identifier deux zones d'instabilité en début et en fin de régime critique, associées à des crises simultanées de traînée et de portance en fonction du nombre de Reynolds.

Une évaluation de l'influence du galop sec sur les phénomènes d'interaction avec la structure sollicitée par le vent et le trafic est également développée. Sur la base d'une analyse temps-fréquence des signaux issus du monitoring du Pont de l'Iroise, des scénarios d'interaction (résonances par combinaison, excitation paramétrique) sont proposés et modélisés. L'étude analytique de ces modèles permet d'évaluer l'influence d'une diminution de l'amortissement effectif, consécutive au phénomène de galop sec, sur la dynamique du hauban. Les résultats permettent d'interpréter les observations réalisées sur site.

Abstract

Keywords: *stay-cable, wind, vibration, instability, galloping, traffic, wind-tunnel*

Stay-cables vibration is the most common aerodynamic problem on modern cable-stayed bridges. The aim of this PhD thesis is to give an explanation of the dry inclined cable galloping phenomenon, with a view to the development of adapted mitigation devices.

The phenomenon is identified on the Iroise Bridge, monitored by the CSTB, and the dynamics of the stays is characterized. This first step gives the opportunity to point out the wind conditions of occurrence of the oscillations.

Pressure measurements on a static model are then performed in wind-tunnel. They highlight steep variations of the aerodynamic coefficients with Reynolds number in the so-called "critical" regime.

A two degrees of freedom mathematical model is developed, based on the quasi-steady theory. The integration of the data in the model and the stability analysis of the subsequent dynamic system reveal two instability regions at the beginning and at the end of the critical regime, linked to simultaneous drag and lift crisis with Reynolds number.

An evaluation of the influence of the dry inclined cable galloping on interactions with the structure, excited by wind and traffic, is also studied. Based on the time-frequency analysis of the data from the Iroise Bridge monitoring, several models of interaction (resonance by combination, parametric excitation) are proposed. The analytical study of the dynamic systems enables to evaluate the effect of a decrease of the effective damping, induced by the dry galloping, on the dynamics of the stays. The results lead to an interpretation of the full-scale observed behaviour of the stays.

Sommaire

Introduction

Ces 30 dernières années ont été marquées par la construction de ponts de portées toujours plus grandes. Les contraintes économiques, ainsi que le souci des architectes d'intégrer ces ouvrages dans leur environnement, se sont traduits par la conception de structures de plus en plus légères, donc potentiellement sensibles aux sollicitations induites par le vent. Dans ce contexte, le comportement au vent des ponts est devenu un enjeu majeur pour les ingénieurs. Notamment, les ponts à haubans doivent faire l'objet d'une attention particulière.
En effet sur ces ouvrages, la mise en vibration des haubans, qui contrairement aux câbles de précontrainte sont exposés directement aux sollicitations climatiques (vent, pluie, neige, glace), constitue aujourd'hui le problème aérodynamique le plus fréquent.

La sensibilité particulière de ces éléments de structure s'explique d'une part par leur très faible amortissement intrinsèque, consécutif à leur forte tension, et d'autre part par l'occurrence, pour des vitesses de vent usuelles, de phénomènes aérodynamiques complexes, caractéristiques des écoulements autour des cylindres à section circulaire. Si les vibrations induites par ces phénomènes conduisent rarement à un risque de destruction de l'ouvrage, elles constituent un facteur d'inconfort et d'insécurité pour l'usager et peuvent surtout, si elles ne sont pas maîtrisées, endommager les haubans par fatigue (allant parfois jusqu'à la rupture du câble, comme par exemple dans le cas du Pont de Saint-Nazaire en France ou de Zarate Brazo Largo en Argentine). Les recherches portant sur l'aérodynamique des haubans de pont sont donc destinées à identifier et expliquer les phénomènes à l'origine des vibrations, pour permettre la définition de moyens de contrôle adaptés.

a)

b)

Figure 1. Vibrations de grande amplitude d'un hauban de pont [Matsumoto et al. 2005 a]

Dans la bibliographie relative à la mise en vibration des haubans par le vent, il convient alors de distinguer la mise en vibration indirecte des câbles de haubanage par le vent, par l'intermédiaire des mouvements du tablier ou des pylônes du pont, de celles dues aux phénomènes associés à l'aérodynamique des câbles proprement dit.

Kovacs [1982] est le premier à avoir mis en évidence l'instabilité dite paramétrique des haubans de pont sollicités par les mouvements du tablier ou du pylône. Ce phénomène, qui intervient lorsque les ancrages du hauban oscillent à une fréquence égale ou deux fois supérieure à une des fréquences propres du câble, a en particulier été signalé par Pinto da Costa et al. [1994 b] sur le Pont Guadiana au Portugal. Différentes études théoriques du phénomène ont par la suite été consacrées à la définition des gammes de fréquence de vibration de la structure correspondant aux mouvements de grande amplitude d'un hauban, et à l'évaluation de l'amplitude des solutions stables dans le cas d'un modèle non linéaire de hauban de pont [Fujino et al. 1993 ; Lilien & Pinto Da Costa 1994 ; Clément & Crémona 1996]. Lilien & Pinto Da Costa [1994] ont en particulier montré que les vibrations pouvaient atteindre des amplitudes importantes (supérieures au mètre) indépendamment de l'amortissement structurel du hauban. Ces études ont donc mis en évidence que l'utilisation d'aiguilles, destinées à modifier les fréquences propres des haubans, était le moyen le plus efficace pour contrôler ces vibrations.

Hikami & Shiraishi [1988] ont par ailleurs signalé au Japon plusieurs cas de vibrations pour des vents modérés en présence de pluie. Depuis, le même phénomène a pu être observé sur plusieurs ouvrages à travers le monde, tels que le Faroe Bridge [Langsoe & Larsen 1987], le Aratsu Bridge [Yoshimura et al. 1988] ou le Erasmus Bridge [Geurts et al. 1998]. La caractérisation du phénomène pluie-vent sur le site du Fred Hartman Bridge aux Etats-Unis [Main et al. 2001] a alors permis d'identifier les gammes de vitesses et de directions de vent associées à l'apparition du phénomène. Les études en soufflerie [Hikami & Shiraishi 1988 ; Flamand 1993, 1994 ; Matsumoto et al. 1990, 1994, 1998] ont quant à elles mis en évidence le rôle principal joué par le filet d'eau formé sur la partie supérieure du hauban dans la mise en vibration par temps de pluie. Ces études ont conduit à la conception de gaines de haubanage à même de désorganiser le filet d'eau et donc de contrôler le phénomène pluie-vent (c'est le cas en particulier des gaines à hélices mises au point au CSTB au moment de la construction du Pont de Normandie [Flamand 1993, 1994]).

L'ensemble de ces études a donc permis d'identifier et d'expliquer les phénomènes d'excitation paramétrique et pluie-vent responsables de la majorité des vibrations de grande amplitude des haubans de pont, et de définir des moyens de contrôle adaptés. Un troisième phénomène, appelé galop des câbles inclinés secs (ou galop sec), à l'origine d'un comportement divergent des câbles inclinés et orientés par rapport au vent en l'absence de pluie, a également été identifié en soufflerie [Saito et al. 1994 ; Miyata et al. 1994 ; Honda et al. 1995 ; Cheng et al. 2003 a]. Sur la base de mesures de pression sur un modèle statique de hauban [Cheng et al. 2003 a-b] et de modèles fondés sur l'hypothèse quasi-stationnaire [Carassale et al. 2005 a-b; Macdonald & Larose 2005, 2006], qui consiste à supposer que les forces agissant à chaque instant sur le hauban en mouvement correspondent à celles mesurées sur le modèle statique dans la configuration équivalente, cette instabilité a été attribuée à un galop de Den Hartog généralisé. Ce phénomène est lié aux variations du coefficient de portance en fonction de l'angle d'attaque du vent et est responsable, en particulier, de l'instabilité des lignes haute tension en présence de glace [Simiu & Scanlan 1996]. Toutefois, les haubans de pont, dont la section est symétrique par rapport à la direction du vent incident, ne devraient a priori pas être soumis à une telle instabilité. Virlogeux [1998] avance alors l'hypothèse suivant laquelle le phénomène reposerait sur le fait que la section « vue » par le vent d'un câble incliné et orienté par l'écoulement est non pas circulaire mais elliptique. Matsumoto et al. [1990, 2005 a] attribuent quant à eux les vibrations des câbles inclinés secs à la formation d'un écoulement axial dans le proche sillage du câble. Enfin les essais en soufflerie [Miyata et al. 1994 ; Honda et al. 1995 ; Cheng et al. 2003 a] montrent que le phénomène se manifeste dans le régime d'écoulement dit « critique », caractéristique de l'aérodynamique des cylindres à section circulaire. Macdonald & Larose [2006] soulignent le fait que les seules variations significatives des coefficients aérodynamiques des cylindres à section circulaire se manifestent en effet dans ce régime d'écoulement.

Ce doctorat se propose donc de contribuer à la compréhension des mécanismes complexes intervenant dans l'écoulement autour d'un cylindre incliné et orienté par rapport au vent dans le régime critique. Il s'agit en particulier de déterminer si ces spécificités de l'aérodynamique des cylindres peuvent conduire à la mise en vibration des haubans de pont.

Par ailleurs à notre connaissance, un seul cas de vibration de grande amplitude (1.5 mètres) semble avoir été attribué au phénomène de galop sec [Matsumoto et al. 2005 a], bien que d'autres vibrations en l'absence de pluie aient déjà été recensées [Zuo & Jones 2005] Une confrontation des observations du phénomène de galop des câbles inclinés secs en soufflerie avec les caractéristiques du phénomène sur site reste donc à réaliser.

Dans ce contexte, le suivi des mesures en continu du monitoring des haubans du Pont de l'Iroise près de Brest, instrumenté par le CSTB en 2004, et la mise en évidence de vibrations dans des gammes restreintes de vitesses et de directions de vent indépendamment de la présence de pluie, sont l'occasion de donner une nouvelle orientation aux recherches menées sur le galop sec. Comme cela a été fait pour le phénomène pluie-vent dans les premiers travaux de Hikami & Shiraishi [1988], la démarche adoptée au cours de ce doctorat est d'orienter l'étude à partir des observations et des mesures réalisées sur un ouvrage réel.

Le deuxième objectif de cette thèse est d'envisager l'influence conjointe des effets directs du vent et du mouvement de la structure globale sur le comportement local des haubans de pont, dans le but notamment d'expliquer les vibrations observées sur le Pont de l'Iroise. Jusqu'à présent, les études portant sur les phénomènes à l'origine de la mise en vibration des haubans sont en effet pour la plupart consacrées à un seul type de sollicitation. Ce type d'approche permet d'expliquer certains phénomènes, mais n'est cependant pas totalement adapté à la modélisation du comportement réel des haubans sur site, qui sont généralement soumis à différentes sollicitations extérieures. En particulier, lors d'un épisode de vent et en présence de trafic sur le pont, un hauban est potentiellement soumis aux effets directs du vent sur le pont, mais également aux excitations induites par les mouvements du tablier et des pylônes.

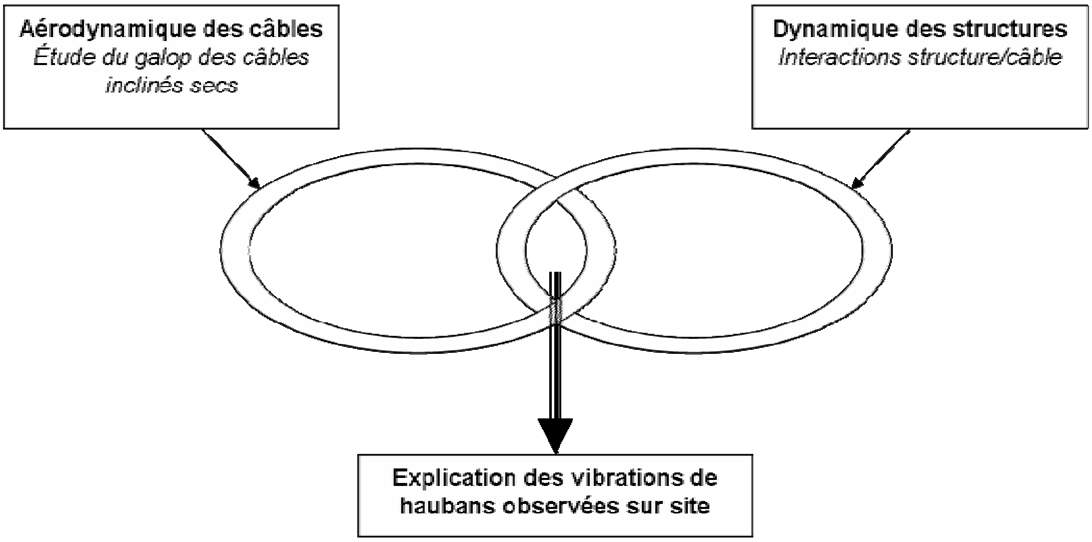


Figure 2. Schématisation des axes de recherche développés au cours de ce doctorat.

La démarche consiste dans un premier temps en un état de l'art détaillé du comportement dynamique des haubans de pont et des différents phénomènes, associés aux interactions structure-câble (Chapitre 1) ou aux effets directs du vent (Chapitre 2), responsables de leur mise en vibration. Les différents concepts issus de la bibliographie sont alors illustrés par l'exemple du Pont de l'Iroise. Cette étape s'inscrit dans le diagnostic relatif à l'identification des phénomènes potentiellement responsables de la mise en vibration des haubans de l'ouvrage étudié.

Après une présentation de la structure du Pont de l'Iroise, de son environnement et de l'instrumentation mise en place par le CSTB, ainsi que des moyens scientifiques utilisés au cours de ce doctorat (Chapitre 3), il s'agit ensuite de caractériser les vibrations des haubans sur site. A partir des mesures réalisées pendant 3 ans sur l'ouvrage, cette caractérisation vise à définir les conditions de vent et de trafic associées aux épisodes de vibration et à identifier le comportement dynamique des haubans. Une confrontation de ces mesures sur site avec les caractéristiques des différents phénomènes répertoriés dans la bibliographie est alors conduite pour définir les axes de recherche à approfondir afin d'expliquer les vibrations observées (Chapitre 4). Ce travail met en évidence la nécessité de confronter les mesures de vibrations des haubans du Pont de l'Iroise avec une analyse de l'écoulement autour d'un cylindre en soufflerie, pour déterminer l'origine du phénomène.

L'étude consiste alors à déterminer en soufflerie les spécificités de l'écoulement autour d'un hauban dans les conditions de vent relevées sur site. Il s'agit plus particulièrement de caractériser les forces aérodynamiques agissant sur le hauban dans les directions de vent associées aux vibrations, dans le régime d'écoulement dit "critique". L'un des objectifs est de contribuer à la compréhension de l'influence sur le comportement des haubans de la sensibilité des coefficients aérodynamiques aux variations du nombre de Reynolds (R_e) dans ce régime d'écoulement. Pour cela, des mesures de pression sur la circonférence d'un modèle statique de hauban à l'échelle 1 sont réalisées dans le régime critique pour différentes directions de vent et pour un grand nombre de valeurs de R_e. L'intensité et les variations des forces aérodynamiques en fonction du nombre de Reynolds et de la direction du vent sont ainsi évaluées, afin de mettre en évidence les spécificités de l'écoulement dans les conditions climatiques associées aux vibrations sur site (Chapitre 5).

Pour interpréter l'influence de l'écoulement caractérisé en soufflerie sur l'instabilité des haubans de pont, un modèle mathématique intégrant les données issues des mesures de pression est développé dans le cadre de la théorie quasi-stationnaire. Cette modélisation a pour objectif de définir les gammes de vitesses et de directions de vent associées à l'instabilité du hauban d'un point de vue théorique, et de les confronter aux observations in situ. L'idée est également de déterminer la nature du phénomène en identifiant, dans le régime critique, les propriétés des forces aérodynamiques à l'origine de la mise en vibration. Cette étape doit permettre de dégager des pistes pour le développement de moyens de contrôle des vibrations (Chapitre 6).

Les résultats de cette confrontation entre les mesures sur site, les mesures de pression et la modélisation ont fait l'objet de deux publications dans les actes des conférences « 12th International Conference on Wind Engineering » (ICWE 12) et « Experimental Vibration Analysis for Civil Engineering Structures » (EVACES'07).
Toutefois à ce stade, l'analyse des mesures en soufflerie ne permet pas d'expliquer l'ensemble des caractéristiques du comportement dynamique des haubans identifiées sur l'ouvrage, comme par exemple la sensibilité particulière de certains câbles. C'est à ce niveau qu'intervient le 2ème axe de recherche abordé au cours de ce doctorat, portant sur l'étude du comportement des haubans de pont soumis simultanément aux phénomènes de galop sec et aux interactions avec les mouvements de la structure.

Le travail consiste alors à expliquer la mise en vibration des haubans de pont sous l'action conjointe du mouvement des ancrages et du phénomène de galop des câbles inclinés sec dans le cas du Pont de l'Iroise. Pour ce faire, des scénarios d'interactions non linéaires entre le hauban et la structure globale soumise au vent et au trafic sont proposés, sur la base d'une analyse temps-fréquence des mesures issues du monitoring. Ces scénarios de résonance sont ensuite modélisés. L'étude analytique des modèles non linéaires par la méthode des échelles multiples permet alors d'évaluer l'influence sur ces résonances d'une diminution de l'amortissement effectif des câbles, engendrée par le phénomène de galop sec. L'idée est finalement de confronter les résultats de ces modélisations avec les mesures in situ, pour évaluer la pertinence de l'interprétation des vibrations des haubans du Pont de l'Iroise (Chapitre 7).

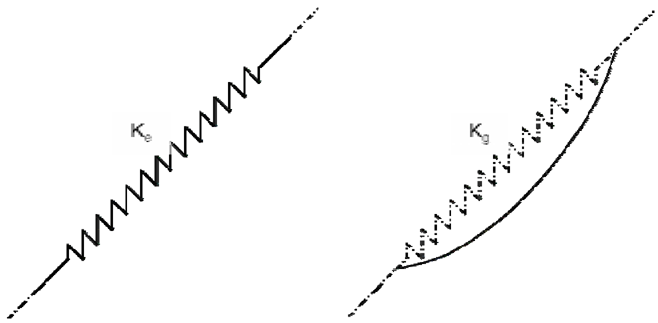
Les étapes de modélisation ont fait l'objet de deux publications dans les actes des conférences « 5th International Conference of Multibody Systems, Nonlinear Dynamics, and Control» et EVACES'07.

Chapitre 1 : Dynamique des haubans de pont et interactions structure-câble

La mise en mouvement des haubans de pont par le vent est conditionnée à la fois par les propriétés aérodynamiques et par les caractéristiques mécaniques des câbles. Aussi, avant que soient abordés au Chapitre 2 l'aérodynamique des cylindres et les phénomènes associés à l'origine de la mise en mouvement des haubans de pont, le présent chapitre expose les principales caractéristiques mécaniques des câbles de haubanage ayant une influence sur leur dynamique. Il s'agit en particulier d'introduire les équations générales du mouvement d'un hauban, qui serviront pour la modélisation des phénomènes vibratoires tout au long de ce mémoire.
Le comportement statique des haubans de pont est tout d'abord évoqué dans la première partie de ce chapitre. Puis, les modes propres de vibration et les équations de la dynamique sont introduits sur la base des hypothèses d'un modèle d'Irvine [Irvine 1981].
Bien que ce doctorat soit principalement consacré à l'étude du phénomène de galop des câbles inclinés secs, l'un des objectifs est d'aborder la question de la vibration des haubans comme partie intégrante de la dynamique globale du pont. Dans ce contexte, les parties 3 et 4 de ce chapitre présentent les interactions possibles entre la structure et les haubans. Le phénomène d'excitation paramétrique, qui constitue un cas de mise en vibration indirecte des haubans par le vent ou le trafic est en particulier introduit. Les résultats présentés dans ce chapitre serviront donc de base au diagnostic réalisé au Chapitre 4, destiné à identifier le ou les phénomènes à l'origine de la mise en vibration des haubans du Pont de l'Iroise.
Au cours de ce chapitre, les principaux concepts issus de la bibliographie sont illustrés par des applications numériques réalisées à partir des caractéristiques des haubans du Pont de l'Iroise.

1. Statique des haubans de pont

Dans cette partie, il s'agit d'introduire les principales caractéristiques du comportement statique des haubans de pont. Les paramètres mécaniques et les hypothèses intervenant dans l'écriture du modèle proposé dans la suite sont ainsi présentés.
Les haubans se comportent comme des câbles élastiques pesants présentant une rigidité en flexion négligeable par rapport à celle de la structure. Leur fonctionnement tient à la fois du ressort (allongement élastique) et de la chaînette classique (effets de grands déplacements), comme schématisé sur la Figure 3 [Setra 2001].



a) Ressort b) Chaînette

Figure 3. Deux aspects du comportement d'un hauban : comportement élastique (a) et géométrique (b).

Ainsi, lorsqu'il est soumis à une variation ΔT de sa tension suivant la corde, un hauban s'allonge, d'une part du fait de l'élasticité de son matériau constitutif, et d'autre part, du fait de la variation de sa géométrie. Tout se passe comme si l'on plaçait en série deux ressorts de raideurs K_e, correspondant au comportement élastique, et K_g, correspondant aux effets de grands déplacements (Fig. 3a-b). Les paragraphes suivants visent donc à exprimer les raideurs K_e et K_g en fonction des paramètres mécaniques du hauban.

1.1. Comportement élastique

Il s'agit tout d'abord de modéliser le comportement élastique d'un câble de haubanage.

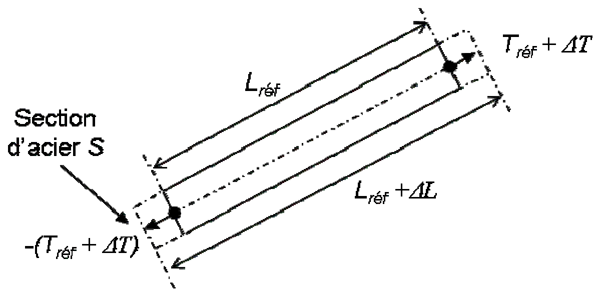


Figure 4. Allongement élastique d'un hauban.

En première approximation, un hauban peut être considéré comme un élément élastique rectiligne non pesant présentant une rigidité nulle en flexion. Avec ces hypothèses, la tension T du câble est colinéaire au segment joignant les deux ancrages et son intensité est constante le long du hauban. Dans ce contexte le hauban a un comportement élastique linéaire (Fig. 4) et se comporte comme un ressort de raideur :

$$K_e = \frac{\Delta T}{\Delta L} = \frac{ES}{L_{réf}} \quad \text{Équation 1}$$

où : - ES est la rigidité axiale du hauban (produit du module d'Young E et de la section résistante S)

- $L_{réf}$ est la longueur du câble dans l'état de référence
- $T_{réf}$ est la tension dans le hauban dans l'état de référence.

La section résistante correspond à la section des armatures en acier constituant le hauban. Cette section peut varier fortement selon le type de technologie de haubanage employée et le nombre d'armatures. Dans le cas de haubans constitués de multi-torons parallèles (MTP) T15,7, la section résistante varie entre 5 550 mm² pour 37 torons et 9 150 mm² pour 61 torons (cas des haubans les plus longs du Pont de l'Iroise). La Figure 5 présente la répartition des aciers dans une section de hauban MTP. De même le module d'Young E correspond au module d'élasticité du faisceau de torons ou de fils en acier et est généralement compris entre 190 et 200 GPa (190 GPa dans le cas de multi-torons parallèles) [Setra 2001].

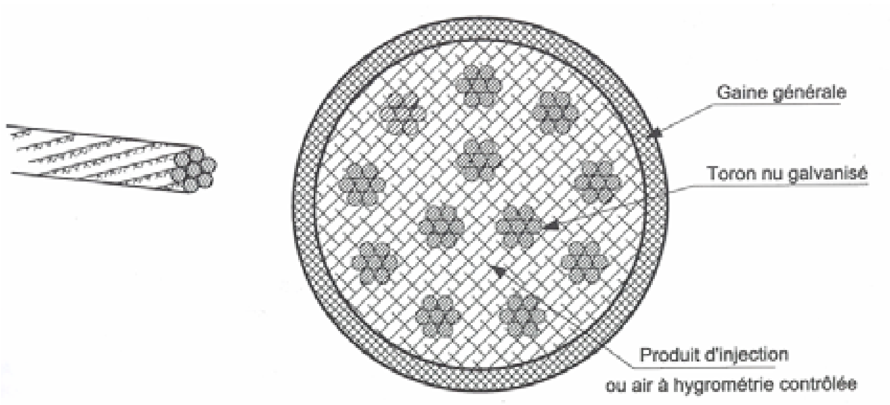


Figure 5. Section d'un hauban multi-torons parallèles (cas de 12 torons).

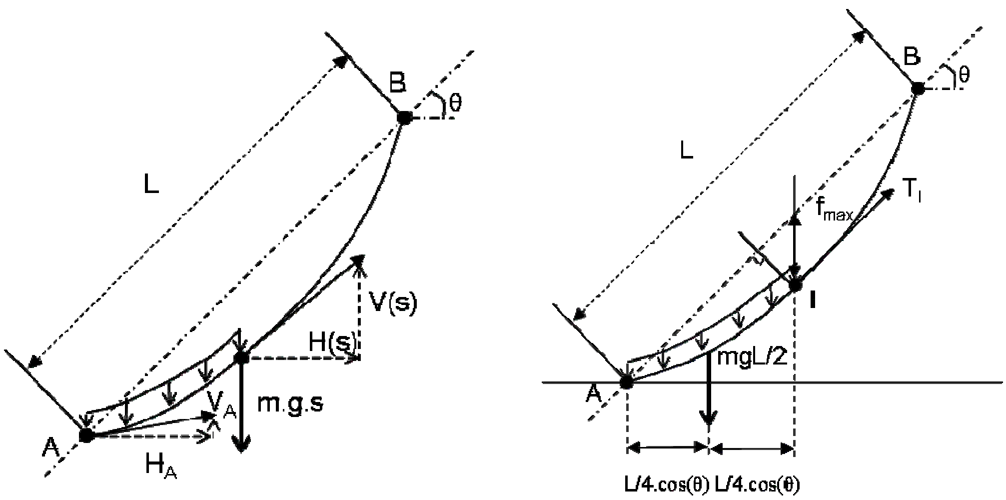
1.2. Influence du poids propre sur le comportement des haubans de pont

Les paragraphes suivants sont consacrés à la détermination du profil statique et à l'expression de la raideur K_g du hauban, relative à son comportement de chaînette.

1.2.1. Expression de la flèche maximale

Pour décrire correctement le comportement du hauban, il s'agit de tenir compte des effets de son poids propre, qui conduisent à des différences par rapport au modèle linéaire précédent. Ainsi :

- la tension T n'est plus constante le long du hauban,
- les efforts aux ancrages ne sont plus dirigés selon la corde AB,
- le profil du hauban se situe entièrement sous la corde, avec une flèche f, et sa longueur en place L^* est plus grande que la corde L,
- le déplacement des ancrages produit à la fois une déformation élastique du câble et une modification de la géométrie du profil avec variation de la flèche.



a) b)

Figure 6. Définition des forces exercées sur le hauban (a) et de la flèche maximale (b).

Comme le hauban est supposé parfaitement flexible, les efforts internes dans la section d'abscisse curviligne s se réduisent à une force T, tangente en s au profil. Par ailleurs la pesanteur est une action verticale. En l'absence de chargement latéral (absence de vent), la composante horizontale de T, notée H, reste donc constante tout le long du profil, tandis que la composante verticale V varie avec s. Les équations d'équilibre dans les deux directions du tronçon de câble d'origine A et de longueur s donnent alors (Fig. 6a) :

$$\begin{aligned} H(s) &= H_A = H \\ V(s) &= V_A + m.g.s \end{aligned} \qquad \text{Équation 2}$$

où m est la masse linéique du hauban, supposée constante, et g la gravité.

Au point I du profil de flèche maximale, la dérivée de f(s), flèche verticale maximale, s'annule et le vecteur unitaire t_I tangent en I au profil est alors parallèle à la corde AB (Fig.6b). La position du point I sur le profil contrôle la répartition du poids du hauban entre les deux ancrages. Si le hauban est suffisamment tendu, le point I se situe approximativement au milieu du hauban et l'on peut donc admettre que chacun des ancrages reprend mgL/2 avec L la longueur du hauban, assimilée à celle de la corde pour un hauban de petite flèche. Cette hypothèse permet en particulier d'obtenir une approximation de la flèche verticale maximale, en écrivant l'équilibre en moment par rapport à A du tronçon IA :

$$T \times f_{\max}.\cos\theta = m.g.\frac{L}{2} \times \frac{L\cos\theta}{4} \qquad \text{Équation 3}$$

où T est la tension suivant la corde, que l'on suppose généralement constante le long du hauban, et θ l'angle entre la corde et l'horizontale (correspondant à l'inclinaison dans la suite de ce mémoire). Soit :

$$f_{\max} = \frac{mgL^2}{8T} \qquad \text{Équation 4}$$

A titre d'exemple, le hauban H3Q22 du Pont de l'Iroise, dont la dynamique sera présentée au Chapitre 4, présente une flèche verticale maximale de l'ordre de 55 cm (m = 79.6 kg/m, L = 172 m, T = 5.091 10^3 kN).
Cette expression de la flèche maximale est importante pour la détermination de la déformée statique du hauban et de la raideur K_g dans les paragraphes suivants.

1.2.2. Equations d'équilibre de la chaînette

Ce paragraphe introduit les équations générales d'équilibre de la chaînette. Ces équations serviront en particulier de base au paragraphe 2.2. pour la détermination des équations de la dynamique.

Le poids linéique du hauban est supposé uniforme, en négligeant les variations de section liées aux variations de tension (T dépend de s) le long du câble. Des expressions analytiques du profil d'une chaînette peuvent être obtenues à partir de l'écriture des équations d'équilibre d'un petit segment ds de câble [Irvine 1981] :

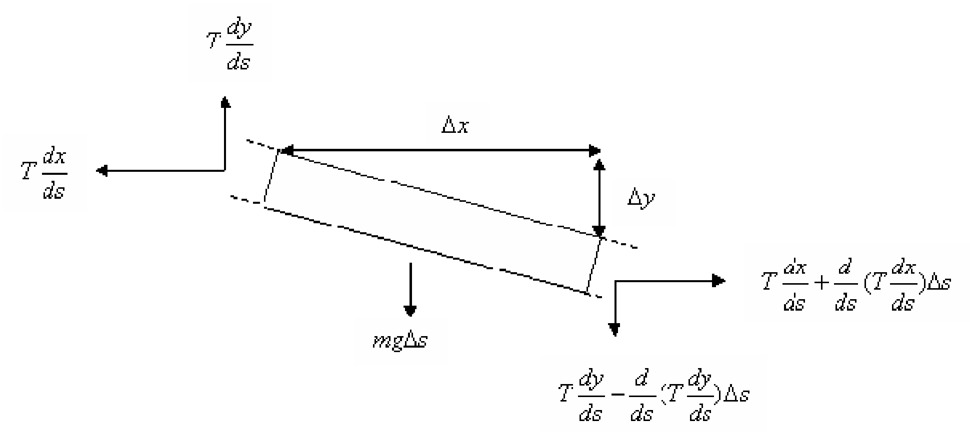


Figure 7. Equilibre des forces d'un élément de câble.

s est l'abscisse curviligne. $\frac{dy}{ds}$ représente le sinus de l'angle entre l'axe de l'élément de câble et l'horizontale. $\frac{dx}{ds}$ représente le cosinus de ce même angle.

Comme le montre la Figure 7, l'équilibre vertical impose alors que :

$$\frac{d}{ds}\left(T\frac{dy}{ds}\right)=-mg \qquad \text{Équation 5}$$

De même l'équilibre horizontal s'écrit :

$$\frac{d}{ds}\left(T\frac{dx}{ds}\right)=0 \qquad \text{Équation 6}$$

La composante horizontale de la tension $T\frac{dx}{ds}=H$ est constante le long de l'élément. L'équation 5 conduit donc à :

$$\frac{d}{ds}\left(H\frac{dy}{dx}\right)=-mg \Leftrightarrow \frac{d}{dx}\left(H\frac{dy}{dx}\right)=-mg\frac{ds}{dx} \Leftrightarrow H\frac{d^2y}{dx^2}=-mg\frac{ds}{dx} \qquad \text{Équation 7}$$

Et : $\left(\frac{dy}{ds}\right)^2+\left(\frac{dx}{ds}\right)^2=1$, soit :

$$\frac{ds}{dx}=\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \qquad \text{Équation 8}$$

Les équations 7 et 8 conduisent à l'équation générale de la déformée de la chaînette :

$$H\frac{d^2y}{dx^2} = -mg.\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \qquad \text{Équation 9}$$

1.2.3. Expression de la raideur K_g relative à la géométrie du hauban

A partir des expressions analytiques du modèle de la chaînette il s'agit d'étudier le cas limite d'un câble inextensible (dépourvu d'élasticité). L'objectif est donc de déterminer une expression analytique approchée (les équations de la chaînette ne permettant pas d'obtenir d'expression simple) de la longueur développée L^* (Fig. 8) de la chaînette en fonction de la flèche maximale.

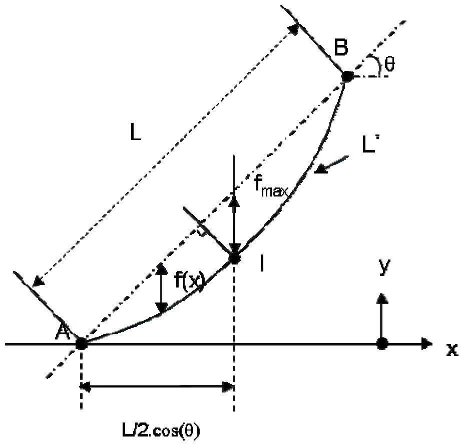


Figure 8. Définition de la développée.

L'équation 8 conduit à la relation suivante :

$$L^* = \int_0^{L\cos(\theta)} \sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx \qquad \text{Équation 10}$$

Or en tout point du câble d'abscisse x, la cote y s'exprime en fonction de la flèche verticale f(x) par (Fig. 8) :

$$y = \tan(\theta).x - f(x) \qquad \text{Équation 11}$$

Lorsque la flèche reste petite, L^* est alors donnée par un développement limité au deuxième ordre en f'(x) :

$$L^* \approx L + \frac{(L\cos(\theta))^3}{2L^3}\int_0^{L\cos(\theta)} [f'(x)]^2\,dx \qquad \text{Équation 12}$$

La fonction f vérifie par ailleurs f(0) = f(L.cos(θ)) = 0 et prend a priori son maximum au point I. Ainsi, en supposant que l'abscisse de I est proche de L.cos(θ)/2, la flèche f(x) peut être assimilée à un arc de parabole symétrique. Soit :

$$f(x) = \frac{4f_{\max}}{(L.\cos(\theta))^2}x(L.\cos(\theta)-x) \qquad \text{Équation 13}$$

Dans la suite, nous utiliserons cette expression pour la détermination de la déformée statique des haubans de pont, plutôt que la solution plus compliquée de l'équation 9.
Les équations 12 et 13, ainsi que l'expression de la flèche maximale de l'équation 4, conduisent alors à l'expression suivante de la longueur développée du hauban :

$$L^* = L + \frac{8(L\cos(\theta))^2 f_{\max}{}^2}{3L^3} = L + \frac{(mgL\cos(\theta))^2 L}{24T^2} \qquad \text{Équation 14}$$

Cette formule permet d'exprimer la variation de la corde d'un hauban inextensible (variation de la corde à variation de la développée L^* fixée) lors d'une variation marginale de sa tension de T_0 à T :

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{(mgL\cos(\theta))^2}{24}\left(\frac{1}{T_0^2}-\frac{1}{T^2}\right) \approx \frac{(mgL\cos(\theta))^2}{12}\frac{\Delta T}{T^3} \qquad \text{Équation 15}$$

si T reste voisine de T_0.

La raideur K_g relative à la géométrie du hauban vérifie donc :

$$K_g = \frac{\Delta T}{\Delta L} = \frac{12T^3}{(mgL\cos(\theta))^2 L} \qquad \text{Équation 16}$$

Les rigidités K_e et K_g, correspondant respectivement au comportement élastique et au comportement de chaînette du hauban, ayant été exprimées, il s'agit désormais d'introduire le module d'Young effectif et le paramètre d'Irvine du hauban, qui nous le verrons ont une influence importante sur le comportement vibratoire des câbles.

1.3. Définitions du module d'Young effectif et du paramètre d'Irvine d'un hauban

En écrivant que l'allongement total du hauban est la somme de l'allongement élastique et de l'allongement dû à son changement de géométrie, les équations 1 et 16 conduisent au résultat suivant [Setra 2001] :

$$\Delta L = \frac{\Delta T}{K_e} + \frac{\Delta T}{K_g} = \frac{L}{ES}\left[1 + \frac{ES}{12T}\left(\frac{mgL\cos(\theta)}{T}\right)^2\right]\Delta T = \frac{L}{E_d S}\Delta T \qquad \text{Équation 17}$$

Dans le cadre d'une analyse linéaire à l'aide d'un programme de structure, un hauban peut ainsi être modélisé, au voisinage d'une tension d'utilisation T donnée, par un élément élastique non pesant ayant la section du câble réel et un module d'élasticité égal au module d'Young effectif, ou dynamique, E_d défini par la relation :

$$E_d = \frac{E}{\left(1 + \frac{\lambda^2}{12}\right)} \qquad \text{Équation 18}$$

en introduisant le paramètre d'Irvine λ^2, représentant l'équilibre entre les effets géométriques et élastiques du hauban [Irvine 1981] :

$$\lambda^2 = \frac{ES}{T}\left(\frac{mgL\cos(\theta)}{T}\right)^2 \qquad \text{Équation 19}$$

Le paramètre d'Irvine des haubans de pont est généralement très faible. A titre d'exemple, le paramètre d'Irvine du hauban H3Q22 du Pont de l'Iroise, dont la dynamique sera abordée au Chapitre 4, est de 0.176 (cette valeur a été obtenue à partir des mesures des fréquences propres du hauban sur un grand nombre d'épisodes de vibration).

Cette thèse traite de la mise en vibration des haubans de pont par les sollicitations directes ou indirectes (par l'intermédiaire de la structure globale) du vent. Ainsi nous intéresserons nous dans la partie suivante à la dynamique des haubans, qui est très largement dépendante des paramètres statiques introduits dans cette partie, et en particulier du paramètre d'Irvine.

2. Dynamique des haubans de pont

Cette partie est consacrée à l'écriture des équations du mouvement et à la définition des modes de vibration et des fréquences propres des haubans de pont. Les notations utilisées ici seront conservées dans la suite du mémoire.

2.1. Déformée statique dans le repère local lié au hauban

Pour l'écriture des équations du mouvement, il convient dans un premier temps d'exprimer la déformée statique du hauban, introduite dans la partie précédente, dans le repère lié au hauban.
Soient i et j les points d'ancrage du hauban, i correspondant à l'ancrage sur le pylône et j à l'ancrage sur le tablier du pont comme indiqué sur la Figure 9, L la distance ij de la corde et θ l'angle d'inclinaison de la corde. Soit alors le repère (i, X, Y, Z) lié à la corde du hauban.

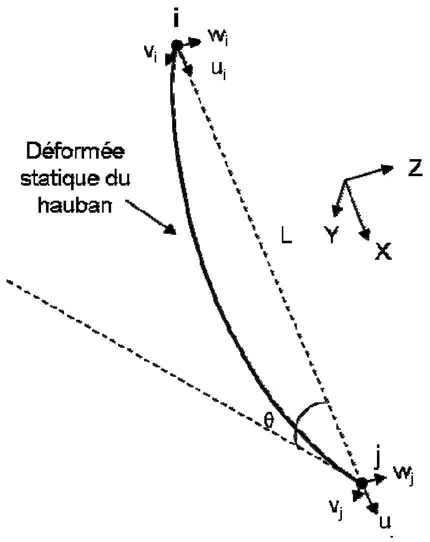


Figure 9. Profil statique du hauban et définition du repère local.

Sous les hypothèses de la première partie, la déformée statique des câbles est proche de la corde. Il est alors raisonnable d'assimiler la flèche y (mesurée perpendiculairement à la corde) à un arc de parabole symétrique. Ainsi en utilisant l'approximation de la flèche maximale de l'équation 4 dans l'équation 13, la déformée statique s'écrit dans le nouveau repère :

$$y(x) = f(x\cos\theta)\times\cos\theta = \frac{1}{2}\frac{mgL\cos\theta}{T}\left(x - \frac{x^2}{L}\right) = \frac{\mu}{2}.\left(x - \frac{x^2}{L}\right) \qquad \text{Équation 20}$$

avec θ, L et T respectivement l'angle d'inclinaison du câble, la longueur de la corde et la tension statique. Le paramètre $\mu = \dfrac{mgL\cos(\theta)}{T}$ est introduit dans l'équation 20 pour alléger les écritures dans la suite.

Ce profil parabolique est valable sous l'hypothèse que l'abscisse curviligne le long du câble peut être confondue avec l'abscisse le long de la corde (hypothèse de profil statique pour une développée proche de la corde). C'est le cas en général dans les ponts haubanés où les haubans sont fortement précontraints, ce qui conduit à un ratio "poids/tension" faible.

2.2. Equations du mouvement

L'objectif de ce paragraphe est de déterminer les équations du mouvement dans le repère lié au hauban. L'écriture de ces équations passe par la définition de la surtension dynamique induite par les mouvements du câble. Ce paragraphe s'attache également à justifier l'hypothèse selon laquelle cette surtension peut être considérée constante le long du hauban.

En supposant le hauban élastique, la surtension dynamique τ(x, t) induite par un mouvement du câble s'exprime en fonction de la déformation dynamique ε(x, t) par la loi de Hooke :

$$\tau(x,t) = ES.\varepsilon(x,t) \qquad \text{Équation 21}$$

avec S est la section du câble et E son module d'Young.

En définissant les composantes du déplacement u, v et w dans le repère lié au hauban (Fig. 9), en rajoutant les termes dynamiques aux équations statiques 5 et 6 et en supposant que l'abscisse curviligne le long du hauban peut être confondue avec l'abscisse le long de la corde, les équations du mouvement plan et hors plan s'écrivent [Irvine 1981] :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[(T+\tau)\frac{\partial(x+u)}{\partial x}\right] = -mg\sin\theta + m\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \qquad \text{Équation 22}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[(T+\tau)\frac{\partial(y+v)}{\partial x}\right] = -mg\cos\theta + m\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \qquad \text{Équation 23}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[(T+\tau)\frac{\partial(w)}{\partial x}\right] = m\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \qquad \text{Équation 24}$$

en notant m la masse linéique du câble.

Traditionnellement, la surtension dynamique est supposée constante le long d'un hauban. En réalité, il existe une variation de tension le long du câble, qui provient pour partie des effets de poids propre (mais cette partie est négligeable dans l'étude des vibrations) et d'autre part du développement d'ondes longitudinales de traction, ou ondes acoustiques, (liées au comportement élastique du câble) dans le hauban. La suite de ce paragraphe est destinée néanmoins à justifier que la surtension dynamique ne dépend que du temps. Pour cela, l'objectif est de donner un ordre de grandeur des ondes transversales et longitudinales dans le hauban.

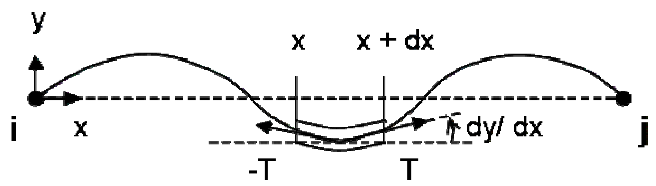


Figure 10. Ondes transversales dans une corde vibrante.

Pour évaluer la célérité des ondes transversales, le câble est considéré suffisamment tendu pour pouvoir négliger les effets du poids propre. Le câble se comporte alors comme une corde vibrante (Fig. 10). Nous supposons de plus les vibrations de faible amplitude et la tension T constante le long du hauban. Le mouvement transversal du hauban est déduit par simplification de l'équation 24 :

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{T}{m}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \qquad \text{Équation 25}$$

Et la célérité des ondes transversales est alors définie par :

$$c_{trans} = \sqrt{\frac{T}{m}} \qquad \text{Équation 26}$$

Dans le cas de haubans à multi-torons parallèles T15,7 (cas du Pont de l'Iroise), la tension de service T est définie par $T = S.\gamma.f_{rg}$, avec S la section d'acier, $f_{rg} = 1860$ MPa la classe de résistance des torons et $\gamma \approx 0.35$. De plus, $m = S.\rho/k$ avec $\rho = 7850\ kg/m^3$ la densité de l'acier et $k = 0.85$ un coefficient correctif pour tenir compte de la masse de la protection anticorrosion [Setra 2001]. La célérité des ondes transversales est donc de l'ordre de :

$$c_{trans} \approx 266\, m.s^{-1} \qquad \text{Équation 27}$$

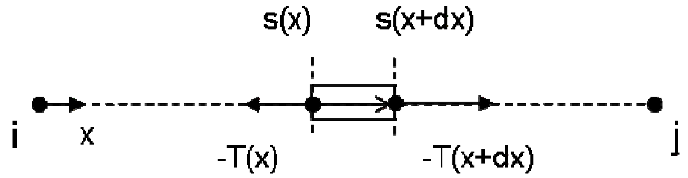


Figure 11. Ondes longitudinales.

Pour évaluer la célérité des ondes longitudinales, il s'agit de tenir compte de l'élasticité du hauban. Soit s(x, t) l'abscisse curviligne à l'instant t d'un point du câble qui se trouvait initialement à l'abscisse x. En l'absence de déplacement transversal, l'équation de la dynamique d'un élément de câble dx dans la direction longitudinale s'écrit :

$$mdx\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = T(x+dx) - T(x) = ES\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} \qquad \text{Équation 28}$$

avec E ($\approx$ 190 GPa) le module d'Young de l'acier. La célérité des ondes longitudinales est donc :

$$c_{long} = \sqrt{\frac{ES}{m}} = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \approx 4920\, m.s^{-1} \qquad \text{Équation 29}$$

La célérité des ondes longitudinales étant 19 fois supérieure à la célérité des ondes transversales, il est donc légitime de supposer la surtension dynamique constante le long du câble et l'équation 22 du mouvement se simplifie en :

$$\frac{\partial \tau}{\partial x} = 0 \qquad \text{Équation 30}$$

Pour obtenir les équations classiques du mouvement du hauban, il s'agit alors de développer les équations 23 et 24. Pour cela, l'idée est d'exprimer la surtension dynamique, ou indifféremment la déformation dynamique, en fonction des composantes du déplacement du hauban.

2.3. Expression de la déformation dynamique

Soient ds et ds^* respectivement les longueurs non déformée et déformée d'un segment de câble. Alors en supposant que ds^* reste proche de ds, la déformation s'exprime :

$$\varepsilon = \frac{ds^* - ds}{ds} = \frac{ds^{*2} - ds^2}{ds\left(ds + ds^*\right)} \approx \frac{ds^{*2} - ds^2}{2ds^2} \qquad \text{Équation 31}$$

Or : $ds^2 = dx^2 + dy^2$ et $ds^{*2} = \left(dx + \partial u\right)^2 + \left(dy + \partial v\right)^2 + \left(\partial w\right)^2$.

Ainsi en supposant que l'abscisse curviligne le long du câble peut être confondue avec l'abscisse le long de la corde (hypothèse du profil statique du câble proche de la corde), il vient [Clément & Crémona 1996] :

$$\varepsilon(x,t) \approx \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{dy}{dx}\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\right] \qquad \text{Équation 32}$$

Du fait que la surtension dynamique peut être considérée constante le long du câble et que la déformation est liée à cette surtension dynamique par la loi de Hooke, ε(x, t) ≈ ε(t). Alors par intégration entre les points extrêmes du câble, il vient :

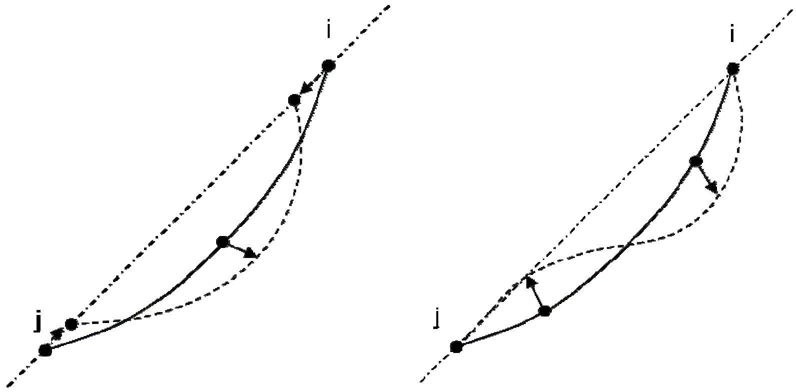
$$\varepsilon(t) = \frac{u_j(t) - u_i(t)}{L} + \frac{1}{L}\int_0^L \left(\frac{dy}{dx}\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\right]\right)dx \qquad \text{Équation 33}$$

2.4. Expression des déplacements

Comme indiqué sur la Figure 12, le déplacement d'un point du câble est la somme d'un terme dû à des effets quasi-statiques (liés à un déplacement des extrémités) et d'un terme dynamique caractéristique de la vibration du câble (à extrémités fixes). Soit :

$$\begin{aligned} u(x,t) &= u_{qs}(x,t) + u_d(x,t) \\ v(x,t) &= v_{qs}(x,t) + v_d(x,t) \\ w(x,t) &= w_{qs}(x,t) + w_d(x,t) \end{aligned} \qquad \text{Équation 34}$$

où l'indice qs indique le terme quasi-statique et l'indice d le terme dynamique.



a) b)

Figure 12. Composantes quasi-statique (a) et dynamique (b) des déplacements d'un hauban.

Notons que dans la suite de ce mémoire, nous appellerons « composante verticale » du mouvement du hauban le terme v correspondant au mouvement du hauban dans le plan, perpendiculairement à la corde. Nous appellerons de même « composante transversale » du mouvement du hauban, le terme w correspondant au mouvement hors-plan du hauban, perpendiculairement à la corde.

Dans ce chapitre, nous cherchons à déterminer les équations régissant les composantes dynamiques du mouvement du hauban. Pour cela, il faut donc déterminer une expression des déplacements statiques en fonction du mouvement des ancrages et des paramètres mécaniques du hauban, puis les substituer dans les équations de Lagrange.

2.4.1. Déplacements quasi statiques

Les déplacements quasi-statiques sont supposés petits devant les autres déplacements. Ceci permet de ne conserver que les termes du premier ordre dans les équations du mouvement 22, 23 et 24 [AFGC 2002]. Soit :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[T\frac{\partial u_{qs}}{\partial x}+\tau_{qs}\right]=0 \qquad \text{Équation 35}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[T\frac{\partial\left(y+v_{qs}\right)}{\partial x}+\tau_{qs}\frac{\partial y}{\partial x}\right]=-mg\cos\theta \qquad \text{Équation 36}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[T\frac{\partial w_{qs}}{\partial x}\right]=0 \qquad \text{Équation 37}$$

L'équation 37 fournit alors une solution directe pour le déplacement hors plan :

$$w_{qs}(x,t)=w_i(t)+\left(w_j(t)-w_i(t)\right)\frac{x}{L} \qquad \text{Équation 38}$$

Il s'agit d'un mouvement de corps rigide induit par le déplacement des extrémités du hauban.

Etant donnée l'équation de la déformée statique de l'équation 20, l'équation 36 régissant le mouvement vertical du hauban se réécrit :

$$T\frac{\partial^2 v_{qs}}{\partial x^2}+\tau_{qs}\frac{d^2 y}{dx^2}=0$$ Équation 39

Il s'agit alors d'exprimer $v_{qs}(x, t)$ en la somme d'un terme de mouvement de corps rigide et d'un terme lié à la déformation quasi-statique du câble $\xi_{qs}(x,t)$:

$$v_{qs}(x,t)=v_i(t)+\left(v_j(t)-v_i(t)\right)\frac{x}{L}+\xi_{qs}(x,t)$$ Équation 40

D'après les équations 21 et 33, la surtension quasi-statique vérifie la relation :

$$\frac{\tau_{qs}(t)}{ES}=\frac{u_j(t)-u_i(t)}{L}+\frac{1}{L}\int_0^L\left(\frac{dy}{dx}\frac{\partial v_{qs}}{\partial x}\right)dx$$
$$=\frac{u_j(t)-u_i(t)}{L}+\frac{1}{L}\frac{mg\cos\theta}{T}\int_0^L\xi_{qs}(x,t)dx$$ Équation 41

L'introduction de cette dernière expression dans l'équation 39 conduit à l'équation intégro-différentielle suivante en $\xi_{qs}(x, t)$:

$$T\frac{\partial^2\xi_{qs}}{\partial x^2}=ES\frac{mg\cos\theta}{T}\left(\frac{u_j(t)-u_i(t)}{L}+\frac{1}{L}\frac{mg\cos\theta}{T}\int_0^L\xi_{qs}(x,t)dx\right)$$ Équation 42

La résolution de cette équation se fait par la méthode de séparation des variables. Une solution de la forme $\xi_{qs}(x,t)=C(t)\left(\frac{x}{L}-\frac{x^2}{L^2}\right)$ est recherchée [AFGC 2002]. Il vient alors :

$$C(t)\left[1+\frac{\lambda^2}{12}\right]=-\frac{1}{2}\frac{mgL\cos\theta}{T}\frac{ES}{T}\left(u_j(t)-u_i(t)\right)$$ Équation 43

avec λ^2 le paramètre d'Irvine introduit dans la première partie. En introduisant le module d'Young dynamique E_d de l'équation 18, $\xi_{qs}(x, t)$ vérifie :

$$\xi_{qs}(x,t)=-\frac{1}{2}\mu\frac{E_d S}{T}\left(u_j(t)-u_i(t)\right)\left(\frac{x}{L}-\frac{x^2}{L^2}\right)$$ Équation 44

La surtension quasi-statique est alors donnée par la relation :

$$\tau_{qs}(t)=\frac{E_d S}{L}\left(u_j(t)-u_i(t)\right)$$ Équation 45

Remarquons que le comportement quasi-statique d'un hauban de pont peut donc bien être assimilé à celui d'un matériau élastique linéaire de module d'Young E_d, comme annoncé dans la première partie de ce chapitre.

Par ailleurs, en ne conservant que les termes du premier ordre pour les déplacements quasi-statiques dans l'équation 32, la déformation quasi-statique est donnée par la relation :

$$\varepsilon_{qs}(x,t) = \frac{\partial u_{qs}}{\partial x} + \frac{dy}{dx}\frac{\partial v_{qs}}{\partial x} \qquad \text{Équation 46}$$

L'utilisation des équations 44, 45, 46 et la loi de Hooke (équation 21) dans le cas quasi-statique, conduit alors à l'expression suivante de la composante longitudinale des déplacements quasi-statiques :

$$\begin{aligned} u_{qs}(x,t) = u_i(t) + \frac{E_d}{E}\left(u_j(t) - u_i(t)\right)\frac{x}{L} - \frac{\mu}{2}\left(v_j(t) - v_i(t)\right)\left(\frac{x}{L} - \frac{x^2}{L^2}\right) \\ + \frac{\lambda^2}{4}\frac{E_d}{E}\left(u_j(t) - u_i(t)\right)\left(\frac{x}{L} - \frac{2x^2}{L^2} + \frac{4x^3}{3L^3}\right) \end{aligned} \qquad \text{Équation 47}$$

2.4.2. Déplacements dynamiques

Pour exprimer les déplacements dynamiques, il faut tout d'abord déterminer les modes propres de vibration du hauban (étude des vibrations libres). Il s'agit ensuite de déterminer l'amplitude de chaque mode en réponse à une excitation extérieure donnée, puis de combiner les différents modes pour obtenir l'amplitude de réponse totale du hauban.

Pour définir les modes propres de vibration d'un hauban, simplifions les équations 23 et 24 en négligeant les termes du second ordre et en ne considérant que les composantes dynamiques des déplacements. Les équations de la dynamique dans les directions transversales et verticales s'écrivent ainsi :

$$T\frac{\partial^2 w_d}{\partial x^2} = m\frac{\partial^2 w_d}{\partial t^2} \qquad \text{Équation 48}$$

$$T\frac{\partial^2 v_d}{\partial x^2} + \tau_d\frac{d^2 y}{dx^2} = m\frac{\partial^2 v_d}{\partial t^2} \qquad \text{Équation 49}$$

L'équation 48 montre que le mouvement transversal des haubans n'engendre pas de surtension dynamique. Par projection sur la base des modes propres, les solutions de cette équation sont de la forme [Irvine 1981] :

$$w_d(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} \psi_k(x).r_k(t) \qquad \text{Équation 50}$$

avec : - $\psi_k(x) = \sin\left(\frac{k\pi x}{L}\right)$, la déformée du k$^{\text{ième}}$ mode transversal,

- $r_k(t)$, la coordonnée généralisée du k$^{\text{ième}}$ mode transversal,

- $\omega_{rk} = \frac{k\pi}{L}\sqrt{\frac{T}{m}}$, la pulsation du k$^{\text{ième}}$ mode transversal.

L'équation 49 fait par contre intervenir une surtension dynamique τ_d, définie d'après l'équation 21 par la relation :

$$\tau_d = ES.\varepsilon_d \qquad \text{Équation 51}$$

En ne considérant que la composante dynamique verticale du déplacement et en négligeant les termes du second ordre dans l'équation 32, il vient :

$$\varepsilon_d = \frac{dy}{dx}.\frac{\partial v_d}{\partial x} \qquad \text{Équation 52}$$

Etant donné que la déformation est constante sur la longueur du hauban, la surtension dynamique est donc définie par :

$$\tau_d = \frac{ES}{L}\int_0^L \frac{dy}{dx}.\frac{\partial v_d}{\partial x}dx = \frac{ES}{L}\frac{mg\cos(\theta)}{T}\int_0^L v_d.dx \qquad \text{Équation 53}$$

Dans le cas de modes antisymétriques (lorsque $v_d(L-x) = -v_d(x)$), l'équation 53 montre que le mouvement n'engendre pas de surtension ($\tau_d = 0$). L'équation 49 est alors similaire à l'équation du mouvement des modes transverses.

En revanche dans le cas des modes symétriques (lorsque $v_d(L-x) = v_d(x)$), le mouvement induit une surtension τ_d non nulle et l'équation 49 se réécrit alors :

$$T\frac{\partial^2 v_d}{\partial x^2} - \frac{T}{L^3}\lambda^2\int_0^L v_d.dx = m\frac{\partial^2 v_d}{\partial t^2} \qquad \text{Équation 54}$$

La forme des modes symétriques verticaux de câbles dépend donc du paramètre d'Irvine λ^2. La solution générale de l'équation 54 est du type [Irvine 1981] :

$$v_d(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty}\phi_k(x).q_k(t) \qquad \text{Équation 55}$$

avec :

$$\phi_k(x) = 1 - \tan\left(\frac{\Theta_k L}{2}\right)\sin(\Theta_k x) - \cos(\Theta_k x) \qquad \text{Équation 56}$$

où Θ_k est la $k^{ième}$ racine de l'équation suivante :

$$\tan\left(\frac{\Theta_k L}{2}\right) = \frac{\Theta_k L}{2} - \frac{4}{\lambda^2}\left(\frac{\Theta_k L}{2}\right)^3 \qquad \text{Équation 57}$$

Cependant, le paramètre d'Irvine des haubans de pont est généralement très faible. Pour de faibles valeurs de λ^2 ($\lambda^2 << 1$), la surtension dynamique peut alors être négligée dans l'équation 54. Ainsi dans l'étude de la dynamique des haubans de pont, les modes symétriques sont généralement assimilés à des modes de corde vibrante [Fujino et al. 1993; Warnitchai et al. 1995; Clément & Crémona 1996] . Irvine [1981] montre par ailleurs que pour $\lambda^2 < 4\pi^2$, le premier mode vertical de hauban (correspondant à la fréquence propre la plus faible) est symétrique et que la déformée ne possède pas de nœud.
Ainsi, dans la suite de ce mémoire les modes verticaux seront assimilés à des modes de corde vibrante et nous noterons :

- $\phi_k(x) = \sin\left(\frac{k\pi x}{L}\right)$, la déformée du $k^{ième}$ mode vertical,
- $q_k(t)$, la coordonnée généralisée du $k^{ième}$ mode vertical,
- ω_{qk}, la pulsation du $k^{ième}$ mode vertical, déterminée dans le paragraphe suivant.

2.5. Equations de Lagrange

En utilisant les expressions de la déformation dynamique et des déplacements statiques et dynamiques établies dans les paragraphes précédents, il est désormais possible d'introduire les équations du mouvement du hauban.

En l'absence d'amortissement, l'équation de Lagrange relative à la coordonnée généralisée q_k s'écrit :

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_k}\right) + \frac{\partial E_p}{\partial q_k} = Z_k \qquad \text{Équation 58}$$

avec :

- Z_k, la $k^{ième}$ force généralisée,
- $E_c = \frac{1}{2} m \int_0^L \left[\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)^2\right].dx$, l'énergie cinétique du hauban,
- $E_p = \frac{1}{2} T \int_0^L \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\right].dx + \frac{1}{2} ESL\varepsilon^2$, l'énergie potentielle du câble,

composée d'un terme de travail de la tension statique T et d'un terme d'énergie de déformation [Fujino et al. 1993].

Par ailleurs, puisque seuls les termes du premier ordre sont conservés pour les déplacements quasi-statiques et que l'on suppose que la composante axiale de la déformation dynamique est faible par rapport aux autres composantes, l'équation 32 conduit à l'expression suivante de la déformation :

$$\varepsilon(t)=\frac{\partial u_{qs}}{\partial x}+\frac{dy}{dx}\frac{\partial v_{qs}}{\partial x}+\frac{dy}{dx}\frac{\partial v_d}{\partial x}+\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial v_d}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial w_d}{\partial x}\right)^2\right] \qquad \text{Équation 59}$$

Soit encore en introduisant les expressions des déplacements quasi-statiques et en intégrant entre 0 et L :

$$\varepsilon(t)=\frac{E_d}{E}\frac{\left(u_j(t)-u_i(t)\right)}{L}+\frac{1}{L}\int_0^L\frac{dy}{dx}\frac{\partial v_d}{\partial x}.dx+\frac{1}{L}\int_0^L\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial v_d}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial w_d}{\partial x}\right)^2\right].dx \qquad \text{Équation 60}$$

L'équation 58 conduit alors aux équations du mouvement suivantes (en l'absence de forces généralisées) :

- pour le k^ième mode vertical :

$$\begin{aligned}\ddot{q}_k+\omega_{qk}{}^2\Bigg[q_k+\sum_{l\neq k}A_{kl}.q_l+\left(B_k.\Delta u+\sum_l C_{kl}.q_l\right).q_k+\sum_l D_{kl}.\left(q_l{}^2+r_l{}^2\right)\\+\sum_l E_{kl}.\left(q_l{}^2+r_l{}^2\right).q_k\Bigg]=F_k.\Delta u+G_k.\Delta\ddot{u}+H_k.\left[\ddot{v}_i+(-1)^{k+1}\ddot{v}_j\right]\end{aligned} \qquad \text{Équation 61}$$

- pour le k^ième mode transversal :

$$\begin{aligned}\ddot{r}_k+\omega_{rk}{}^2\left[r_k+\left(B_k.\Delta u+\sum_l C_{kl}.q_l\right).r_k+\sum_l E_{kl}.\left(q_l{}^2+r_l{}^2\right).r_k\right]\\=H_k.\left(\ddot{w}_i+(-1)^{k+1}\ddot{w}_j\right)\end{aligned} \qquad \text{Équation 62}$$

Avec : $\Delta u=u_j-u_i$, $\alpha_k=1+(-1)^{k+1}$, $\beta_k=1+\dfrac{2\lambda^2\alpha_k{}^2}{(k\pi)^4}$,

et : $A_{kl}=\dfrac{2\lambda^2\alpha_k\alpha_l}{k^3 l\pi^4\beta_k}$, $B_k=\dfrac{\lambda^2}{\mu^2 L\beta_k\left(1+\dfrac{\lambda^2}{12}\right)}$, $C_{kl}=\dfrac{\lambda^2\alpha_l}{\mu\pi L l\beta_k}$, $D_{kl}=\dfrac{\lambda^2 l^2\alpha_k}{2\mu\pi L k^3\beta_k}$,

$E_{kl}=\dfrac{\lambda^2\pi^2 l^2}{4\mu^2L^2\beta_k}$, $F_k=\dfrac{-2\alpha_k\lambda^2}{(k\pi)^3\mu\left(1+\dfrac{\lambda^2}{12}\right)}.\dfrac{\omega_k{}^2}{\beta_k}$, $G_k=\dfrac{2\alpha_k\lambda^2}{(k\pi)^3\mu\left(1+\dfrac{\lambda^2}{12}\right)}$, $H_k=-\dfrac{2}{k\pi}$.

Par ailleurs les pulsations des modes verticaux et transversaux sont respectivement données par les relations :

$$\omega_{qk} = \frac{k\pi}{L}\sqrt{\frac{T}{m}.\beta_k} \qquad \text{Équation 63}$$

$$\omega_{rk} = \frac{k\pi}{L}\sqrt{\frac{T}{m}} \qquad \text{Équation 64}$$

Les équations 61 et 62 du mouvement d'un hauban contiennent des termes de couplage linéaires et non linéaires (quadratiques et cubiques) à la fois internes, entre modes de câbles, et entre les modes propres du hauban et le mouvement des ancrages. En particulier, le couplage entre les modes du hauban et ceux de la structure globale est à l'origine du phénomène d'excitation paramétrique, présenté dans la partie 4 de ce chapitre.

2.6. L'amortissement structurel des haubans de pont

Le comportement dynamique d'une structure est conditionné par son amortissement. Dans le cas des haubans de pont, la connaissance du coefficient d'amortissement modal rapporté au critique (noté ζ_k pour le k^ième^ mode de câble) est indispensable pour l'évaluation de leur comportement au vent. Ainsi pour obtenir les équations générales du mouvement des haubans de pont, il s'agit d'introduire un terme d'amortissement dans les équations 61 et 62, ce qui conduit finalement aux équations :

$$\begin{aligned}\ddot{q}_k + 2\zeta_{qk}\omega_{qk}\dot{q}_k + \omega_{qk}^2\Bigg[q_k + \sum_{l\neq k} A_{kl}.q_l + \left(B_k.\Delta u + \sum_l C_{kl}.q_l\right).q_k \\ + \sum_l D_{kl}.\left(q_l^2 + r_l^2\right) + \sum_l E_{kl}.\left(q_l^2 + r_l^2\right).q_k \Bigg] = F_k.\Delta u + G_k.\Delta\ddot{u} + H_k.\left[\ddot{v}_i + (-1)^{k+1}\ddot{v}_j\right]\end{aligned} \qquad \text{Équation 65}$$

$$\begin{aligned}\ddot{r}_k + 2\zeta_{rk}\omega_{rk}\dot{r}_k + \omega_{rk}^2\left[r_k + \left(B_k.\Delta u + \sum_l C_{kl}.q_l\right).r_k + \sum_l E_{kl}.\left(q_l^2 + r_l^2\right).r_k \right] \\ = H_k.\left(\ddot{w}_i + (-1)^{k+1}\ddot{w}_j\right)\end{aligned} \qquad \text{Équation 66}$$

L'amortissement intrinsèque (ou structurel) d'un hauban provient des frottements internes entre éléments constitutifs du câble (armatures en acier et produit d'injection dans la gaine dans le cas de haubans multitorons parallèles) et entre pièces constitutives de l'ancrage. Les coefficients d'amortissement intrinsèques des haubans de pont sont généralement très faibles, comme le montre le Tableau 1 [Virlogeux 1998]. Ce résultat est lié à la faible rigidité transversale des haubans. Les frottements internes permettant la dissipation de l'énergie ne sont en effet significatifs qu'au niveau des ancrages.

Ouvrage	**Technologie de haubanage**	**Amortissement rapporté au critique (ζ)**
Pont de Saint-Nazaire	Câbles clos	0.1 – 0.25 %
Pont de Brotonne	Torons parallèles dans une gaine métallique injectée de ciment	0.01 %
Pont de Seyssel	Câbles clos	0.05 %
Pont Vasco de Gama	Torons parallèles autoprotégés dans une gaine en polyéthylène	0.13 %
Pont Erasmus	Torons parallèles autoprotégés dans une gaine en polyéthylène	0.2 %
Pont de l'Iroise	Torons parallèles galvanisés dans une gaine en polyéthylène injectée de cire	0.14 %

Tableau 1. Exemples de valeurs du coefficient d'amortissement des haubans de pont [Virlogeux 1998].

Yamaguchi & Fujino [1994] et Yamaguchi et Adhikari [1994, 1995] ont étudié l'amortissement des haubans de pont d'un point de vue théorique, sur la base de la définition énergétique du coefficient d'amortissement modal rapporté au critique :

$$\zeta_k = \frac{D_k}{4\pi . E_{pk}} \qquad \text{Équation 67}$$

avec D_k l'énergie dissipée par cycle selon le k$^{\text{ième}}$ mode et E_{pk} l'énergie potentielle modale. D'après le paragraphe précédent l'énergie potentielle correspondant au k$^{\text{ième}}$ mode de câble est constituée d'un terme lié à la tension statique T du hauban et d'un terme lié à la déformation dynamique ε (associée au mouvement selon le mode k) :

$$E_{pk} = E_{pk}(T) + E_{pk}\left(\varepsilon_k^{\ 2}\right) \qquad \text{Équation 68}$$

avec $E_{pk}(T) = \frac{1}{2} T \int_0^L \left(\frac{\partial v_{dk}}{\partial x}\right)^2 dx$ (ou $E_{pk}(T) = \frac{1}{2} T \int_0^L \left(\frac{\partial w_{dk}}{\partial x}\right)^2 dx$ si l'on étudie l'amortissement du k$^{\text{ième}}$ mode transverse) et $E_{pk}\left(\varepsilon_k^{\ 2}\right) = \frac{1}{2} ESL\varepsilon_k^{\ 2}$ avec ε_k la déformation dynamique axiale liée au mode k. Par ailleurs Tsuji & Kanou [1980] montrent expérimentalement que l'énergie dissipée est directement liée à la déformation dynamique par une relation du type :

$$D_k = 2\pi\eta . E_{pk}\left(\varepsilon_k^{\ 2}\right) \qquad \text{Équation 69}$$

avec η un facteur de dissipation (de l'ordre de 0.06). Ainsi le coefficient d'amortissement modal se réécrit, d'après les équations 67, 68 et 69 :

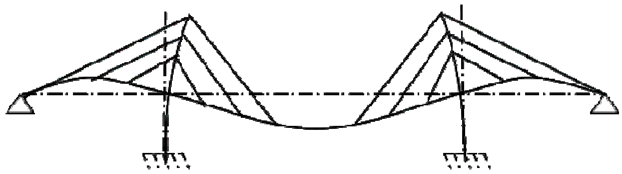
$$\zeta_k = \frac{\eta}{2} . \frac{E_{pk}\left(\varepsilon_k^{\ 2}\right)}{E_{pk}(T) + E_{pk}\left(\varepsilon_k^{\ 2}\right)} \qquad \text{Équation 70}$$

Yamaguchi & Fujino [1994] montrent que le rapport $\dfrac{E_{pk}\left(\varepsilon_k^{\,2}\right)}{E_{pk}(T)+E_{pk}\left(\varepsilon_k^{\,2}\right)}$ est de l'ordre de 10^{-2} pour le premier mode dans le cas d'un hauban présentant un rapport flèche-longueur de 0.002 (cas du hauban H3Q22 du Pont de l'Iroise). Ce résultat montre donc que le très faible amortissement structurel des haubans de pont est lié à la forte tension initiale du câble.

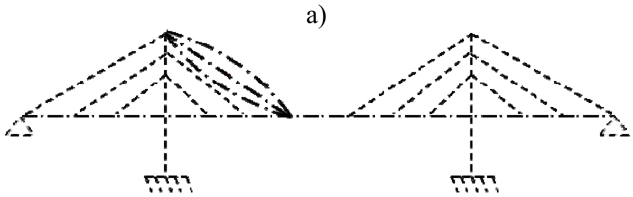
Le faible amortissement intrinsèque des haubans de pont en fait des éléments de structure particulièrement sensibles au vent. A titre d'exemple, le coefficient d'amortissement du premier mode des haubans du Pont de l'Iroise est de l'ordre de 0.15 %, tandis que le premier mode de flexion de la structure a un taux d'amortissement de 0.67 %, soit presque six fois supérieur.
Notons enfin qu'en présence de vent, à l'amortissement structurel des haubans s'ajoute un amortissement dit aérodynamique, qui sera défini au Chapitre 2, lié aux frottements associés à la vitesse relative du hauban en vibration par rapport à l'écoulement.

3. Interaction structure-hauban

Les équations 65 et 66 permettent de tenir compte de l'influence du mouvement des ancrages sur le comportement dynamique des haubans de pont. Cependant, pour une étude plus approfondie des interactions structure-haubans, il faut également tenir compte des éventuelles excitations de la structure par le mouvement des câbles. Le paragraphe suivant présente donc une généralisation du modèle d'interaction structure-câbles.



a)



b)

Figure 13. Représentation schématique des vibrations globales (a) et locales (b).

Fujino et al. [1993] et Warnitchai et al. [1995] proposent d'étudier le comportement dynamique des ponts à haubans au travers d'une approche dite « locale/globale ». Il s'agit de considérer d'une part les composantes modales du mouvement des haubans (déplacements locaux) et d'autre part les mouvements globaux de la structure, incluant les mouvements quasi-statiques des haubans (Fig. 13).

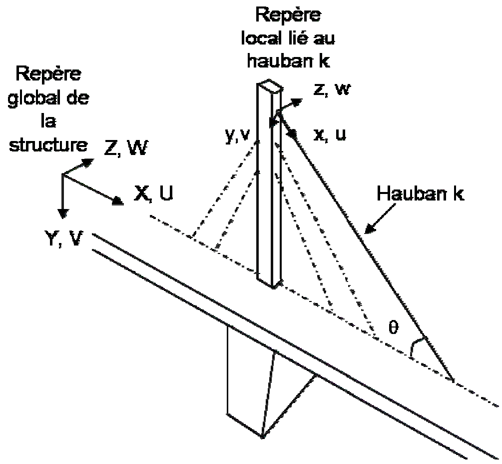


Figure 14. Définition des repères globaux et locaux de la structure.

En définissant le repère global (X, Y, Z) de la structure comme sur la Figure 14 et le repère local (x, y, z) lié au hauban considéré comme dans la partie précédente, les déplacements des ancrages dans le repère du câble s'expriment en fonction des coordonnées généralisées de la structure de la façon suivante :

$$\{z_c(t)\}_{Local} = \begin{Bmatrix} u_i(t) \\ v_i(t) \\ w_i(t) \\ u_j(t) \\ v_j(t) \\ w_j(t) \end{Bmatrix}_{Local} = \sum_k s_k(t).\{d_k\} \qquad \text{Équation 71}$$

avec :

- $\{d_k\} = \begin{bmatrix} \Gamma & 0 \\ 0 & \Gamma \end{bmatrix} . \begin{Bmatrix} \psi_{k,U}(i) \\ \psi_{k,V}(i) \\ \psi_{k,W}(i) \\ \psi_{k,U}(j) \\ \psi_{k,V}(j) \\ \psi_{k,W}(j) \end{Bmatrix}_{Global}$, où $\Gamma = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ est la matrice de passage du repère global de la structure vers le repère local
- $\psi_{k,x}(y)$, avec x = U, V, W, la composante dans la direction x du repère global de la déformée (normalisée) généralisée du $k^{ième}$ mode de la structure, évaluée à l'ancrage y (y = i ou j),
- s_k la coordonnée généralisée du $k^{ième}$ mode global de la structure.

Selon Warnitchai et al. [1995] , les énergies cinétiques et potentielles de la structure globale s'expriment alors en la somme des composantes locales et globales :

$$E_c = E_{c,structure} + \sum_{haubans} E_{c,haubans} \qquad \text{Équation 72}$$

$$E_p = E_{p,structure} + \sum_{haubans} E_{p,haubans} \qquad \text{Équation 73}$$

L'équation de Lagrange relative au k[ième] mode global s'écrit alors :

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_{c,structure}}{\partial \dot{s}_k}\right) + \sum_{haubans} \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_{c,haubans}}{\partial \dot{s}_k}\right) + \frac{\partial E_{p,structure}}{\partial s_k} + \sum_{haubans} \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_{p,haubans}}{\partial s_k}\right) = Z_k \qquad \text{Équation 74}$$

Or :

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_{c,haubans}}{\partial \dot{s}_k}\right) = \left\{\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_{c,haubans}}{\partial (\dot{z}_c)_{Local}}\right)\right\}^T . \left\{\frac{\partial (\dot{z}_c)_{Local}}{\partial \dot{s}_k}\right\} = d_k{}^T . \left\{\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_{c,haubans}}{\partial (\dot{z}_c)_{Local}}\right)\right\} \qquad \text{Équation 75}$$

$$\frac{\partial E_{p,haubans}}{\partial s_k} = \left\{\frac{\partial E_{p,haubans}}{\partial (z_c)_{Local}}\right\}^T . \left\{\frac{\partial (z_c)_{Local}}{\partial s_k}\right\} = d_k{}^T . \left\{\frac{\partial E_{p,haubans}}{\partial (z_c)_{Local}}\right\} \qquad \text{Équation 76}$$

Par ailleurs, en utilisant les expressions des énergies cinétiques et potentielles des haubans de pont déterminées dans la partie précédente :

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_{c,haubans}}{\partial (\dot{z}_c)_{Local}}\right) = M_c . \{\ddot{z}_c\}_{Local} + \sum_l \{R_l\}.\ddot{q}_l + \sum_l \{S_l\}.\ddot{r}_l \qquad \text{Équation 77}$$

$$\frac{\partial E_{p,haubans}}{\partial (z_c)_{Local}} = K_c . \{z_c\}_{Local} + \sum_l \{P_l\}.q_l + \sum_l \{Q_l\}.\left(q_l{}^2 + r_l{}^2\right) \qquad \text{Équation 78}$$

avec M_c matrice 6×6 symétrique vérifiant :

$$M_{c11} = mL.\left[\left(\frac{1}{1+\frac{\lambda^2}{12}}\right)^2 . \left(\frac{1}{3} + \frac{\lambda^2}{20} + \frac{\lambda^4}{120\mu^2} + \frac{\lambda^4}{504}\right)\right],\ M_{c12} = \frac{1}{2} mL.\frac{\mu}{12}.\left(1 + \frac{\lambda^2}{\mu^2\left(1+\frac{\lambda^2}{12}\right)}\right),$$

$$M_{c14} = mL.\left[\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{1+\frac{\lambda^2}{12}}\right)^2 . \left(\frac{1}{3} + \frac{\lambda^2}{20} + \frac{\lambda^4}{120\mu^2} + \frac{\lambda^4}{504}\right)\right],\ M_{c15} = \frac{1}{2} mL.\frac{\mu}{12}.\left(\frac{\lambda^2}{\mu^2\left(1+\frac{\lambda^2}{12}\right)} - 1\right),$$

$$M_{c22} = mL.\left[\frac{1}{3} + \frac{\mu^2}{120}\right],\ M_{c24} = -M_{c15},\ M_{c25} = \frac{1}{2} mL.\left[\frac{1}{3} - \frac{2\mu^2}{120}\right],\ M_{c33} = \frac{1}{3} mL,\ M_{c36} = \frac{1}{6} mL,$$

$$M_{c44} = M_{c11},\ M_{c45} = -M_{c12},\ M_{c55} = M_{c22},\ M_{c66} = M_{c33}.$$

De plus : $\{R_l\} = \begin{Bmatrix} mL\dfrac{\lambda^2}{\mu\left(1+\dfrac{\lambda^2}{12}\right)}\dfrac{\alpha_l}{(l\pi)^3} \\ \dfrac{mL}{l\pi} \\ 0 \\ -mL\dfrac{\lambda^2}{\mu\left(1+\dfrac{\lambda^2}{12}\right)}\dfrac{\alpha_l}{(l\pi)^3} \\ \dfrac{mL}{l\pi}(-1)^{l+1} \\ 0 \end{Bmatrix}$, $\{S_l\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dfrac{mL}{l\pi} \\ 0 \\ 0 \\ \dfrac{mL}{l\pi}(-1)^{l+1} \end{Bmatrix}$,

et : $K_c = \dfrac{EA}{L}\left(\dfrac{E_d}{E}\right)^2 . \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\{P_l\} = \dfrac{E_d A}{L}\mu\dfrac{\alpha_l}{l\pi} . \begin{Bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$,

$\{Q_l\} = \dfrac{E_d A}{4}\left(\dfrac{l\pi}{L}\right)^2 . \begin{Bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$.

L'équation 72 et l'hypothèse d'orthogonalité des modes propres conduisent alors à l'équation du mouvement du k$^{\text{ième}}$ mode global :

$$\ddot{s}_k + 2\zeta_{\Omega k}\Omega_k^{\,*}\dot{s}_k + \left(\Omega_k^{\,*}\right)^2 s_k + \sum_{haubans}\left[\sum_l \left(P_{kl}.q_l + Q_{kl}.\left(q_l^{\,2} + r_l^{\,2}\right) + R_{kl}.\ddot{q}_l + S_{kl}.\ddot{r}\right)\right] = \frac{1}{M_k^{\,*}}.Z_k \qquad \text{Équation 79}$$

Avec :

- $M_k^{\,*} = M_k + \sum_{haubans}\{d_k\}^T.M_c.\{d_k\}$, $K_k^{\,*} = K_k + \sum_{haubans}\{d_k\}^T.K_c.\{d_k\}$, où M_k et K_k sont respectivement la masse et la raideur généralisées du k$^{\text{ième}}$ mode global de la structure (sans tenir compte des mouvements quasi-statiques des haubans). La pulsation relative à ce mode est alors $\Omega_k^* = \sqrt{\frac{K_k^*}{M_k^*}}$. Notons que les haubans sont généralement pris en compte dans les modèles aux éléments finis de pont. Aussi, la masse généralisée, la raideur généralisée et la pulsation des modes de la structure fournis par les modèles correspondent respectivement à M_k^*, K_k^* et Ω_k^*.

- $P_{kl} = d_k^T.\{P_l\}$, $Q_{kl} = d_k^T.\{Q_l\}$, $R_{kl} = d_k^T.\{R_l\}$ et $S_{kl} = d_k^T.\{S_l\}$.

En exprimant le mouvement des ancrages en fonction des coordonnées généralisées des modes globaux dans les équations 65 et 66 du mouvement des haubans, la dynamique du système pont-haubans est donc régie par l'équation 79 et les équations relatives au mouvement des haubans :

$$\ddot{q}_l + 2\zeta_{ql}\omega_{ql}\dot{q}_{ql} + \omega_{ql}^2\left[q_l + \sum_{m\neq l} A_{lm}.q_m + \left(\sum_k B_{lk}.s_k + \sum_m C_{lm}.q_m\right).q_l \right.$$
$$\left. + \sum_m D_{lm}.\left(q_m^2 + r_m^2\right) + \sum_m E_{lm}.\left(q_m^2 + r_m^2\right)q_l \right] = \sum_k F_{lk}.s_k + \sum_k G_{lk}.\ddot{s}_k \qquad \text{Équation 80}$$

$$\ddot{r}_l + 2\zeta_{rl}\omega_{rl}\dot{r}_{rl} + \omega_{rl}^2\left[r_l + \left(\sum_k B_{lk}.s_k + \sum_m C_{lm}.q_m\right).r_l + \sum_m E_{lm}.\left(q_m^2 + r_m^2\right)r_l\right]$$
$$= \sum_k H_{lk}.\ddot{s}_k \qquad \text{Équation 81}$$

avec : $B_{lk} = \dfrac{\lambda^2 U_k}{\mu^2 L\beta_l\left(1+\dfrac{\lambda^2}{12}\right)}$, $F_{lk} = \dfrac{-2\alpha_l\lambda^2 U_k}{(l\pi)^3\mu\left(1+\dfrac{\lambda^2}{12}\right)}.\dfrac{\omega_l^2}{\beta_l}$, $G_{lk} = \dfrac{2\alpha_l\lambda^2 U_k}{(l\pi)^3\mu\left(1+\dfrac{\lambda^2}{12}\right)} - \dfrac{2V_k}{l\pi}$ et

$H_{lk} = -\dfrac{2W_k}{l\pi}$, où :

- $U_k = \psi_{k,V}(j).\sin(\theta) - \psi_{k,U}(i).\cos(\theta)$,
- $V_k = -\psi_{k,U}(i).\sin(\theta) + (-1)^{k+1}.\psi_{k,V}(j).\cos(\theta)$,
- $W_k = -\psi_{k,W}(i) + (-1)^{k+1}.\psi_{k,W}(j)$.

Notons en particulier que l'équation 79 montre l'existence de couplages linéaires et quadratiques dans l'interaction pont-hauban. Les non linéarités quadratiques pourront avoir un rôle important dans le cas d'une excitation paramétrique (phénomène présenté dans le paragraphe suivant) : le hauban mis en mouvement par la structure peut alors amplifier les vibrations de cette dernière, qui à son tour peut entraîner une amplification des vibrations du hauban.

Même en l'absence de vent (nous avons négligé dans les équations les forces généralisées agissant sur le câble), les équations 80 et 81 montrent donc que les haubans peuvent être mis en mouvement par l'intermédiaire du mouvement des ancrages. Nous allons voir dans la partie suivante que cette excitation indirecte des haubans (par le vent ou le trafic) peut être à l'origine de vibrations de grande amplitude. Cette présentation du phénomène d'excitation paramétrique servira au Chapitre 4 pour déterminer si ce mécanisme n'est pas à l'origine des vibrations des haubans du Pont de l'Iroise. Au Chapitre 7, les équations présentées dans le paragraphe suivant seront également reprises pour tenter d'évaluer l'influence du phénomène de galop des câbles inclinés secs sur les interactions non linéaires entre les haubans et la structure.

4. Excitations indirectes des haubans par le vent : phénomènes de résonance et d'excitation paramétrique

Le vent peut provoquer la mise en vibration des haubans de pont de deux façons différentes : soit par une action directe sur le câble (les principaux phénomènes aérodynamiques à l'origine de ces vibrations seront abordés dans le Chapitre 2 de ce mémoire), soit indirectement, par la mise en mouvement du tablier et/ou du pylône. Cette excitation par mouvement des ancrages peut alors prendre deux formes.

- Soit le mouvement des ancrages est transversal (perpendiculaire à l'axe du câble) : dans ce cas le mouvement engendre des forces proportionnelles aux accélérations des extrémités (dans les équations 80 et 81 du paragraphe précédent, les paramètres $U_{k,}$ B_{lk} et F_{lk} s'annulent). Le mouvement des ancrages peut alors conduire à des phénomènes de résonances classiques, des amplitudes de vibration importantes pouvant se manifester lorsque les haubans présentent des fréquences propres voisines de celles de la structure.
- Soit le mouvement des ancrages est longitudinal (dans l'axe du câble) : il existe alors un couplage non linéaire entre le hauban et la structure, qui se traduit par une variation de la rigidité du câble. Ce type de mouvement est à l'origine du phénomène d'instabilité paramétrique.

Le cas général d'un mouvement quelconque des extrémités du câble se ramène à ces deux cas par projection.

Les paragraphes suivants introduisent les principaux résultats relatifs au phénomène d'excitation paramétrique, qui serviront pour l'étude du comportement dynamique des haubans du Pont de l'Iroise.

4.1. Définition du phénomène d'excitation paramétrique classique

C'est Kovacs [Kovacs, 1982] qui le premier explicita ce phénomène à l'origine de vibrations de grande amplitude, observé en particulier sur le pont de Brotonne et sur le pont Guadiana [Pinto Da Costa et al., 1994 b]. Il a montré que si le tablier et/ou les pylônes oscillent dans certains intervalles de fréquences, le mouvement du câble peut devenir instable. Les principales zones d'instabilité correspondent à des pulsations d'excitation (correspondant aux oscillations de la structure) vérifiant :

- $\frac{\Omega}{\omega} = 2$: principale zone d'instabilité (notée Zone 1 dans la suite)
- $\frac{\Omega}{\omega} = 1$: deuxième zone d'instabilité (notée Zone 2 dans la suite).

avec ω une pulsation propre du hauban.

Il existe théoriquement une infinité de zones d'instabilité secondaires [Uhrig 1993] dont les équations sont de la forme : $\frac{\Omega}{2\omega} = \frac{1}{k}$, k = 3, 4, 5 … Néanmoins ces zones correspondent à des intervalles de fréquences très réduits par rapport aux deux premières et à notre connaissance aucune vibration de hauban de pont n'a été attribuée à ce jour à ces phénomènes.
Le paragraphe suivant établi les intervalles de fréquences relatifs à l'instabilité paramétrique des haubans de pont. Les résultats présentés permettent, connaissant les fréquences propres de la structure et des haubans, d'évaluer le risque d'apparition du phénomène sur un ouvrage.

4.1.1. Frontières des zones d'instabilité principales

Pour simplifier la résolution numérique et pour déterminer les zones d'instabilité, nous nous intéressons généralement qu'à un seul mode vertical du hauban. Pour la détermination des zones d'instabilité, les non linéarités quadratiques et cubiques, ainsi que le second membre de l'équation 61 sont négligés. L'équation du mouvement se réduit alors à l'équation de Mathieu Hill suivante :

$$\ddot{q}_k + 2\zeta_{qk}\omega_{qk}.\dot{q}_k + \omega_{qk}^{\ 2}\left[1 + B_k.\Delta u\right]q_k = 0$$ Équation 82

avec Δu = U.cos(Ωt) le mouvement relatif des ancrages dans l'axe du hauban (Ω correspond alors à une pulsation propre de la structure).

La théorie de Floquet [Nayfeh 1979] permet de montrer que dans le plan Ω – U, les zones correspondant aux solutions non bornées de l'équation 82 sont séparées des régions stables par des solutions périodiques de période T ou 2T, avec T la période des oscillations des ancrages. Par ailleurs, deux solutions périodiques de période identique bordent une région d'instabilité et inversement. Pour déterminer les frontières des zones d'instabilité, Clément & Crémona [1996] recherchent donc les solutions périodiques de période 2T et T.

Pour obtenir l'équation des frontières de la première zone d'instabilité (Zone 1 définie dans le paragraphe précédent), les auteurs recherchent une solution périodique de période 2T de l'équation 82 sous la forme :

$$q(t) = \sum_{k=1,3,5}^{\infty}\left(a_k \sin\frac{k\Omega t}{2} + b_k \cos\frac{k\Omega t}{2}\right)$$ Équation 83

Après insertion de cette expression dans l'équation 82, la condition de périodicité de la solution se traduit par l'annulation des termes proportionnels à $\sin\frac{\Omega t}{2}$ et $\cos\frac{\Omega t}{2}$. Soit :

$$\begin{vmatrix} 1 - \frac{B_k.U}{2} - \frac{\Omega^2}{4\omega_{qk}^{\ 2}} & -\zeta_{qk}\frac{\Omega}{\omega_{qk}} \\ \zeta_{qk}\frac{\Omega}{\omega_{qk}} & 1 + \frac{B_k.U}{2} - \frac{\Omega^2}{4\omega_{qk}^{\ 2}} \end{vmatrix} = 0$$ Équation 84

En considérant le fait que l'amortissement intrinsèque d'un hauban de pont est toujours très inférieur à l'unité, l'équation 84 conduit alors à l'équation suivante des frontières de la première zone d'instabilité :

$$\frac{\Omega}{2\omega_{qk}} = \sqrt{1 \pm \sqrt{\frac{(B_k.U)^2}{4} - 4\zeta_{qk}^{\ 2}}} \qquad \text{Équation 85}$$

Pour obtenir l'équation des frontières de la seconde zone d'instabilité, Clément & Crémona [1996] recherchent de même une solution périodique de période T de l'équation 82 sous la forme :

$$q(t) = b_0 + \sum_{k=2,4,6}^{\infty} \left(a_k \sin\frac{k\Omega t}{2} + b_k \cos\frac{k\Omega t}{2} \right) \qquad \text{Équation 86}$$

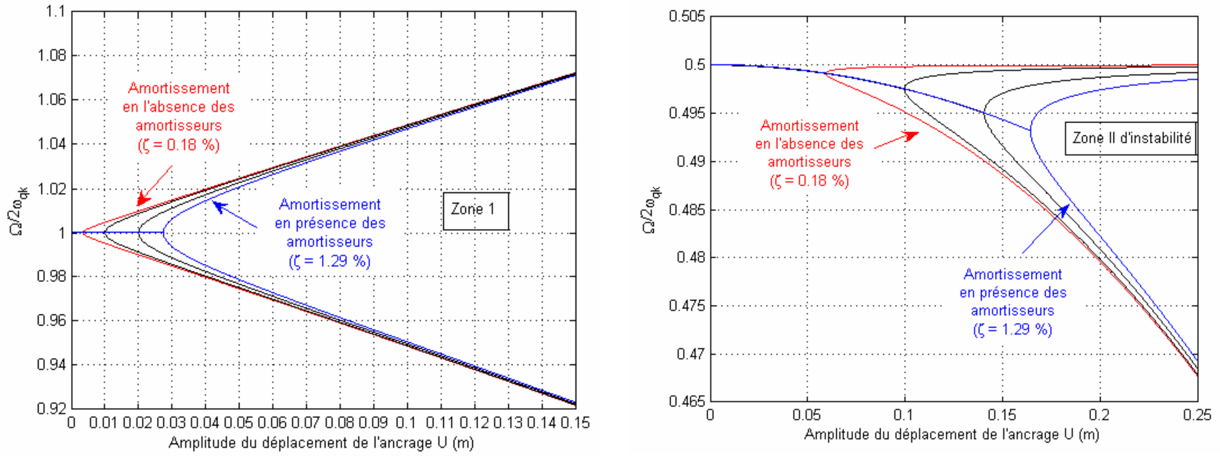
La condition d'annulation des termes constants et proportionnels à $\sin\Omega t$ et $\cos\Omega t$ conduit alors à la relation suivante :

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & \dfrac{B_k.U}{2} \\ 0 & 1-\dfrac{\Omega^2}{\omega_{qk}^{\ 2}} & -2\zeta_{qk}\dfrac{\Omega}{\omega_{qk}} \\ B_k.U & 2\zeta_{qk}\dfrac{\Omega}{\omega_{qk}} & 1-\dfrac{\Omega^2}{\omega_{qk}^{\ 2}} \end{vmatrix} = 0 \qquad \text{Équation 87}$$

Du fait des faibles valeurs de l'amortissement, l'équation des frontières de la deuxième zone d'instabilité s'écrit :

$$\frac{\Omega}{\omega_{qk}} = \sqrt{1 - \frac{(B_k.U)^2}{4} \pm \sqrt{\frac{(B_k.U)^4}{16} + \zeta_{qk}^{\ 2}\left((B_k.U)^2 - 4\right)}} \qquad \text{Équation 88}$$

La Figure 15 présente les 2 premières zones d'instabilité exprimées à partir des équations 85 et 88 dans le cas d'une excitation paramétrique du premier mode de vibration du hauban H3Q22 (dont les paramètres mécaniques sont présentés au Chapitre 4), pour différentes valeurs de l'amortissement structurel du câble. La Figure 15 montre en particulier que l'instabilité apparaît au-delà d'une valeur de l'amplitude du déplacement de l'ancrage qui dépend de l'amortissement intrinsèque du hauban. Ainsi il apparaît qu'une augmentation de l'amortissement ne supprime pas les zones d'instabilité; seule la valeur de l'amplitude du déplacement de l'ancrage nécessaire pour initialiser le phénomène est accrue.



a) b)

Figure 15. Frontières des deux première zones d'instabilité dans le cas d'une excitation paramétrique du premier mode de vibration du hauban H3Q22 du Pont de l'Iroise.

Inversement, si l'amortissement effectif du hauban est diminué pour certaines conditions de vent (sous l'effet d'un amortissement aérodynamique négatif), la sensibilité du hauban au phénomène d'excitation paramétrique est accrue : une oscillation, même faible, d'une des extrémités du câble peut alors conduire à des amplitudes de vibration importantes du hauban. Ce point sera abordé au Chapitre 7 de ce mémoire, où l'influence du phénomène de galop des câbles inclinés secs sur les interactions structure/hauban est étudié.
Le paragraphe suivant présente une expression analytique de l'amplitude du mouvement à l'intérieur de ces zones d'instabilité.

4.1.2. Amplitude des haubans soumis au phénomène d'excitation paramétrique

4.1.2.1. Amplitude dans la première zone d'instabilité

Des simulations numériques [Clément & Crémona 1996] ou un traitement par la méthode des échelles multiples [Achkire 1997] montrent que la non linéarité quadratique et le second membre de l'équation 61 ont un effet négligeable sur l'amplitude du mouvement dans cette zone principale d'instabilité. Pour l'étude de l'amplitude du mouvement à proximité cette zone d'instabilité, Clément & Crémona [1996] considèrent donc l'équation suivante (avec les notations de ce mémoire) :

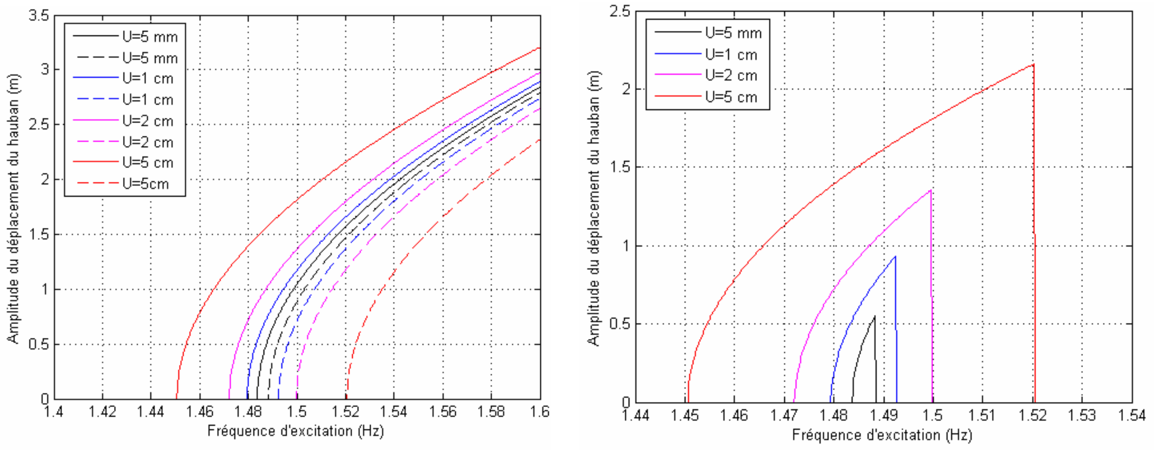
$$\ddot{q}_k + 2\zeta_{qk}\omega_{qk}.\dot{q}_k + \omega_{qk}^{\;2}\left[\left(1 + B_k.\Delta u.\cos(\Omega t)\right).q_k + E_{kk}.q_k^{\;3}\right] = 0 \qquad \text{Équation 89}$$

Notons que contrairement à Clément & Crémona [1996], nous considérons ici la coordonnée généralisée q_k du mode k du hauban, exprimée en mètres.

Les auteurs cherchent alors l'amplitude d'une solution stationnaire de la forme : $q(t) = a_0 + a_1 \sin\left(\frac{\Omega t}{2}\right) + b_1 \cos\left(\frac{\Omega t}{2}\right)$. En introduisant cette expression dans l'équation 89 et en imposant l'annulation des termes constants et proportionnels à $\sin\left(\frac{\Omega t}{2}\right)$ et $\cos\left(\frac{\Omega t}{2}\right)$, il apparaît que $a_0 = 0$, autrement dit le mouvement périodique limite se produit autour de l'équilibre statique, et que l'amplitude A du mouvement vérifie :

$$A^2 = \frac{4}{3E_{kk}}\left[\left(\frac{\Omega}{2\omega_{qk}}\right)^2 - 1 \pm \sqrt{\frac{(B_k.U)^2}{4} - 4\zeta_{qk}{}^2\left(\frac{\Omega}{2\omega_{qk}}\right)^2}\right] \qquad \text{Équation 90}$$

Le tracé de cette amplitude dans le diagramme fréquence-amplitude met en évidence un phénomène de saut avec l'apparition de deux branches : deux valeurs de l'amplitude existent pour une fréquence d'excitation donnée. La Figure 16 a illustre ce phénomène dans le cas du hauban H3Q22 du pont de l'Iroise (dont la première fréquence propre est de 0.74 Hz) pour différentes valeurs de l'amplitude U du mouvement de l'ancrage. Les études de la stabilité des solutions [Clément & Crémona 1996; Achkire 1997] montrent que c'est la courbe fréquence-amplitude de gauche qui reste stable. La Figure 16 b présente donc l'amplitude théorique ainsi obtenue dans la zone principale d'instabilité. Remarquons en particulier que l'amplitude de vibration du hauban soumis au phénomène d'excitation paramétrique peut être plus de cent fois supérieur au déplacement des ancrages.



a) b)

Figure 16. Estimation de l'amplitude du déplacement du hauban H3Q22 du pont de l'Iroise dans la principale zone d'instabilité paramétrique : (a) : Illustration du phénomène de saut, (b) : Représentation de la branche stable.

4.1.2.2. Amplitude dans la deuxième zone d'instabilité

De façon similaire mais en conservant cette fois le second membre de l'équation 61 et en cherchant une solution sous la forme : $q(t) = a_0 + a_1\cos(\Omega t) + b_1\sin(\Omega t)$, Clément & Crémona [1996] montrent que dans la Zone 2 $a_0 = -\frac{B_k.U.L}{3A^2E_{kk}+2}$, avec A l'amplitude du mouvement. Ainsi le mouvement périodique limite ne se produit pas autour de l'équilibre statique. Et l'équation qui caractérise l'amplitude de la solution stationnaire s'écrit :

$$-\frac{9E_{kk}^{\ 2}}{8}\omega^2 A^5+\left[\frac{3E_{kk}}{2}\left(\Omega^2-\omega_{qk}^{\ 2}\right)-\frac{3E_{kk}}{4}\omega_{qk}^{\ 2}\right]A^3+\left[\frac{3S.E_{kk}}{2}\right]A^2 + \left[\Omega^2-\omega_{qk}^{\ 2}+\frac{\left(B_k.U\right)^2}{2}.\omega_{qk}^{\ 2}\right]A+S=0 \qquad \text{Équation 91}$$

avec S = ($F_k - \Omega^2 G_k$).U (les paramètres F_k et G_k étant ceux intervenant dans l'équation 61).

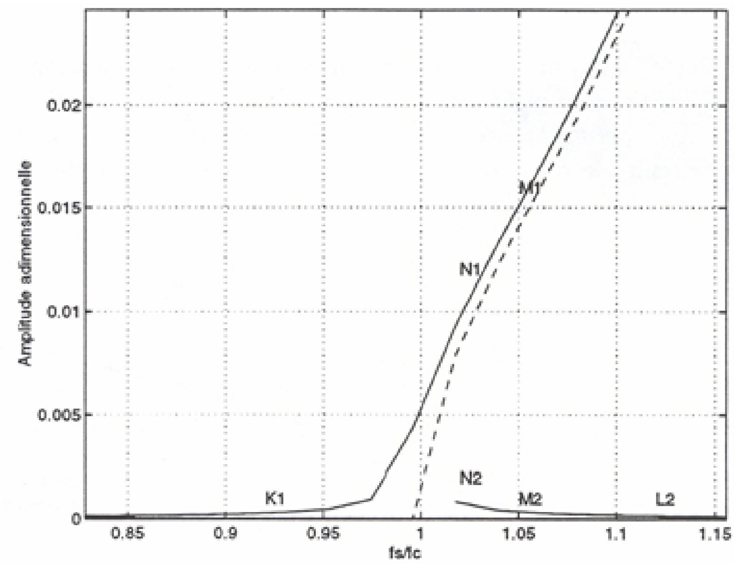


Figure 17. Illustration du phénomène de saut dans la deuxième zone d'instabilité.

Il apparaît alors un phénomène de saut sur la courbe de résonance (Fig. 17). Ce phénomène de saut se traduit par l'existence, pour une fréquence d'excitation donnée, de deux solutions stables possibles. Si la fréquence d'excitation reste stable, la solution à retenir dépendra des conditions initiales du mouvement : la réponse vibratoire du hauban convergera vers la solution stable la plus proche.

Les paragraphes précédents ont donc introduit les 2 cas principaux d'excitation paramétrique classique, c'est-à-dire lorsque le hauban est sollicité par un seul mode de structure à la fois. Pour compléter cette présentation, le paragraphe suivant évoque enfin le cas d'une excitation du hauban par deux modes de l'ouvrage simultanément.

4.2. Excitation paramétrique par combinaison

Dans les paragraphes précédents et dans la plupart des études du phénomène d'excitation paramétrique, les extrémités du hauban sont supposées osciller à une même fréquence. Néanmoins sur un ouvrage, plusieurs modes de la structure peuvent être excités simultanément. Ainsi il se peut que le tablier et le pylône oscillent à des pulsations Ω_1 et Ω_2 différentes. Ce cas a été étudié par Labeeuw [1990] en considérant l'équation simplifiée suivante d'un mode de hauban (déduite par simplification de l'équation 61) :

$$\ddot{q}_k+2\zeta_{qk}\omega_{qk}.\dot{q}_k+\omega_{qk}^{\ 2}.q_{qk}=F_1\cos(\Omega_1 t)+F_2\cos(\Omega_2 t+\phi) -\omega_{qk}^{\ 2}B_k.\left(\Delta u_1.\cos(\Omega_1 t)+\Delta u_2.\cos(\Omega_2 t+\phi)\right).q_k \qquad \text{Équation 92}$$

où F_1 et F_2 représentent l'amplitude des deux composantes de l'excitation de la structure et φ leur déphasage.

En première approximation, en négligeant les termes de couplage entre le mouvement du hauban et celui des ancrages, le mouvement du hauban est de la forme :

$$q_0(t) = Q_1.\cos(\Omega_1 t) + Q_2.\cos(\Omega_2 t + \phi) \qquad \text{Équation 93}$$

En introduisant cette expression dans le terme de couplage (terme d'excitation paramétrique) de l'équation 92, il apparaît alors des termes en $\cos(2\Omega_1 t)$, $\cos(2\Omega_1 t+2\varphi)$, $\cos((\Omega_1+\Omega_2)t+\varphi)$ et $\cos((\Omega_1-\Omega_2)t-\varphi)$ dans le second membre. D'après les paragraphes précédents, ces deux derniers termes peuvent alors conduire à une instabilité paramétrique du hauban relative à la Zone 1 (la plus dangereuse car la plus large) si :

$$\omega_{qk} = \frac{\Omega_1 + \Omega_1}{2} \qquad \text{Équation 94}$$

ou :

$$\omega_{qk} = \frac{\Omega_1 - \Omega_1}{2} \qquad \text{Équation 95}$$

Ces phénomènes d'excitation paramétrique par combinaison seront approfondis au Chapitre 7 pour tenter d'expliquer la mise en vibration des haubans du Pont de l'Iroise par le mouvement simultané du tablier, excité par le vent, et du pylône, sollicité par le trafic.

5. Bilan

Ce premier chapitre a donc introduit les principales caractéristiques mécaniques des haubans de pont (masse linéique, tension statique, module d'Young effectif, paramètre d'Irvine …) qui conditionnent leur comportement vibratoire. L'exemple des haubans du Pont de l'Iroise a permis de donner un ordre de grandeur de ces différents paramètres. Ainsi ce chapitre a pointé une première cause d'origine mécanique à la sensibilité au vent des haubans de pont, à savoir leur faible amortissement intrinsèque (jusqu'à 10 fois inférieur à celui du reste de la structure).

D'autre part, le comportement dynamique des haubans de pont est celui de câbles très tendus, présentant un rapport poids-tension très faible (paramètre d'Irvine $\lambda^2 \ll 1$). Dans ce contexte ce chapitre a montré que la déformée statique d'un hauban peut être supposée parabolique et que ses modes propres de vibration peuvent être assimilés à ceux d'une corde vibrante.
Sous ces hypothèses, les équations du mouvement, qui seront utilisées dans la suite de ce mémoire, ont été introduites. Elles mettent en évidence des couplages linéaires et non linéaires avec le reste de la structure (par l'intermédiaire du mouvement des ancrages), qui peuvent conduire à une instabilité des câbles. Ainsi ce chapitre a évoqué les phénomènes de mise en mouvement indirecte des haubans de pont par le vent : lorsque le tablier ou le pylône oscille à une fréquence égale ou deux fois supérieure à celle du hauban, ce dernier est en particulier soumis à une excitation dite paramétrique, pouvant conduire à des vibrations de

grande amplitude. L'éventualité d'une telle instabilité devra être considérée au Chapitre 4, lors de l'étude des vibrations des haubans du Pont de l'Iroise.
Cependant les câbles de haubanage sont exposés directement aux conditions climatiques et le vent a une action directe sur eux. Le chapitre suivant aborde donc l'aérodynamique des cylindres à section circulaire et les phénomènes associés, à l'origine de la mise en vibration des haubans de pont. Le Chapitre 2 doit donc permettre par la suite (Chapitre 4), en complément de ce premier chapitre, d'élaborer un diagnostic relatif aux phénomènes éventuellement responsables de la mise en vibration des haubans du Pont de l'Iroise.

Chapitre 2 : Actions du vent sur les structures et mise en vibration des haubans de pont

Le présent chapitre aborde les effets du vent sur les haubans de pont. Il introduit les paramètres intervenant dans la caractérisation du vent sur un site donné, et définit les efforts induits sur les structures. Les différents mécanismes à l'origine des vibrations de câbles sont également développés, avec pour objectif leur identification au Chapitre 4, dans l'analyse du comportement vibratoire des haubans du Pont de l'Iroise. La présentation des différents phénomènes aérodynamiques intervenant dans l'excitation des haubans par le vent s'étend des plus généraux, auxquels est potentiellement soumis tout corps plongé dans l'écoulement, aux plus particuliers, associés aux caractéristiques de l'écoulement autour d'un cylindre à section circulaire dans le régime d'écoulement dit « critique ».

Le Chapitre 1 insistait sur le fait que le très faible amortissement structurel des haubans de pont était partiellement responsable de leur grande sensibilité au vent. L'un des objectifs de ce chapitre est de montrer en quoi les variations des forces aérodynamiques dans le régime critique, dans lequel se situent les haubans de pont pour des vitesses de vent usuelles, constituent une autre explication à l'apparition de vibrations de grande amplitude.

1. Définition et modélisation du vent

Avant d'aborder dans les parties suivantes les actions induites par le vent sur les structures et en particulier sur les haubans de pont, les paragraphes suivants introduisent les paramètres permettant de caractériser le vent sur un site donné. Nous verrons que ces paramètres ont une influence sur les phénomènes à l'origine de la mise en vibration des haubans de pont. L'objectif de cette partie est en particulier d'introduire la notion de turbulence atmosphérique et de définir les paramètres permettant de la caractériser sur le site d'un pont.

1.1. Couche limite atmosphérique et notion de turbulence

Près du sol, les forces de frottement sur le sol rugueux réduisent la vitesse moyenne du vent et créent la turbulence, c'est-à-dire les fluctuations spatiales et temporelles de la vitesse du vent. Ces effets de frottement sur le sol se manifestent de quelques centaines de mètres à quelques kilomètres d'altitude selon la vitesse du vent et la rugosité du terrain, au sein de la couche de l'atmosphère appelée couche limite atmosphérique. Les frottements sont alors d'autant plus importants que la rugosité du site est grande et que la hauteur au-dessus du sol est faible. Au sein de cette couche limite, la vitesse du vent croît avec l'altitude [AFGC 2002].

L'analyse de la densité spectrale de puissance du vent sur une longue période montre que la vitesse du vent peut être considérée comme un processus stationnaire sur une période de dix minutes à une heure environ. La Figure 18 présente un spectre typique de la vitesse sur une période prolongée [Van der Hoven 1957]. Quatre pics apparaissent nettement : le premier et le troisième correspondent respectivement aux phénomènes météorologiques annuels et journaliers. Le second pic, plus large, correspond à une période de quatre jours et représente la durée moyenne des épisodes de vent. Enfin le quatrième pic correspond à de petites périodes de l'ordre de la minute. Notons l'absence de composante spectrale entre 10 minutes et quelques heures, ce qui est le signe d'une absence de corrélation entre les phénomènes micro et macro-météorologiques. Le vent peut donc être considéré comme un processus stationnaire à l'échelle de la dizaine de minutes (pendant cette période, les propriétés statistiques du vent restent sensiblement identiques).

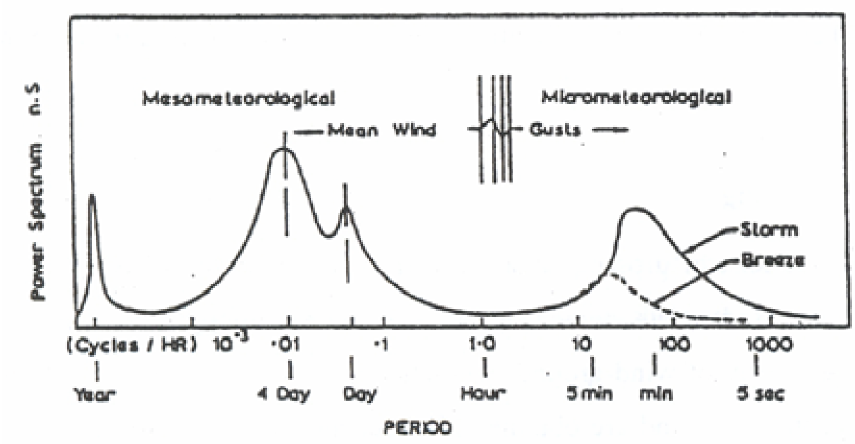


Figure 18. Spectre classique de la vitesse du vent sur une longue période.

Il convient alors de distinguer deux échelles de variation dans le temps de la vitesse du vent :
- une variation lente, qui correspond à celle du champ de pression atmosphérique,
- une variation rapide, qui correspond à la turbulence atmosphérique.

Remarquons que la turbulence atmosphérique est à distinguer de la turbulence de sillage, introduite dans la partie 2 de ce chapitre, qui fait référence aux perturbations introduites dans l'écoulement par la présence d'un obstacle.

La vitesse instantanée du vent en un point P, {V(P,t)} peut alors être décomposée en la somme d'une valeur moyenne {U(P)}, calculée sur une période de 10 minutes à une heure, et d'une partie fluctuante {V'(P,t)} :

$$\{V(P,t)\} = \{U(P)\} + \{V'(P,t)\} = \begin{Bmatrix} U(P) \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} u(P,t) \\ v(P,t) \\ w(P,t) \end{Bmatrix} \qquad \text{Équation 96}$$

avec : - u(P,t), la composante de la turbulence dans la direction du vent (supposée horizontale),
- v(P,t), la composante horizontale perpendiculaire à la direction moyenne du vent,

- w(P,t), la composante verticale.

Le paragraphe suivant est consacré à la caractérisation et à la modélisation de la vitesse moyenne du vent U(P) sur un site.

1.2. Vitesse moyenne du vent

Dans la couche limite atmosphérique, la vitesse moyenne U du vent croît avec l'altitude du fait de l'effet de rugosité. Les lois les plus couramment utilisées pour modéliser la variation de la vitesse moyenne en fonction de l'altitude sont le modèle en puissance et le modèle logarithmique.

Le modèle empirique en puissance permet de décrire simplement l'évolution de la vitesse moyenne du vent en fonction de l'altitude sur un terrain de rugosité homogène. Le modèle est décrit par l'équation suivante :

$$U(z)=\left(\frac{z}{z_1}\right)^{\alpha}.U(z_1) \qquad \text{Équation 97}$$

avec U(z) et $U(z_1)$ les vitesses moyennes aux altitudes z et z_1, et α un paramètre fonction de la rugosité du sol. Des valeurs de α tirées de l'Eurocode [2000] sont présentées dans le Tableau 2. Ce modèle sera particulièrement utile pour déterminer la valeur de la vitesse moyenne du vent au niveau du tablier ou à mi-hauteur des haubans du Pont de l'Iroise à partir des mesures réalisées au sommet du pylône.

Le modèle logarithmique permet quant à lui de comparer les données météorologiques aux valeurs de la vitesse moyenne du vent mesurées sur un site proche. Ce modèle est défini par la relation suivante :

$$U(z)=\begin{cases} U_{ref}.k_T(z_0).\ln\left(\dfrac{z}{z_0}\right) & pour\ z > z_{\min} \\ U_{ref}.k_T(z_0).\ln\left(\dfrac{z_{\min}}{z_0}\right) & pour\ z < z_{\min} \end{cases} \qquad \text{Équation 98}$$

avec z_0 la longueur de rugosité, z_{min} la hauteur minimum en dessous de laquelle la vitesse moyenne du vent est supposée constante, k_t un paramètre dépendant de la rugosité du site et U_{ref} la vitesse moyenne de référence correspondant aux conditions de mesure conventionnelles, indépendantes des conditions réelles du site (moyenne sur 10 minutes à une hauteur de 10 mètres, en site plat avec une rugosité de type « rase campagne, aéroport »). Des exemples de valeurs des paramètres z_0 et k_t définis dans l'Eurocode sont présentés dans le Tableau 2.

Ce modèle logarithmique servira au Chapitre 4 pour la comparaison des valeurs moyennes de la vitesse du vent mesurée au sommet du pylône H3 du Pont de l'Iroise et des valeurs fournies par la station météorologique de l'aéroport Guipavas à Brest.

Classes de rugosité	**α**	**z_0 (m)**	**k_T (z_0)**
1. Mer, lacs et plans d'eau parcourus par le vent sur une distance d'au moins 5 km	0.10	0.005	0.16
2. Rase campagne, avec ou non quelques obstacles isolés (arbres, bâtiments …), aéroports	0.15	0.05	0.189
3. Campagne avec des haies, vergers, petits bois, bocage, habitat dispersé	/	0.20	0.21
4. Zone urbanisée, industrielle ou forestière	0.25	0.75	0.23
5. Zones urbaines dont au moins 15 % de la surface est occupée par des bâtiments de hauteur moyenne supérieure à 15 m	0.35 à 0.40	2.00	0.25

Tableau 2. Classes de rugosité selon le document d'application nationale français de l'Eurocode.

A titre d'exemple le site du Pont de l'Iroise appartient à la classe de rugosité 1 (rugosité de type mer). La Figure 19 présente alors l'évolution de la vitesse moyenne du vent évaluée grâce aux modèles en puissance et logarithmique en fonction de l'altitude, pour une vitesse de référence U_{ref} = 10 m/s. Les vitesses de vent sont supposées égales pour les 2 modèles à une hauteur de 10 mètres.

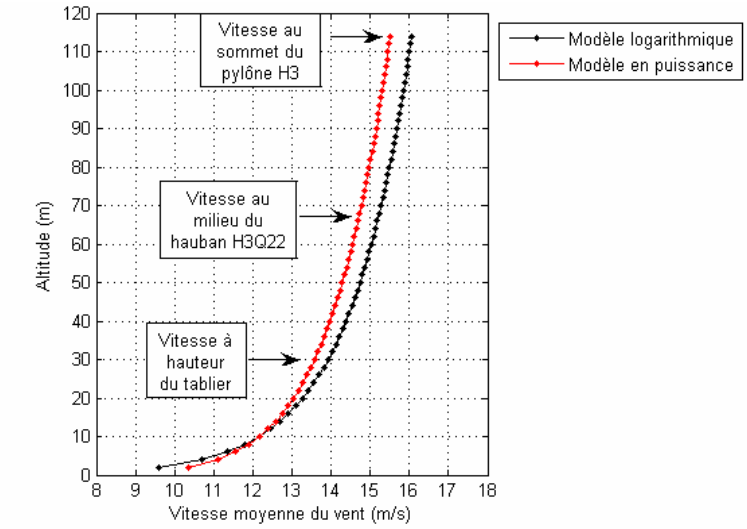


Figure 19. Comparaison du modèle en puissance et du modèle logarithmique d'évolution de la vitesse moyenne du vent en fonction de l'altitude sur le site du Pont de l'Iroise.

1.3. Caractérisation temporelle et spatiale des composantes fluctuantes de la vitesse

Il s'agit ici d'introduire les paramètres permettant la description de la turbulence atmosphérique sur un site donné. Les caractéristiques de la turbulence atmosphérique doivent généralement être considérées dans l'étude du comportement au vent des structures pour plusieurs raisons.

- Les structures rigides subissent des forces variant dans le temps, dont les fluctuations sont dues en partie à la turbulence atmosphérique.
- Dans le cas des structures flexibles, telles que les haubans de pont, les fluctuations de vitesse peuvent conduire à des effets de résonance non négligeables.
- Enfin, en partie du fait de la turbulence, la vitesse n'est pas homogène, à un instant t, sur la longueur de la structure. Nous verrons donc que la turbulence atmosphérique tend généralement à diminuer l'impact des phénomènes aérodynamiques sur le comportement des ouvrages.

La turbulence atmosphérique doit ainsi être caractérisée dans le domaine temporel, dans le domaine fréquentiel et dans le domaine spatial.

1.3.1. Caractérisation temporelle

Les composantes de la turbulence sont des processus stochastiques et une description statistique est nécessaire. Ainsi les intensités de turbulence de la vitesse sont usuellement exprimées à partir de l'écart type sur une période de 10 minutes à une heure du processus temporel. Les intensités de turbulence dans la direction du vent, perpendiculairement et dans la direction verticale sont données respectivement par :

$$I_i = \frac{\sigma_i}{U} \qquad \text{Équation 99}$$

avec avec i = u, v ou w et σ_u, σ_v, σ_w les écarts types des composantes de la vitesse du vent. A titre d'exemple, le Tableau 3 présente des valeurs d'intensités de turbulence mesurées relatives à un vent de mer [CSTB 1988] et à un vent de campagne [CSTB 1990].

Type de vent	I_u	I_v	I_w
Mer	0.090	0.075	0.050
Campagne	0.145	0.120	0.080

Tableau 3. Exemples de valeurs d'intensités de turbulence mesurées à 65 m de hauteur [CSTB 1988, 1990].

Les valeurs d'intensités de turbulence relatives à un vent de mer présentées dans le Tableau 3 ont été mesurées sur le tablier du Pont de Saint-Nazaire [CSTB 1988]. Ces valeurs ont en particulier été utilisées pour la simulation des vents d'ouest lors des essais en soufflerie consacrés la caractérisation de la turbulence sur le site du Pont de l'Iroise avant sa construction [CSTB 1989 b]. Elles seront reprises dans la partie 4.2. de ce chapitre pour l'estimation de la réponse des haubans du pont à la turbulence.

1.3.2. Caractérisation fréquentielle

La densité spectrale $S_i(n)$ décrit la répartition fréquentielle de la composante i de la turbulence (i = u, v ou w) et vérifie :

$$\sigma_i^2 = \int_0^\infty S_i(n)dn \qquad \text{Équation 100}$$

L'excitation, par la composante i de la turbulence, de la fréquence propre n de la structure est alors d'autant plus grande que la densité spectrale $S_i(n)$ sera grande.
Il existe plusieurs formulations pour la densité spectrale, parmi lesquelles celles de von Karman, définies par [AFGC 2002] :

$$S_u(n) = \frac{\sigma_u^2}{n} \frac{4\chi_u}{\left(1 + 70.7\chi_u^2\right)^{5/6}} \qquad \text{Équation 101}$$

$$S_i(n) = \frac{\sigma_i^2}{n} 4\chi_i \frac{1 + 188.4 \times (2\chi_i)^2}{\left[1 + 70.7 \times (2\chi_i)^2\right]^{11/6}}, \text{ i = v ou w} \qquad \text{Équation 102}$$

avec $\chi_i = \dfrac{nl_i^x}{U(z)}$. Les coefficients l_i^x correspondent à des échelles de turbulence, obtenues en ajustant la fonction de von Karman au spectre issu des mesures de la turbulence. La Figure 20 donne un exemple de spectres de von Karman correspondant aux échelles de turbulence mesurées sur le site du Pont de l'Iroise avant sa construction [CSTB 1989 a], et résumées dans le Tableau 4 du paragraphe suivant.

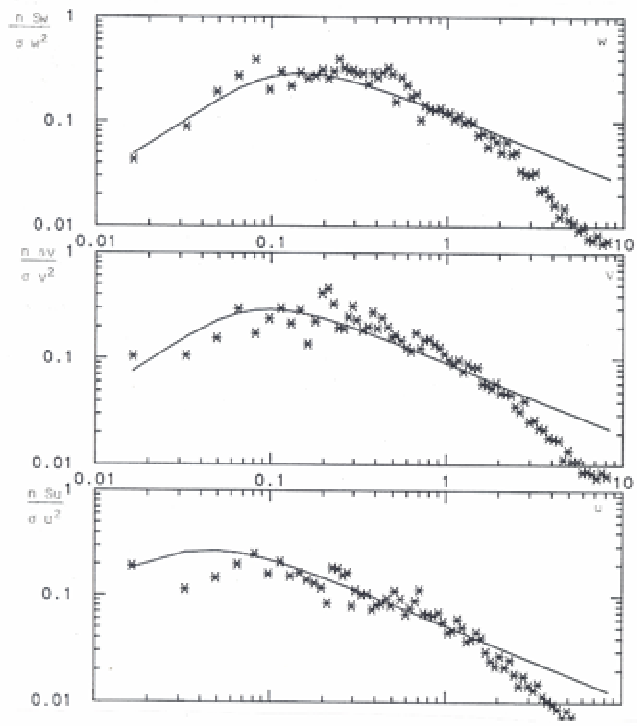


Figure 20. Densités spectrales de von Karman des trois composantes w,v, u mesurées sur le site du Pont de l'Iroise pour un vent mer-ville (259° par rapport au nord). Z = 58 m, U = 12 m/s [CSTB 1989 a].

Sur la Figure 20, les mesures correspondent aux croix; les traits continus sont le résultat des formulations de von Karman.

1.3.3. Caractérisation spatiale et spectre de la turbulence

La turbulence doit également être caractérisée dans l'espace. En première approximation, elle peut être vue comme l'enchevêtrement de tourbillons de tailles diverses entraînés par le vent moyen [AFGC 2002]. La dimension moyenne de ces tourbillons est de l'ordre de la centaine (ou de la fraction de centaine) de mètres et est caractérisée par les échelles de turbulence, définies comme les longueurs de corrélation moyennes à une hauteur z donnée par rapport au sol :

$$L_i^j(z) = \int_0^\infty R_i(z, \Delta j).d\Delta j \qquad \text{Équation 103}$$

avec i = u, v ou w, j = x, y ou z et où $R_i(z,\Delta j)$ est la fonction de corrélation spatiale de la composante i de la vitesse dans la direction j. Des expressions simplifiées permettant de calculer les échelles de turbulence sont proposées dans l'Eurocode [2000]. A titre d'exemple, le Tableau 4 présente quelques valeurs d'échelles de turbulence mesurées pour un vent de mer à 60 mètres de hauteur [CSTB 1988 ; AFGC 2002] et un vent de campagne à 40 mètres [CSTB 1990 ; AFGC 2002]. En particulier, les valeurs des échelles de turbulence données dans le Tableau 4 pour un vent de mer correspondent aux mesures réalisées sur le site du Pont de l'Iroise avant sa construction [CSTB 1989 a], complétées par celles réalisées sur le Pont de Saint-Nazaire [CSTB 1988]. Ces valeurs sont reprises dans la partie dans la partie 4.2. de ce chapitre pour l'estimation de la réponse des haubans du Pont de l'Iroise à la turbulence.

Type de vent	L_u^x (m)	L_u^y (m)	L_u^z (m)	L_v^x (m)	L_v^y (m)	L_v^z (m)	L_w^x (m)	L_w^y (m)	L_w^z (m)
Mer	220	85	40	100	95	30	60	35	20
Campagne	100	50	40	45	40	30	30	20	20

Tableau 4. Exemples de valeurs d'échelles de turbulence mesurées à 65 m de hauteur [CSTB 1988 ; AFGC 2002].

Les fluctuations de la vitesse instantanée du vent ne sont ni égales, ni synchrones sur la longueur de la structure étudiée. Cependant statistiquement, entre deux points, ces variables ne sont pas totalement indépendantes. Les fonctions de cohérence décrivent ainsi les corrélations spatiales dans le domaine fréquentiel. Elles permettent, d'une certaine façon, de qualifier la dimension spatiale des tourbillons qui excitent une fréquence propre donnée de la structure. L'interprétation de la turbulence comme le passage en un point d'un enchevêtrement de tourbillons de différentes tailles permet de comprendre que les plus petits tourbillons correspondent aux fluctuations de vitesse les plus rapides (donc aux fréquences les plus élevées) et que ces fluctuations sont peu corrélées dans l'espace. Ainsi la fonction de cohérence a une allure d'exponentielle décroissante et peut être modélisée par l'expression suivante :

$$Coh_i(r_0, r_0 + \Delta r, n) = \exp\left(-C_i^r \frac{n}{U} \Delta r\right) \qquad \text{Équation 104}$$

où C_i^r est le coefficient de décroissance de la composante i = u, v ou w dans la direction r = x, y ou z, obtenu à partir des mesures de turbulence sur le site considéré. Le Tableau 5 donne quelques exemples de valeurs des coefficients de cohérence. Les valeurs relatives à la cohérence latérale (C_i^y avec i = u, v ou w) pour un vent de mer ont été mesurées sur le Pont de Saint-Nazaire [CSTB 1988] et seront utilisées pour le calcul de la réponse des haubans du Pont de l'Iroise à la turbulence dans la partie 4.2. de ce chapitre.

Type de vent	C_u^y	C_u^z	C_v^y	C_v^z	C_w^y	C_w^z
Mer	11	11	4.5	4.5	12	12
Campagne	10	10	5	5	10	10

Tableau 5. Exemples de valeurs des coefficients de cohérence latéraux et verticaux mesurées à 65 m de hauteur pour un vent de mer [CSTB 1988] et un vent de campagne [AFGC 2002].

2. Actions du vent sur les structures

Dans cette partie, il s'agit de présenter les caractéristiques principales de l'écoulement autour d'une structure. Les forces aérodynamiques sont également introduites, ainsi que la typologie des différentes excitations fluides. La notion d'aéroélasticité est en particulier abordée et illustrée par l'exemple du phénomène de galop de Den Hartog des câbles haute tension gelés.

2.1. Structures rigides, structures flexibles

L'étude du comportement au vent d'une structure dépend de son caractère flexible ou rigide.

Dans le cas d'une structure rigide (exemple des bâtiments de faible hauteur), dont les fréquences naturelles de vibrations sont très élevées par rapport au spectre du vent présenté dans le paragraphe précédent, le comportement au vent est abordé d'un point de vue statique. Ainsi l'étude se limite aux configurations correspondant aux distributions de pression les plus défavorables.

Dans le cas des structures flexibles, dont les haubans de pont étudiés dans cette thèse sont un exemple, la prise en compte des parties dynamiques de la réponse est indispensable, car ce type de structures présente des fréquences propres de vibration correspondant potentiellement aux composantes énergétiques du vent. Si la structure étudiée est particulièrement flexible et que l'amplitude de la réponse est suffisamment importante pour que le mouvement modifie les caractéristiques de l'écoulement autour de la structure, les effets dits « aéroélastiques » doivent alors être pris en compte et le problème devient non linéaire.

2.2. Ecoulement autour d'une structure et efforts induits

2.2.1. Equation de Bernoulli

Une structure subit les pressions aérodynamiques exercées par l'écoulement. Ces pressions variables dépendent de la vitesse de l'écoulement et de la pression statique. Ces deux grandeurs caractéristiques de l'écoulement sont reliées entre elles par les équations de Navier Stokes et de Bernoulli dans le cas d'un fluide non visqueux.

Les équations de Navier Stokes dans le cas d'un fluide incompressible présentant une viscosité dynamique μ ($\mu_{air} \approx 0.00018$ g.cm^{-1}.s^{-1}) constante au sein de l'écoulement s'écrivent :

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = \rho F_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \sum_{j=1}^{3} \frac{\partial^2 u_i}{\partial {x_k}^2} \qquad \text{Équation 105}$$

avec u_i (i = 1, 2, 3) les composantes de la vitesse du vent dans les 3 directions, ρ la densité de l'air (ρ = 1.23 kg.m^{-3}), F_i les composantes des forces volumiques (par exemple la gravité) dans les 3 directions et p la pression statique dans le volume d'air considéré.

Dans le cas d'un fluide non visqueux, en supposant les forces volumiques négligeables et en supposant que le repère est orienté de telle façon que $u_1 = |u|$, l'intégration de l'équation 105 conduit à l'équation de Bernoulli :

$$\frac{1}{2}\rho . u^2 + p = c \qquad \text{Équation 106}$$

avec u la vitesse de l'écoulement le long d'une ligne de courant et c une constante. Le terme $\frac{1}{2}\rho . u^2$ est appelé pression dynamique.

2.2.2. Ecoulement autour d'une structure : définitions

Dans la pratique, à l'effet d'inertie de l'écoulement d'air, il faut rajouter un effet visqueux (qui n'intervient pas dans l'équation de Bernoulli). Ainsi, l'écoulement d'air à la surface de la structure crée une couche limite. Cette couche correspond à une zone dans laquelle l'écoulement reste en contact avec la surface de l'obstacle et où il est retardé. Ce retard décroît lorsque l'on s'éloigne de la surface : la couche limite se caractérise donc par un gradient de vitesse à la paroi. Un décollement de couche limite peut se produire lorsque les particules fluides dans la couche limite sont suffisamment décélérées par les forces visqueuses pour que l'écoulement à la surface soit inversé. Le rapport entre l'effet visqueux et l'effet d'inertie de l'écoulement d'air est alors un indicateur du type d'écoulement et du type de phénomène aérodynamique susceptibles d'apparaître. La relation entre ces deux effets est représentée par le nombre de Reynolds :

$$R_e = \frac{UD}{\nu} \qquad \text{Équation 107}$$

avec υ = 15.10^{-6} m²/s (υ = μ/ρ) la viscosité cinématique de l'air. Pour de petites valeurs de R_e les effets visqueux prédominent, tandis que les effets d'inertie sont les plus forts pour des vitesses de vent importantes.

Selon Zdravkovich [Zdravkovich 1997] la région dans laquelle l'écoulement est perturbé par la présence d'un cylindre disposé perpendiculairement à l'écoulement se divise en 4 zones représentées sur la Figure 21 :

(i) une zone étroite dans laquelle l'écoulement est retardé, appelée région d'arrêt (ou *stagnation region* en anglais)
(ii) 2 couches limites (ou *boundary layers*) attachées à la surface du cylindre
(iii) 2 régions de part et d'autre du cylindre où l'écoulement est déplacé et accéléré
(iv) une région à l'aval du câble, appelée sillage, où l'écoulement est décollé de la surface du cylindre.

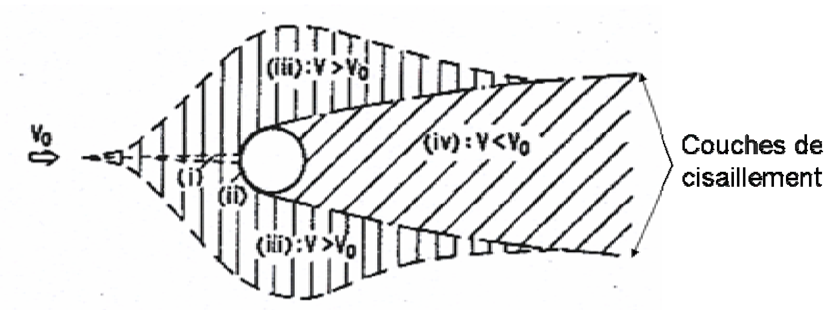


Figure 21. Régions affectées par la présence du cylindre dans l'écoulement [ESDU 1980].

Les couches limites autour du cylindre sont composées d'une zone dans laquelle le gradient de pression est dans la direction du vent, suivie d'une petite région dans laquelle le gradient est inversé avant le décollement. Les couches limites décollées se prolongent sous la forme de couches de cisaillement libres qui bordent le proche sillage du câble.

2.2.3. Efforts exercés par le vent sur une structure

La pression de l'air en un point d'une structure est traditionnellement présentée sous la forme d'un coefficient de pression adimensionnel :

$$C_p = \frac{p - p_{stat}}{\frac{1}{2}\rho U^2} \qquad \text{Équation 108}$$

De la même façon les coefficients de force de traînée (*drag* en anglais) C_D dans la direction du vent et de portance C_L (*lift* en anglais) perpendiculairement (Fig. 22) sont définis par :

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho U^2 S} \qquad \text{Équation 109}$$

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho U^2 S} \qquad \text{Équation 110}$$

avec F_D la force de traînée, F_L la force de portance et S une surface de référence. Lorsque les efforts sont étudiés dans un contexte bidimensionnel, nous considérons les forces par unité de longueur et la surface S est remplacée dans les formules 109 et 110 par une longueur de référence B. Dans le cas des haubans de pont, cette longueur de référence est prise égale au diamètre du câble.

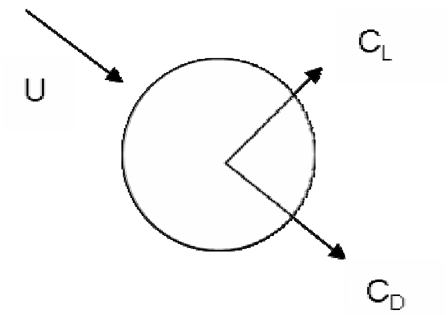


Figure 22. Représentation de la traînée et de la portance dans le cas d'un cylindre.

Ces coefficients aérodynamiques dépendent fortement de la section au vent de la structure, ainsi que du nombre de Reynolds. Dans le cas des haubans de pont, dont le profil est circulaire, cette sensibilité des coefficients aérodynamiques vis-à-vis du nombre de Reynolds est particulièrement marquée et est à l'origine de plusieurs phénomènes responsables de leur mise en vibration. Ce point est abordé dans la suite de ce chapitre.

2.3. Effets de turbulence, effets de signature, effets aéroélastiques et approche quasi-stationnaire

2.3.1. Typologie des efforts induits par le vent

Les sollicitations induites par l'écoulement sur une structure peuvent être de 3 types :

- les excitations extérieures et effets de la turbulence atmosphérique : dans la couche limite atmosphérique, le vent n'est pas uniforme et les fluctuations de vitesse de l'écoulement (qui correspondent à la turbulence atmosphérique présentée au début de ce chapitre) peuvent conduire à des résonances de la structure
- les excitations de signature ou de sillage : les pressions et les efforts résultants varient dans le temps du fait de la formation de structures tourbillonnaires en aval de l'obstacle
- les excitations aéroélastiques : lorsque la structure se déplace dans l'écoulement, les efforts effectivement perçus sont alors modifiés par la vibration.

Les excitations de signature et les excitations aéroélastiques peuvent de plus être combinées. Néanmoins dans de nombreux cas ces deux types de sollicitations sont supposées indépendantes en se plaçant dans le cadre d'une approche quasi-stationnaire.

2.3.2. Approche quasi-stationnaire des phénomènes aéroélastiques

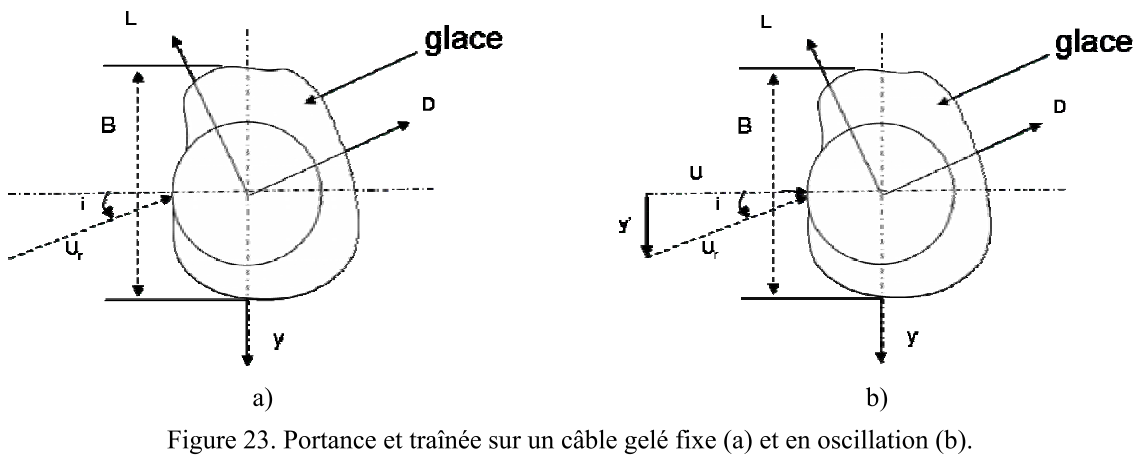
L'approche quasi-stationnaire repose sur l'hypothèse que l'écoulement se comporte comme s'il ne voyait pas le mouvement de la structure. Autrement dit, les forces exercées sur la structure en mouvement à un instant t sont supposées égales aux forces exercées sur la structure immobile dans la même configuration. Cette hypothèse est valide lorsque les fluctuations de vitesses dans le voisinage de la structure sont nettement plus rapides que les oscillations, autrement dit lorsque la fréquence réduite $k_r = \frac{B}{U}.f$ (avec B la dimension de la structure dans la direction du vent, U la vitesse du vent et f la fréquence de vibration de la structure) reste petite.

L'approche quasi-stationnaire permet en particulier d'appréhender le risque de mise en vibration de structures à partir de mesures en soufflerie sur des modèles statiques. Cette approche sera ainsi largement utilisée dans le Chapitre 6 pour l'interprétation des mesures de pression en soufflerie à la surface d'un cylindre incliné (Chapitre 5), dans le but de mettre en évidence les éventuelles zones d'instabilité. Cette méthode ne permet cependant pas de prévoir le comportement de la structure si les amplitudes de vibrations deviennent importantes.

2.4. Exemple de phénomène aéroélastique : le galop de Den Hartog

Pour illustrer la notion d'aéroélasticité, ce paragraphe introduit le phénomène de galop de Den Hartog, responsable de l'instabilité, dans la direction perpendiculaire à l'écoulement, de certaines structures dont la section n'est pas symétrique par rapport au vent incident. Plusieurs cas de galop de câbles de télécommunications gelés ont ainsi été recensés [Den Hartog 1932 ; Lilien 1997]. Nous verrons en fin de chapitre que l'une des interprétations actuelles du phénomène de galop des câbles inclinés secs étudié dans cette thèse est une généralisation du galop de Den Hartog. L'un des objectifs de ce doctorat est donc de vérifier cette hypothèse. Dans ce contexte, le modèle de galop sec développé au Chapitre 6 sur la base de mesures en soufflerie sera comparé au phénomène présenté dans le paragraphe suivant.

L'expérience a montré qu'une approche quasi-stationnaire permet une description analytique satisfaisante du phénomène de galop de Den Hartog [Simiu & Scanlan 1996].



a) b)

Figure 23. Portance et traînée sur un câble gelé fixe (a) et en oscillation (b).

Notons i l'angle d'attaque et U_r la vitesse du vent dans un plan contenant une section de structure, supposée fixe dans un premier temps (Fig. 23 a). La composante moyenne de la traînée F_D et de la portance F_L s'écrivent alors :

$$F_D(i) = \frac{1}{2}\rho U_r^{\,2} B C_D(i) \qquad \text{Équation 111}$$

$$F_L(i) = \frac{1}{2}\rho U_r^{\,2} B C_L(i) \qquad \text{Équation 112}$$

Et la projection de ces composantes dans la direction vérifie :

$$F_y(i) = \frac{1}{2}\rho U^2 B C_{F_y}(i) \qquad \text{Équation 113}$$

avec $U = U_r \cos(i)$ et $C_{F_y}(i) = -[C_L(i) + C_D(i)\tan(i)]\cos(i)$.

En considérant maintenant que la structure oscille dans la direction y perpendiculaire à l'écoulement de vitesse U (Fig. 23 b), la vitesse relative de l'écoulement par rapport au corps en mouvement est :

$$U_r = \left(U^2 + \dot{y}^2\right)^{\frac{1}{2}} \qquad \text{Équation 114}$$

Et l'angle d'attaque est alors donné par :

$$i = \arctan\left(\frac{\dot{y}}{U}\right) \qquad \text{Équation 115}$$

En notant m la masse du câble et ω sa pulsation propre, l'équation du mouvement peut s'écrire de façon classique :

$$m\left[\ddot{y} + 2\zeta\omega\dot{y} + \omega^2 y\right] = F_y \qquad \text{Équation 116}$$

L'hypothèse de quasi-stationnarité revient alors à dire que les forces exercées par l'écoulement ne sont pas modifiées par le mouvement de la structure.

Par ailleurs, en supposant que le mouvement est de faible amplitude, $i \cong \frac{\dot{y}}{U} \cong 0$. D'où :

$$F_y \cong \left.\frac{\partial F_y}{\partial i}\right|_{i=0} i \qquad \text{Équation 117}$$

Or : $\left.\frac{dC_{F_y}}{di}\right|_{i=0} = -\left(\frac{dC_L}{di} + C_D\right)_0$. L'équation du mouvement se réécrit donc :

$$m\left[\ddot{y} + 2\zeta\omega\dot{y} + \omega^2 y\right] = -\frac{1}{2}\rho U^2 B\left(\frac{dC_L}{di} + C_D\right)_0 \frac{\dot{y}}{U}$$ Équation 118

L'amortissement global c_{tot} du système est alors la somme de l'amortissement structurel c_s et d'un terme proportionnel à la vitesse du cylindre, appelé amortissement aérodynamique c_a :

$$c_{tot} = c_s + c_a$$ Équation 119

avec $c_s = 2m\zeta\omega$ et $c_a = \frac{1}{2}\rho UB\left(\frac{dC_L}{di} + C_D\right)_0$.

Ainsi, le critère de Glauert-Den Hartog donnant une condition nécessaire pour l'instabilité de galop est :

$$\frac{dC_L}{di} + C_D < 0$$ Équation 120

Notons d'ores et déjà que le phénomène de galop de Den Hartog ne peut a priori pas conduire à la mise en vibration des haubans de pont, dont la section est symétrique par rapport au vent incident ($\frac{dC_L}{di} = 0$ en l'absence de glace).

Les paragraphes précédents ont donc introduit les forces aérodynamiques exercées sur une structure dans l'écoulement et ont donné un premier exemple classique d'instabilité aérodynamique. Il s'agit désormais de présenter les particularités de l'aérodynamique des cylindres à section circulaire, à l'origine de phénomènes de vibrations de grande amplitude des haubans de pont.

3. Aérodynamique des cylindres à section circulaire et écoulement autour d'un hauban de pont

Les haubans de pont sont constitués d'armatures en acier (fils ou torons) qu'il convient de protéger de la corrosion. Ainsi les armatures sont traditionnellement insérées dans des gaines qui confèrent au hauban un profil de cylindre à section circulaire (Fig. 24).

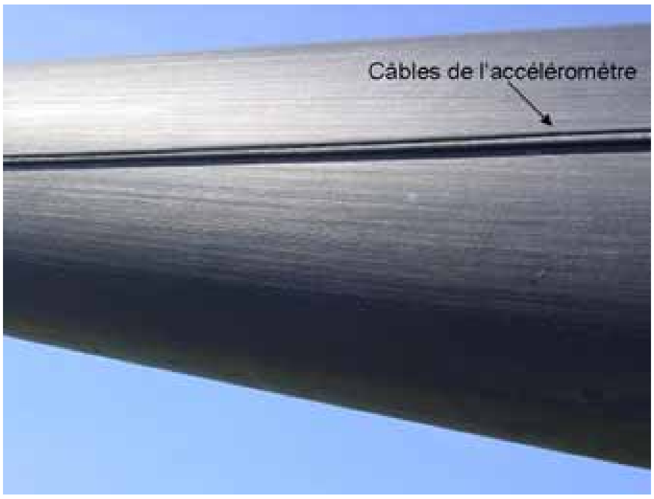


Figure 24. Gaine des haubans du Pont de l'Iroise.

Cette partie présente les principales caractéristiques de l'aérodynamique des cylindres à section circulaire en développant le cas d'un cylindre lisse placé perpendiculairement à un écoulement uniforme. Cet exemple correspond au cas le plus étudié et le seul pour lequel la plupart des propriétés aérodynamiques sont aujourd'hui connues. L'influence sur ces propriétés aérodynamiques de différents paramètres relatifs à la configuration réelle des haubans de pont sur site est ensuite abordée.

3.1. Perturbations de l'écoulement par la présence d'un cylindre et particularité des profils arrondis

Lorsqu'un écoulement passe une structure ou que cette structure se déplace dans un fluide au repos, l'écoulement autour de l'obstacle est modifié, comme il a été expliqué dans le paragraphe 2.2.2. de ce chapitre. La région dans laquelle l'écoulement est affecté par la présence de la structure varie alors selon sa forme, sa taille et son orientation vis-à-vis de l'écoulement. Les structures non profilées, dont font partie la plupart des structures étudiées en génie civil, se comportent différemment selon qu'elles présentent des arêtes vives (exemple des tabliers de pont) ou des formes arrondies (exemple des haubans de pont).

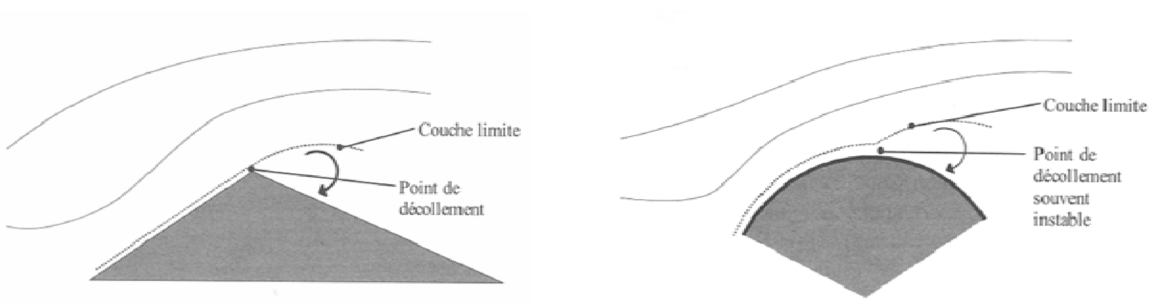
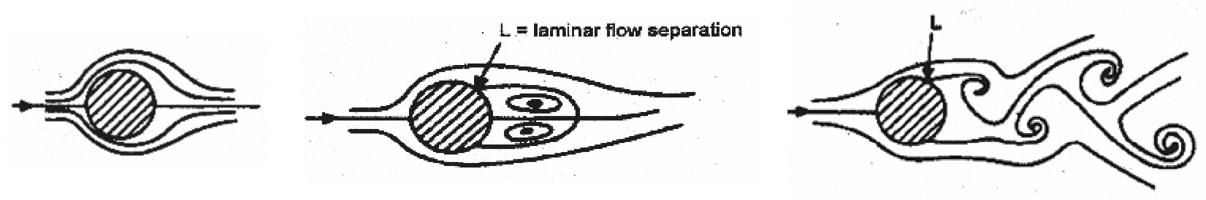


Figure 25. Décollement d'une couche limite sur une arête (a) et sur une surface courbe (b).

A la différence de structures à arêtes vives pour lesquelles les décollements interviennent au niveau des arêtes (Fig. 25 a), les points de décollement sont instables sur une section arrondie et tout particulièrement dans le cas d'une section circulaire (Fig. 25 b): le point de décollement peut alors se déplacer dans la zone décollée en fonction du régime d'écoulement. Le rapport entre l'effet visqueux et l'effet d'inertie de l'écoulement d'air, représenté par le nombre de Reynolds, est un indicateur du type d'écoulement et du type de phénomène aérodynamique susceptibles d'apparaître. Ainsi la particularité première de l'aérodynamique des haubans de pont, et des cylindres à section circulaire de façon générale, développée dans les paragraphes suivants, est la variabilité de leurs propriétés aérodynamiques vis-à-vis du régime d'écoulement et donc du nombre de Reynolds.

3.2. Transitions de l'écoulement autour d'un cylindre à section circulaire en fonction du nombre de Reynolds

La notion de turbulence présentée dans ce paragraphe correspond à la turbulence dite de sillage, introduite par la présence du hauban dans l'écoulement. Elle est donc à différencier de la turbulence atmosphérique, définie dans la première partie de ce chapitre.
D'après les études de Reynolds la transition entre un écoulement laminaire et un écoulement turbulent est régie par le nombre adimensionnel R_e qui porte son nom et défini au paragraphe 2.2.2. Selon Zdravkovich [1997], la transition entre écoulement laminaire et écoulement turbulent autour d'un cylindre se caractérise par une succession de transitions intervenant dans différentes régions : le sillage (transition notée TrW), les couches de cisaillement (transition notée TrSL) et les couches limites (transition notée TrBL). Selon l'Engineering Sciences Data Unit [ESDU 1980], différents régimes d'écoulement autour d'un cylindre à section circulaire peuvent ainsi être observés.



a) b) c)

Figure 26. Ecoulement laminaire en contact avec le cylindre pour R_e<5 (a), formation d'une paire de tourbillons attachés pour 5< R_e <40 (b) et apparition du phénomène de détachement tourbillonnaire pour 40< R_e <150 (c).

Pour R_e < 5 : l'écoulement est totalement laminaire et reste en contact avec la surface du cylindre (Fig. 26 a). Pour $R_e \approx 5$, l'écoulement se décolle à l'arrière du cylindre et il se forme une paire de tourbillons attachés. Pour des valeurs supérieures de R_e, les tourbillons s'allongent (Fig. 26 b) et le sillage laminaire devient plus instable jusqu'à la formation, pour R_e = 30-40, d'une rue de tourbillons, dits de von Karman, qui se décollent périodiquement de chaque côté du cylindre avec une fréquence qui augmente avec R_e (Fig. 26 c) : le cylindre est alors soumis au phénomène de détachement tourbillonnaire.

a) b)

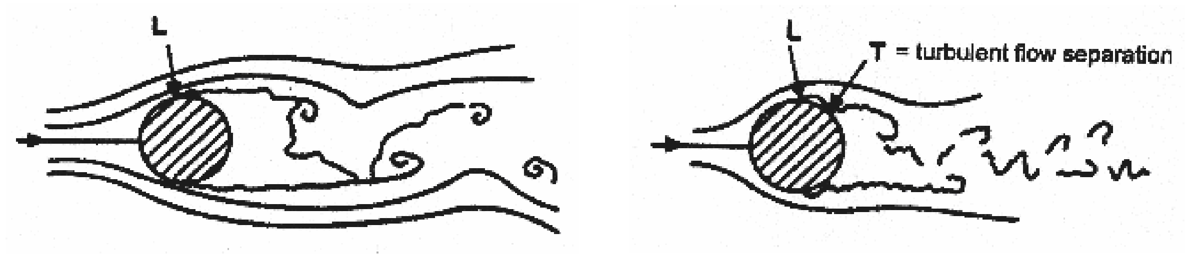
Figure 27. Transitions intervenant dans le régime subcritique : transition TrW dans le sillage (a) et transition TrSL dans le couches de cisaillement (b). (L : laminar, T : turbulent, Tr : transition, S : separation)

Les deux premières transitions (TrW et TrSL) se manifestent successivement pour R_e compris entre 150 et 10^5. Le régime d'écoulement est alors dit subcritique. La turbulence se développe et se propage progressivement dans le sillage, mais les couches de cisaillement libres bordant le proche sillage du cylindre restent dans un premier temps laminaires (transition TrW), comme schématisé sur la Figure 27 a. Puis la zone de transition migre vers les points de décollement le long des couches de cisaillement (transition TrSL), comme illustré sur la Figure 27 b. Le détachement tourbillonnaire devient alors moins régulier et les points de décollement des couches limites laminaires migrent vers l'avant du câble. La valeur du coefficient de traînée étant conditionnée par les pressions négatives dans le sillage du hauban, cette migration des points de décollement vers l'avant du cylindre conduit à un élargissement du sillage, qui se traduit par une valeur de C_D relativement élevée, de l'ordre de 1.2.

a) b)

Figure 28. Transition TrBL intervenant dans le régime critique : migration de la turbulence de l'écoulement dans les couches limites (L : laminar, T : turbulent, Tr : transition, S : separation).

Pour $R_e > 10^5$, la transition d'un écoulement laminaire vers un écoulement turbulent atteint les couches limites (transition TrBL) pour une valeur de R_e qui dépend de la rugosité du cylindre et du taux de turbulence de l'écoulement à l'amont (Fig. 28). Nous parlons alors de régime d'écoulement critique. Les couches limites turbulentes peuvent résister plus longtemps à un gradient de pression opposé à l'écoulement. Ainsi les couches limites décollées ont tendance à se recoller à l'arrière du cylindre, formant ainsi des bulles localisées d'écoulement laminaire et décalant brusquement le point de décollement principal vers l'arrière du câble. Le sillage plus étroit conduit alors à une chute rapide du coefficient de traînée C_D (de 1.2 à 0.27 pour un cylindre lisse). Aucune période principale pour le détachement tourbillonnaire n'est observée. La Figure 29 schématise cette transition TrBL en comparant l'écoulement autour du cylindre dans le régime subcritique (Fig. 29 a) et le régime critique (Fig. 29 b).



a) b)

Figure 29. Sillage turbulent dans le régime subcritique pour $150< R_e <3.10^5$ (a) et recollement et apparition des bulles laminaires dans le régime critique pour $3.105< R_e <10^6$ (b).

La transition vers un écoulement turbulent se décale ensuite vers l'avant du câble pour des valeurs supérieures de R_e et le point de décollement principal suit ce mouvement. Nous parlons de régime supercritique. La taille des bulles laminaires diminue alors progressivement jusqu'à disparaître pour R_e de l'ordre de 3.10^6 selon l'état de surface et le taux de turbulence de l'écoulement à l'amont du cylindre. Du fait du mouvement vers l'avant du câble du point de décollement turbulent, le sillage s'élargit à nouveau, ce qui conduit à une augmentation de C_D vers une valeur de 0.55 pour un cylindre lisse. A partir de $R_e \approx 3.10^6$, le mouvement du point de décollement turbulent devient moins sensible aux variations de la vitesse du vent. Un détachement tourbillonnaire périodique réapparaît (Fig. 30). Enfin pour $Re > 10^7$, dans le cas d'un cylindre lisse, l'écoulement autour du cylindre devient presque entièrement turbulent et la distribution de pression est quasiment indépendante de R_e. C'est le régime hypercritique.

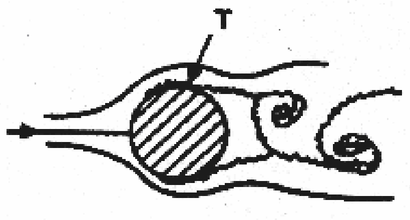


Figure 30. Couches limites turbulentes dans le régime supercritique pour $R_e > 3.10^6$ (T : turbulent).

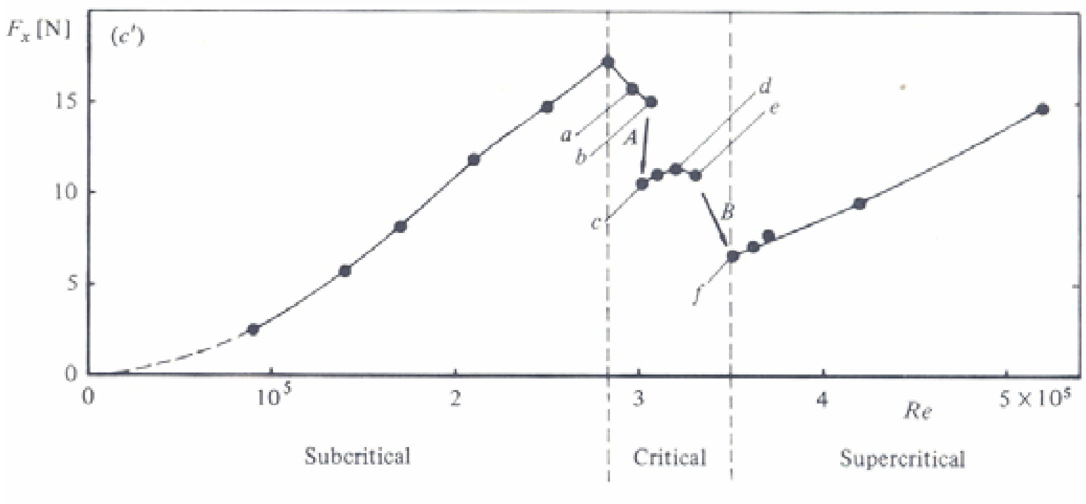
Ce paragraphe a donc permis de mettre en évidence la sensibilité aux variations du nombre de Reynolds du coefficient de traînée des cylindres à section circulaire. Cette sensibilité est particulièrement prononcée lors de la transition intervenant dans les couches limites dans le régime critique. Le paragraphe suivant revient sur les principales propriétés de ce régime d'écoulement, auquel les haubans de ponts sont soumis pour des vitesses de vent usuelles et qui est le siège de plusieurs phénomènes, présentés dans la partie 4 de ce chapitre, à l'origine de leur mise en vibration. Les développements suivants seront particulièrement importants pour l'interprétation des résultats des mesures en soufflerie réalisées au cours de ce doctorat pour l'étude du phénomène de galop sec (Chapitre 5).

3.3. Le régime critique

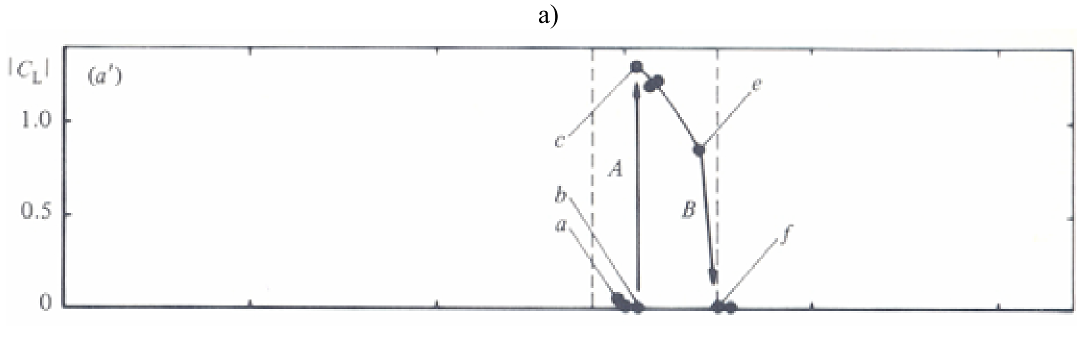
Pour des vitesses de vent usuelles, entre 8 et 15 m/s environ, l'écoulement autour d'un hauban de pont se situe entre les régimes subcritique et critique, et les propriétés présentées dans ce paragraphe jouent un rôle important dans les phénomènes à l'origine des vibrations de grande amplitude. Les phénomènes de chute de traînée, de mise en mouvement des haubans sous l'action conjointe du vent et de la pluie et de galop sec, présentés en fin de chapitre, sont trois exemples d'instabilités directement liées aux variations importantes des coefficients aérodynamiques d'un cylindre à section circulaire entre les régimes subcritique et critique.

La transition entre le régime subcritique et le régime critique correspond à la transition TrBL présentée dans le paragraphe précédent, durant laquelle la transition d'un écoulement laminaire vers un écoulement turbulent atteint les couches limites [Zdravkovich 1997]. D'après la partie 2 de ce chapitre, un décollement de couche limite peut se produire à la surface d'une structure lorsque les particules fluides dans la couche limite sont suffisamment décélérées par le gradient de pression adverse, lié aux forces visqueuses à la surface de l'obstacle, pour que l'écoulement à la surface soit inversé. Or les couches limites turbulentes autour d'un cylindre ont un moment supérieur aux couches limites laminaires et elles résistent ainsi plus longtemps au gradient de pression opposé à l'écoulement. Le régime critique est ainsi marqué par le recollement de ces couches limites à l'arrière du cylindre avant le second décollement turbulent, conduisant à la formation de bulles laminaires de part et d'autre du cylindre et au décalage rapide des points de décollement principaux à l'arrière du cylindre. Comme nous l'avons vu précédemment, ce phénomène conduit à une diminution du sillage, associée à une nette chute du coefficient de traînée C_D, qui est la caractéristique principale du régime critique des cylindres circulaires. Cette chute de traînée (ou *drag crisis* en anglais), illustrée sur la Figure 31 a, est d'ailleurs à l'origine d'un phénomène du même nom, responsable de la mise en mouvement des cylindres dans la direction de l'écoulement.

Les transitions intervenant dans le régime critique au sein des couches limites (transitions TrBL mentionnées dans le paragraphe 3.2.) peuvent en fait être décomposées en 2 phases principales d'après Zdravkovich [1997] et Larose & Zan [2001]. En effet du fait de petites différences entre les deux côtés du cylindre, dues par exemple à des irrégularités de surface, un état stable intermédiaire se manifeste tout d'abord avec la formation d'une bulle laminaire sur l'un des côtés (régime TrBL1), puis pour un nombre de Reynolds légèrement supérieur, la deuxième bulle apparaît (régime TrBL2). La dissymétrie de distribution de pression induite par la formation d'une seule bulle laminaire dans le régime TrBL1 engendre l'apparition d'un coefficient de portance C_L, qui s'annule durant la phase TrBL2 (Fig. 31). Schewe [1983] précise que l'état intermédiaire (noté c sur la Fig. 31) atteint après la transition TrBL1 est bistable, le signe du coefficient de portance dépendant du côté du cylindre où se forme la bulle laminaire.



a)



b)

Figure 31. Evolution de la force de traînée (a) et du coefficient de portance (b) dans le régime critique [Schewe 1983].

Par ailleurs ces transitions ont un effet sur le phénomène de détachement tourbillonnaire. Pour des valeurs du nombre de Reynolds inférieures à 2.10^5, le détachement tourbillonnaire est régulier, bien corrélé sur la longueur du cylindre. Lorsque la première bulle laminaire se forme, le sillage le sillage devient plus étroit et le détachement tourbillonnaire est moins cohérent. Avec la formation de la deuxième bulle laminaire le détachement tourbillonnaire devient très faible et peu corrélé sur la longueur du cylindre.

Il est important de noter que ces caractéristiques dépendent fortement du taux de turbulence du vent et de la rugosité de surface, qui ont tendance à décaler le régime critique vers des vitesses de vent plus faibles. De plus ces propriétés, obtenues pour un vent soufflant perpendiculairement à un câble horizontal, évoluent dans le cas d'un hauban de pont incliné et orienté par rapport au vent. Cette configuration a en effet pour conséquence de complexifier la nature de l'écoulement autour du câble. L'inclinaison et l'orientation du câble semblent d'ailleurs avoir une grande influence sur les phénomènes les moins bien compris à ce jour, en particulier le galop des câbles inclinés secs.

3.4. Paramètres influant sur le régime critique des haubans de pont

3.4.1. Influence de la rugosité du cylindre

Le fait d'augmenter la rugosité de surface du câble a pour effet d'augmenter l'épaisseur de la couche limite et de provoquer la transition vers un écoulement turbulent à l'arrière du cylindre pour des valeurs plus faibles du nombre de Reynolds [Barré & Barnaud 1993]. Ainsi, si la rugosité ne modifie pas de façon significative le coefficient de traînée pour des valeurs du nombre de Reynolds inférieures à 3.10^4, pour des valeurs de R_e supérieures, la force qui s'exerce sur la couche limite au contact de la surface étant plus importante que dans le cas d'un cylindre lisse, le décollement intervient pour un nombre de Reynolds plus faible. L'augmentation de la rugosité du cylindre a donc pour effet de diminuer la valeur de $R_{e,crit}$ correspondant au nombre de Reynolds pour lequel le coefficient de traînée vérifie $C_D = 0.8$.
De plus, une surface rugueuse a tendance à décélérer davantage l'écoulement à la paroi qu'une surface lisse, ce qui conduit à un détachement des couches limites plus proche du point d'arrêt. La conséquence est la formation d'un sillage plus large et donc d'un coefficient de traînée plus important.
L'effet de la rugosité est caractérisé par le paramètre λ_R, ratio entre la valeur de R_e pour le cylindre lisse et la valeur de R_e correspondant à une même valeur de C_D pour le cylindre étudié (Fig. 32). λ_R est fonction du rapport ε / D où ε est une mesure de l'épaisseur moyenne de la rugosité de surface et D le diamètre du cylindre [ESDU 1980].

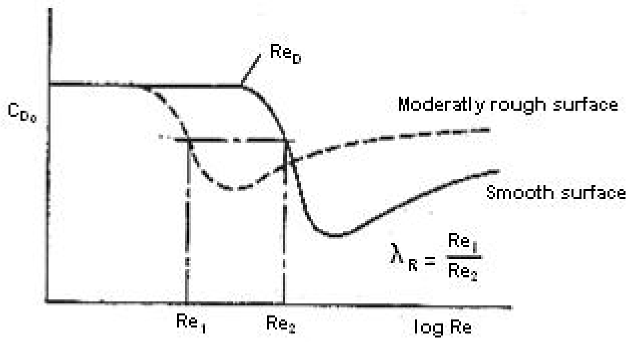


Figure 32. Influence de la rugosité de surface sur le coefficient de traînée.

3.4.2. Influence de la turbulence atmosphérique

L'effet d'une augmentation de la turbulence est également de décaler régime critique vers des valeurs plus faibles du nombre de Reynolds. Mais cela ne modifie quasiment pas les valeurs du coefficient de traînée à la fin du régime subcritique et au début du supercritique (Fig. 33). Ainsi la turbulence n'a d'influence qu'à proximité du régime critique : si le nombre de Reynolds se situe dans le régime subcritique à la limite du critique, une augmentation de la turbulence peut conduire à une chute brutale de la traînée.

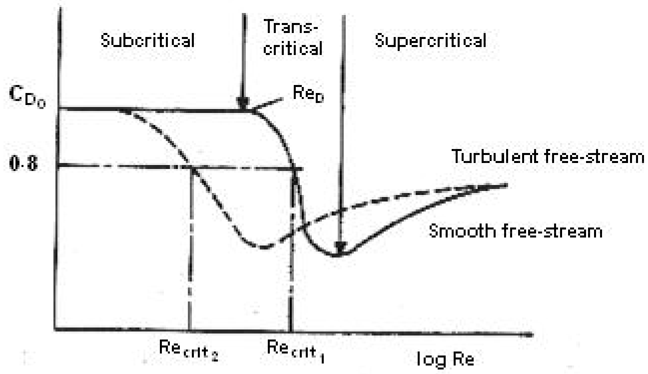


Figure 33. Influence de la turbulence de l'écoulement à l'amont du cylindre sur le coefficient de traînée.

Pour une rugosité donnée, l'effet de la turbulence est caractérisé par le facteur λ_T. Il est alors possible de définir un nombre de Reynolds équivalent $R_{e,équivalent}$ qui caractérise de façon plus générale le comportement aérodynamique des câbles :

$$R_{e,équivalent} = \lambda_R \lambda_T R_e \qquad \text{Équation 121}$$

Notons par ailleurs que Larose et al. [2005] ont récemment montré que la turbulence atmosphérique conditionnait l'apparition des zones de recollement associées au régime TrBL1 dans le régime critique. La Figure 34 montre ainsi que le coefficient de portance caractéristique de la présence d'une bulle laminaire d'un côté du cylindre dans le régime

TrBL1 est significatif pour une intensité de turbulence de 2.5 %, mais tend à disparaître totalement pour une intensité de turbulence de 11 %.

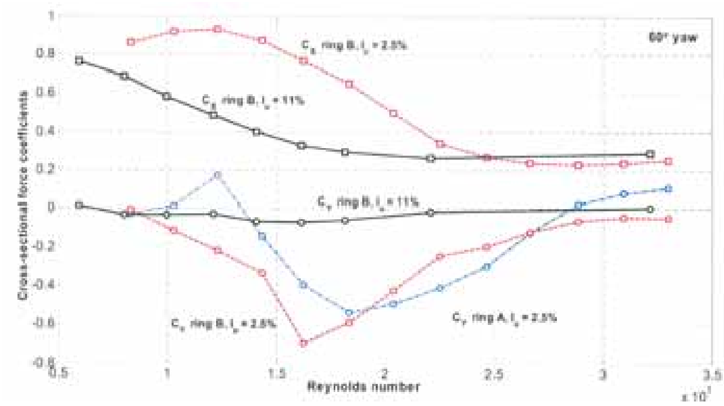


Figure 34. Influence de la turbulence atmosphérique sur le régime TrBL1 [Larose et al. 2005].

3.4.3. Influence de l'orientation et de l'inclinaison du hauban

La position d'un hauban de pont par rapport à la direction du vent est traditionnellement décrite par deux angles définis sur la Figure 35 :

- l'inclinaison par rapport à l'horizontale α,
- l'orientation par rapport au vent, ou yaw angle, β.

La convention courante est alors de prendre β = 0 pour un vent soufflant perpendiculairement à la nappe de haubans et β > 0 pour un vent soufflant « sous le câble » (correspondant au cas de la Figure 35).

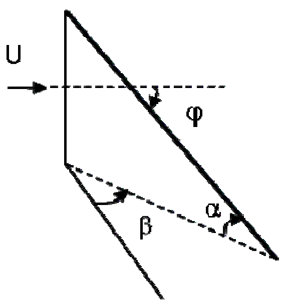


Figure 35. Définition des angles d'inclinaison α, d'orientation β et de l'angle vent-axe du hauban φ.

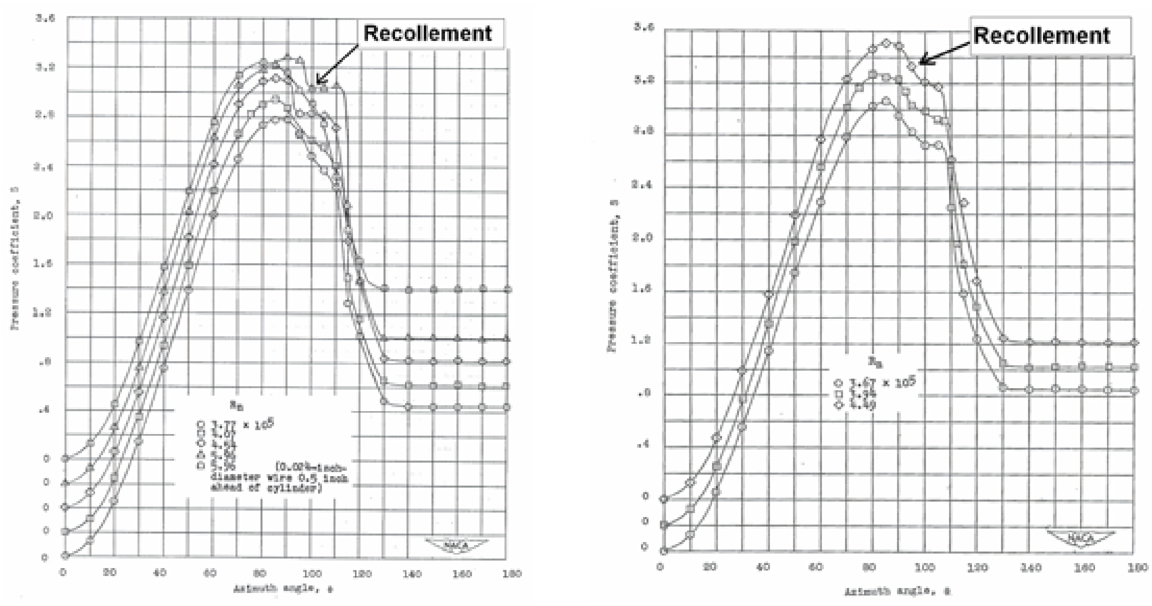
L'hypothèse couramment admise est que l'écoulement autour du hauban ne dépend que de l'angle φ, défini sur la Figure 35, entre la direction du vent et l'axe du hauban. Ainsi, certains essais [Cheng et al. 2003 a-b] ont été réalisés avec des inclinaisons α supérieures à celles des haubans de pont sur site, mais en modifiant β pour conserver un angle φ significatif. Néanmoins dans les essais réalisés au cours de ce doctorat, l'inclinaison réelle des haubans de pont sur site a été respectée, pour s'affranchir de tout biais associé à une influence éventuelle de l'inclinaison sur l'écoulement. Selon Carassale et al. [2005 a-b], l'angle φ est lié aux angles α et β par la relation :

$$\cos(\phi) = \cos(\alpha)\sin(\beta) \qquad \text{Équation 122}$$

La plupart des études sur l'aérodynamique des cylindres à section circulaire a été réalisée pour un vent soufflant perpendiculairement à l'axe du cylindre. Les études destinées à un approfondissement des connaissances relatives à l'écoulement autour de cylindres inclinés ($\alpha \neq 0$) et/ou orientés par rapport au vent ($\beta \neq 0$) sont encore récentes [Larose et al. 2003, 2005], et destinées en particulier à la compréhension du phénomène de galop des câbles inclinés sec, à laquelle les essais en soufflerie réalisés au cours de ce doctorat et présentés aux Chapitres 5 et 6 sont consacrés.

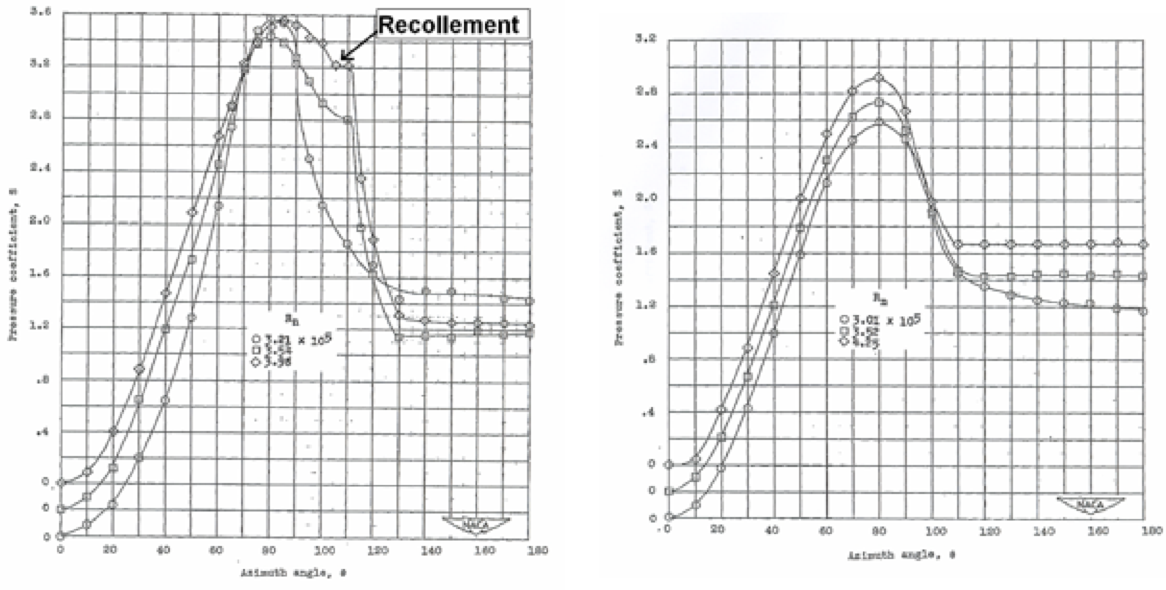
Néanmoins, une étude menée par Bursnall et Loftin [1951] a permis de dégager quelques caractéristiques de l'écoulement autour de cylindres orientés par rapport au vent dans le cas d'un écoulement très peu turbulent (0.05 % d'intensité de turbulence). Les Figures 36-37 présentent la distribution de pression autour d'un cylindre horizontal dans le régime critique (pour différentes valeurs du nombre de Reynolds R_n calculé à partir de la composante de la vitesse perpendiculaire à l'axe du cylindre) en fonction de l'angle φ (ici $\varphi = 90 - \beta$).

Dans le cas du cylindre perpendiculaire à l'écoulement ($\varphi = 90°$), un « plateau » de pression négative apparaît juste après le point de pression minimum pour $R_n = 4.54\times10^5$ et $R_n = 5.96\times10^5$, caractéristique du recollement de couche limite associé au régime TrBL présenté dans les paragraphes précédents (Fig. 36 a). Ce plateau disparaît pour des valeurs supérieures de R_n. Les Figures 36 b et 37 a-b montrent que la région de recollement est moins marquée lorsque φ décroît et que les bulles laminaires disparaissent totalement pour $\varphi \leq 45°$.



a) b)

Figure 36. Distribution de pression à la surface du cylindre dans le régime critique pour φ=90° (a) et φ=75° (b).

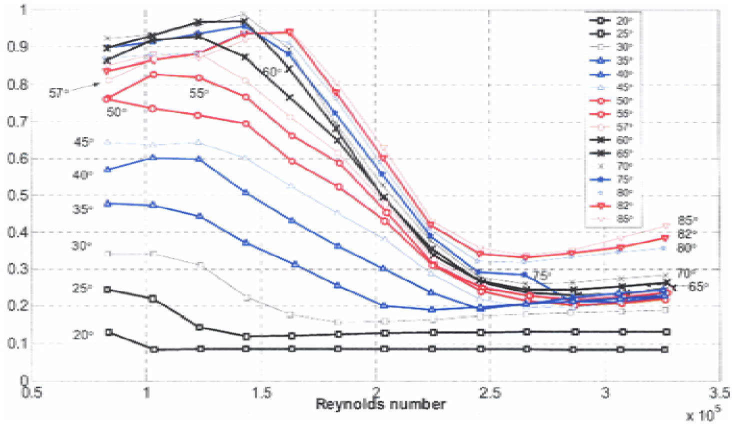


a) b)

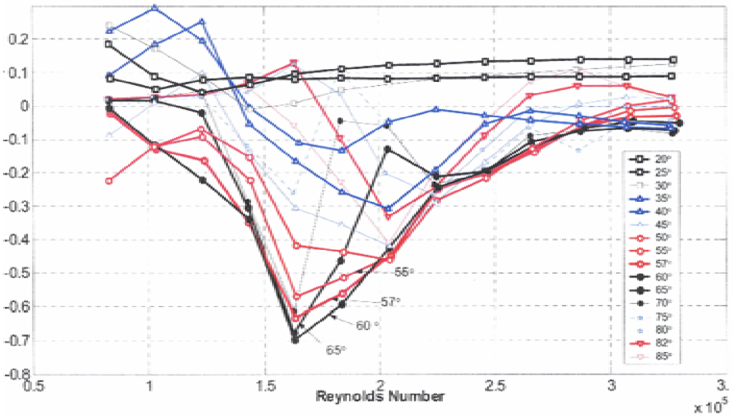
Figure 37. Distribution de pression à la surface du cylindre dans le régime critique pour φ=60° (a) et φ=45° (b) [Bursnall & Loftin 1951].

Ces résultats sont confirmés par les essais plus récents réalisés par Larose et al. [2005]. La Figure 38 b montre que le coefficient de portance associé au régime TrBL1 (formation d'une bulle laminaire d'un côté du cylindre) est particulièrement important pour un angle φ de l'ordre de 60°. Nous verrons à la fin de ce chapitre que c'est pour cette valeur de φ que le galop des câbles inclinés secs a été récemment mis en évidence [Cheng et al. 2003 a].

Une des explications à l'évolution des caractéristiques de l'écoulement autour d'un cylindre en fonction de l'angle φ peut reposer sur la présence d'une composante de l'écoulement dans l'axe du câble pour un cylindre incliné et/ou orienté par rapport au vent (Fig. 39) [Matsumoto et al. 1990]. Ainsi plusieurs études [Jones 1947 ; Sears 1948 ; Wild 1949] ont montré que si les coefficients aérodynamiques du cylindre peuvent être considérés indépendants de l'écoulement axial dans le cas de couches limites laminaires, c'est-à-dire dans le régime subcritique, ce n'est plus le cas lorsque des régions d'écoulement turbulent apparaissent. Il est donc important de comprendre l'influence de cet écoulement axial, qui peut jouer un rôle dans certains phénomènes à l'origine de l'instabilité des haubans de pont intervenant dans le régime critique.
Notons de plus que les essais présentés dans ce paragraphe ont été réalisés sur un cylindre horizontal. Il reste donc à déterminer si l'inclinaison du hauban peut modifier les caractéristiques de l'écoulement dans le régime critique et en particulier de l'écoulement axial. C'est l'un des objectifs de ce doctorat.



a)



b)

Figure 38. Evolution du coefficient de traînée (a) et de portance (b) en fonction du nombre de Reynolds pour différentes orientations du câble [Larose et al. 2005].

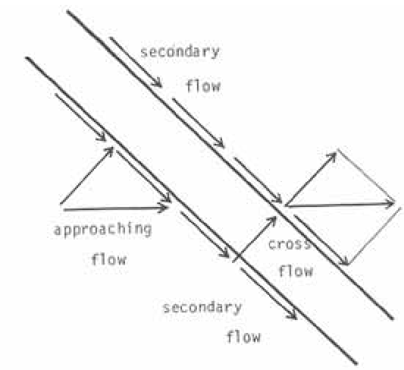


Figure 39. Ecoulement axial pour un cylindre incliné et/ou orienté par rapport au vent [Matsumoto et al. 1990].

La présentation des forces exercées par le vent sur les structures et de leur grande sensibilité vis-à-vis du nombre de Reynolds dans le cas des cylindres à section circulaire permet désormais d'aborder les différents phénomènes à l'origine de la mise en vibration des haubans de pont.

4. Phénomènes aérodynamiques à l'origine de la mise en vibration des haubans de pont

Cette partie vise à introduire les phénomènes aérodynamiques identifiés à ce jour à l'origine des vibrations des haubans de pont, ainsi que leurs caractéristiques principales, de façon à pouvoir identifier leur éventuelle occurrence au cours des épisodes de vibration des haubans du Pont de l'Iroise présentés au Chapitre 4.

Cet état de l'art débute par la présentation l'action permanente du vent sur les haubans, liée aux effets de la turbulence atmosphérique, avant d'introduire le phénomène de détachement tourbillonnaire et les effets de sillage dans le cas des haubans de pont. La présentation se concentre ensuite sur les phénomènes plus particuliers mais aussi de plus grande amplitude, liés aux caractéristiques de l'écoulement autour d'un hauban de pont dans le régime critique.
Au préalable, deux paramètres influant fortement sur la sensibilité au vent des haubans de pont sont introduits : le nombre de Scruton S_c et l'amortissement aérodynamique ζ_a.

4.1. Paramètres conditionnant le comportement au vent des haubans

4.1.1. Le nombre de Scruton

Le premier chapitre de ce mémoire a insisté sur les faibles valeurs de l'amortissement intrinsèque des haubans de pont, partiellement responsables de leur sensibilité au vent. La réponse des câbles aux phénomènes aérodynamiques introduits dans la suite est ainsi conditionnée par la valeur de cet amortissement. Néanmoins, la sensibilité au vent d'une structure dépend à la fois de son amortissement et de sa masse. Pour cette raison dans la pratique, les spécifications relatives à l'amortissement structurel à mettre en œuvre pour supprimer les vibrations portent sur un paramètre masse-amortissement, appelé nombre de Scruton et défini par :

$$S_c = \frac{4\pi\zeta.m}{\rho D^2} \qquad \text{Équation 123}$$

avec ζ l'amortissement intrinsèque du hauban, m sa masse linéique, ρ la masse volumique de l'air (de l'ordre de 1.2 kg/m^3) et D le diamètre extérieur du câble. Le Tableau 6 présente les valeurs du nombre de Scruton de certains haubans du Pont de l'Iroise, calculées à partir des valeurs de l'amortissement de leur premier mode propre mesuré sur l'ouvrage [CSTB 2004 a]. Dans la suite, les valeurs minimales du nombre de Scruton recommandées pour contrôler les différents phénomènes sont introduites et comparées à celles des haubans du Pont de l'Iroise.

Hauban	**Diamètre (m)**	**Masse linéique (kg/m)**	**Amortissement sans amortisseur (%)**	**Amortissement avec amortisseurs (%)**	**S_c sans amortisseur**	**S_c avec amortisseurs**
H3Q7	0.16	56.0	0.20	1.28	46	293
H3Q12	0.18	73.4	0.21	0.78	50	185
H3Q18	0.18	75.5	0.15	0.77	37	188
H3Q21	0.18	77.6	0.34	1.28	85	321
H3Q22	0.18	79.6	0.18	1.29	46	332
H3Q26	0.20	92.4	0.24	0.56	58	135

Tableau 6. Evaluation du nombre de Scruton de certains haubans du Pont de l'Iroise en l'absence et en présence d'amortisseurs visqueux en pied.

4.1.2. Amortissement aérodynamique des haubans de pont

Les forces aérodynamiques s'exerçant sur une structure dépendent du carré de la vitesse du vent. Lorsque cette structure se met à osciller dans l'écoulement, la vitesse relative de la structure par rapport à l'écoulement et les forces aérodynamiques associées sont affectées par le mouvement. Ces forces aérodynamiques dépendent alors pour partie de la vitesse de la structure, comme le montre l'exemple du phénomène de galop de Den Hartog au paragraphe 2.4. L'action du vent sur la structure en mouvement contribue alors à un amortissement dit aérodynamique. Ce paramètre peut avoir une grande influence sur le comportement des haubans, dont l'amortissement structurel est très faible. Il faut alors prendre en compte l'amortissement total ζ_{tot}, ou effectif, du câble :

$$\zeta_{tot} = \zeta_s + \zeta_a \qquad \text{Équation 124}$$

avec ζ_s l'amortissement structurel et ζ_a l'amortissement aérodynamique.
L'amortissement aérodynamique peut être positif, et venir renforcer l'amortissement intrinsèque du câble, ou négatif, et il peut alors conduire à l'annulation de l'amortissement total du système, voire à un amortissement global négatif conduisant à une instabilité. C'est ce qui se passe lors du phénomène de galop de Den Hartog.
Différentes expressions de l'amortissement aérodynamique des haubans de pont ont récemment été introduites, en particulier pour l'étude et la modélisation du phénomène encore méconnu de galop des câbles inclinés secs. Ces expressions reposent sur la détermination des composantes de la force exercée par le vent sur le hauban statique [Macdonald 2002] ou en mouvement [Carassale et al. 2005 a-b; Macdonald & Larose 2005, 2006]. Dans ce dernier cas, les forces sont exprimées en fonction de la vitesse relative, et l'amortissement aérodynamique est déduit de la linéarisation des composantes de cette force par rapport aux composantes de la vitesse du hauban (dans le cadre d'une approche quasi-stationnaire). Nous reviendrons sur ce dernier type d'approche au Chapitre 6, pour la modélisation du phénomène de galop sec.
Macdonald [2002] propose une expression des coefficients d'amortissement aérodynamiques transversaux et verticaux (notés respectivement ζ_{a1} et ζ_{a2}) permettant de les évaluer dans la plupart des cas. En négligeant le mouvement du hauban et le coefficient de portance (qui n'apparaît significativement que dans le régime critique), ζ_{a1} et ζ_{a2} sont ainsi donnés par les relations :

$$\zeta_{a1} = \frac{\rho D C_D U}{4 m \omega_1} \mathrm{X}_{a1}(\alpha,\beta) \qquad \text{Équation 125}$$

$$\zeta_{a2} = \frac{\rho D C_D U}{4 m \omega_2} \mathrm{X}_{a2}(\alpha,\beta) \qquad \text{Équation 126}$$

avec :

$$\mathrm{X}_{a1}(\alpha,\beta) = \sqrt{\cos^2(\beta)+\sin^2(\alpha)\sin^2(\beta)} + \frac{\cos^2(\beta)}{\sqrt{\cos^2(\beta)+\sin^2(\alpha)\sin^2(\beta)}} \qquad \text{Équation 127}$$

$$\mathrm{X}_{a2}(\alpha,\beta) = \sqrt{\cos^2(\beta)+\sin^2(\alpha)\sin^2(\beta)} + \frac{\sin^2(\alpha)\sin^2(\beta)}{\sqrt{\cos^2(\beta)+\sin^2(\alpha)\sin^2(\beta)}} \qquad \text{Équation 128}$$

La Figure 40 permet une comparaison de l'évolution des composantes transversale (Fig. 40 a) et verticale (Fig. 40 b) de l'amortissement aérodynamique en fonction de la direction du vent pour différentes inclinaisons de haubans, dans le cas d'une vitesse U = 5 m/s. La valeur du coefficient de traînée prise pour le calcul de ces amortissements est C_D = 1.2 (valeur classiquement mesurée autour d'un cylindre dans le régime subcritique). Le diamètre, la masse linéique ainsi que la fréquence de vibration du hauban sont ceux du hauban H3Q22 du Pont de l'Iroise (dont la dynamique est présentée au Chapitre 4), soit : D = 0.18 m, m = 79.6 kg.m^{-1} et f = 0.74 Hz (première fréquence propre du hauban). L'amortissement structurel associé au premier mode de ce hauban ayant par ailleurs été évalué à 0.18 % [CSTB 2004 a], nous voyons que même pour des vitesses de vent faibles, l'amortissement aérodynamique peut égaler, voire surpasser l'amortissement structurel.

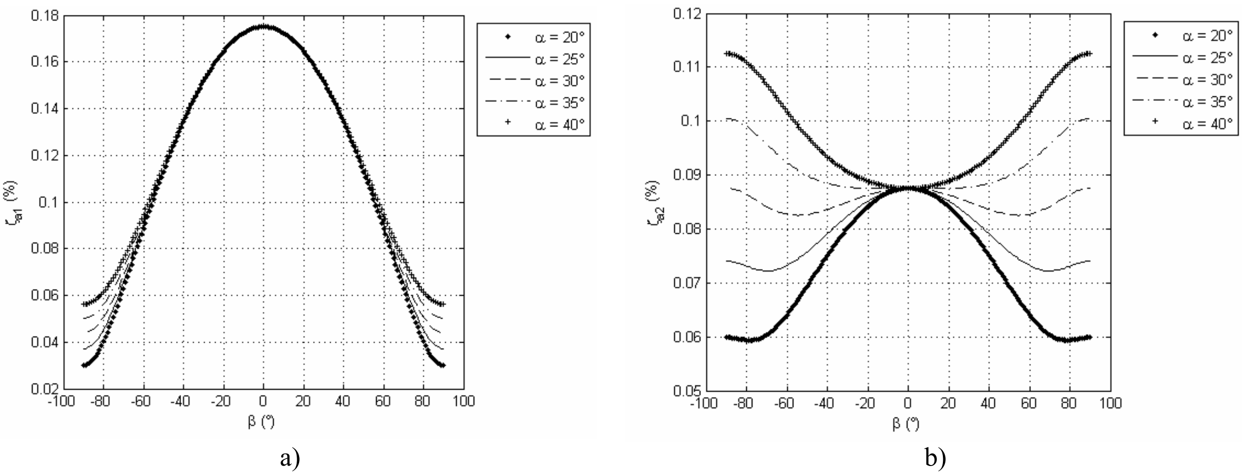


Figure 40. Influence de la direction du vent sur l'amortissement aérodynamique dans le cas de vibrations transversales (a) et verticales (b) pour différentes inclinaisons de hauban.

Il apparaît également que l'amortissement aérodynamique est beaucoup plus sensible à l'incidence du vent dans le cas de vibrations transversales que dans le cas de vibrations verticales. Pour un vent soufflant perpendiculairement à la nappe de hauban (β = 0°), remarquons en particulier que le facteur dépendant de la direction du vent est deux fois plus grand dans le cas de vibrations transversales. Ce résultat explique en partie la plus grande sensibilité des haubans, constatée sur site, aux vibrations verticales.

4.2. Excitation ambiante des haubans de pont par la turbulence atmosphérique

Pour évaluer la réponse dynamique des haubans de pont à la turbulence atmosphérique, une méthode a été développée au cours de cette thèse. En s'inspirant de l'étude de Biétry & Jan [CSTB 1996], destinée à évaluer les forces dues au vent turbulent dans les aiguilles de liaison des haubans dans le cas d'un vent soufflant parallèlement à la nappe de haubans, la méthode présentée permet d'évaluer de façon plus générale la réponse dynamique à la turbulence atmosphérique d'un câble isolé, pour l'ensemble des incidences de vent. Il s'agit d'une méthode spectrale qui permet d'estimer la variance de la réponse.
La densité spectrale des composantes de la turbulence du vent décroît rapidement avec la fréquence, comme nous l'avons vu dans la partie 1.3.2. de ce chapitre. Ainsi, seuls les premiers modes peuvent être excités de façon significative par la turbulence. Dans la méthode, le hauban est alors assimilé à oscillateur linéaire à un degré de liberté, dont l'équation du mouvement est :

$$\ddot{q}(t) + 2\zeta\omega\dot{q}(t) + \omega^2 q(t) = \frac{Q(t)}{M} \qquad \text{Équation 129}$$

avec : - q(t) la coordonnée généralisée relative au premier mode vertical du hauban, ζ et ω l'amortissement modal intrinsèque et la pulsation associés,

- $M = \frac{1}{2} mL$ la masse généralisée relative au mode vertical de hauban considéré (avec m la masse linéique et L la longueur du câble),

- $Q(t) = \int \sin\left(k\pi \frac{x}{L}\right) dF$, la force généralisée associée au $k^{\text{ième}}$ mode du hauban, avec dF la force exercée par le vent sur une portion dx de câble.

Pour un oscillateur forcé, la variance de la réponse correspondant au comportement dynamique peut être approximée par la relation suivante [AFGC 2002] :

$$\sigma_d^{\,2} \approx \frac{1}{m^2\omega^4} \frac{\omega}{8\zeta} S_Q(\omega) \qquad \text{Équation 130}$$

avec $S_Q(\omega)$ la densité spectrale de la force généralisée à la fréquence ω du hauban. La méthode proposée, développée dans l'Annexe 1 de ce mémoire, consiste alors à exprimer la force généralisée en fonction des composantes de la turbulence atmosphérique, et d'estimer $S_Q(\omega)$ à partir d'un modèle de turbulence calé sur les données de vent mesurées sur le site de l'ouvrage.

Dans le cas du hauban H3Q22 du Pont de l'Iroise (dont la longueur est de 176 m), soumis à un vent de mer de vitesse moyenne U = 13 m/s et en supposant un coefficient de traînée de 1.2 (régime subcritique), le modèle conduit alors à une valeur de la variance du comportement dynamique : $\sigma_d^2 \approx 8.4\ 10^{-6}\ m^2$. L'amplitude correspondante est de l'ordre de (la réponse étant gaussienne) :

$$A = 3.5 \times \sigma_d \approx 1cm \qquad \text{Équation 131}$$

(Nous supposons ici une excitation du hauban suivant sa première fréquence propre à 0.74 Hz). La turbulence atmosphérique conduit donc à des vibrations de faible amplitude, qui ne nécessitent pas de contrôle particulier.

4.3. Détachement tourbillonnaire et effets de sillage sur les haubans de pont

4.3.1. Phénomène de détachement tourbillonnaire

4.3.1.1. Description du phénomène

L'étude classique du détachement tourbillonnaire sur les cylindres à section circulaire, traite le cas d'un écoulement de fluide perpendiculaire à l'axe du cylindre. Les caractéristiques présentées ici sont valables dans ce cadre. L'effet de l'inclinaison et de l'orientation du câble dans l'écoulement sera abordé dans la partie 4.3.2. de ce chapitre.

D'après la partie 3.2., le phénomène de détachement tourbillonnaire apparaît pour des valeurs du nombre de Reynolds inférieures à 150 pour un cylindre lisse. Il s'atténue ensuite dans le régime subcritique, pour des valeurs de R_e comprises entre 150 et 2.10^5, et tend à disparaître dans le régime critique. En terme de vitesses de vent, pour un cylindre lisse d'un diamètre de l'ordre de 20 cm, le détachement tourbillonnaire peut donc se manifester jusqu'à une vitesse de 15 m/s environ. Les tourbillons de von Karman réapparaissent ensuite à la fin du régime supercritique, pour $R_e > 3.5\times10^5$, soit pour une vitesse de vent supérieure à 27 m/s en considérant le même cylindre lisse.
De façon générale, les obstacles non profilés sont sujets à l'échappement tourbillonnaire. Pour des surfaces courbes comme le cylindre circulaire, le mécanisme générateur est une instabilité spatio-temporelle du point de décollement de la couche limite de part et d'autre du cylindre [AFGC 2002].

En notant d la distance entre deux tourbillons d'une même rangée et U_{conv} la vitesse d'avancement à laquelle ils sont convectés par l'écoulement amont de vitesse U (Fig. 41), la fréquence f_t du détachement tourbillonnaire est le nombre de tourbillons lâchés en une seconde, soit :

$$f_t = \frac{U_{conv}}{d} \qquad \text{Équation 132}$$

La formation et le détachement de chaque tourbillon provoquent une succion (dépression) au point de formation/séparation. Le cylindre subit alors une force alternative, perpendiculaire à la direction de l'écoulement, et se met à osciller. Si le cylindre a un diamètre D, la fréquence sans dimension de la principale harmonique de cette force est le nombre de Strouhal, défini par :

$$S_t = \frac{f_t D}{U} = \frac{U_{conv}}{U}\frac{D}{d} \qquad \text{Équation 133}$$

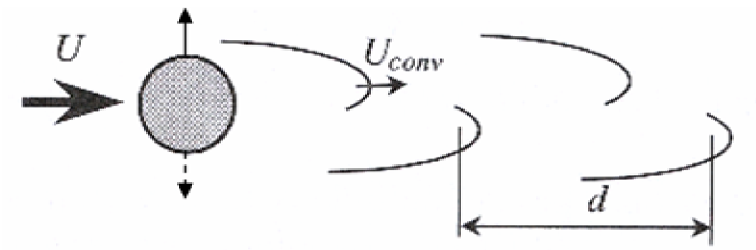


Figure 41. Morphologie des tourbillons alternés.

Pour les cylindres circulaires, le nombre de Strouhal est quasiment constant avec une valeur de 0.2 sur une large plage de valeurs de R_e ($300 < R_e < 2.10^5$), qui correspond au régime subcritique [Chen 1987].

Pour certaines vitesses de vent, la fréquence de formation des tourbillons peut égaler une des fréquences de la structure, conduisant alors à un phénomène de résonance. Lorsque l'amplitude du mouvement du cylindre devient importante, supérieure à 0.02×D selon l'ESDU [1980], le cylindre commence à interagir fortement avec l'écoulement et un phénomène d'accrochage peut être observé : sur une plage restreinte de vitesses de vent, la fréquence du détachement tourbillonnaire égale celle du câble et ne varie plus selon l'équation 133. Le détachement tourbillonnaire conduit alors à un effet aéroélastique. La Figure 42 met en évidence ce phénomène d'accrochage [Bearman 1984].

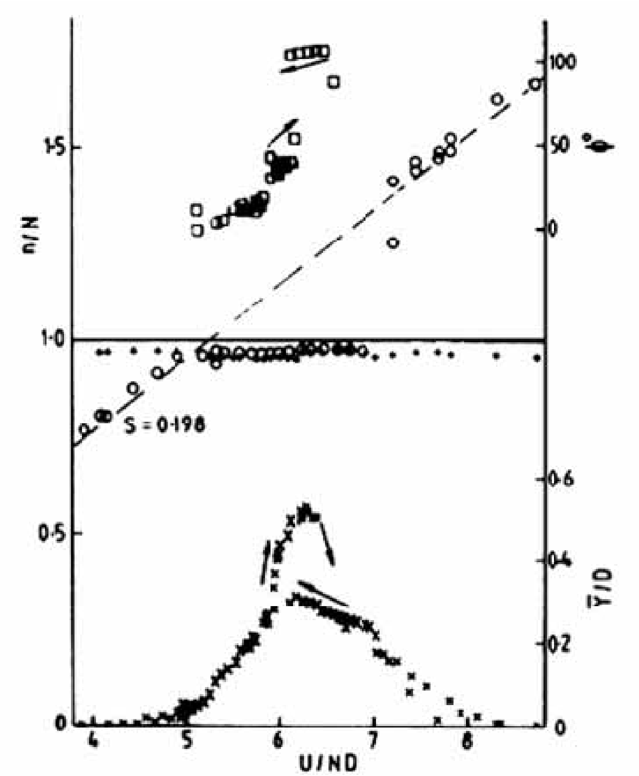


Figure 42. Oscillations caractéristiques d'un cylindre avec un faible amortissement. N est la fréquence de vibration, n la fréquence du détachement tourbillonnaire, Y/D l'amplitude des oscillations et φ l'angle de déphasage entre les forces aérodynamiques et le mouvement du cylindre. o : fréquence du détachement tourbillonnaire, + : fréquence du cylindre, [] : angle de phase , x : amplitude des oscillations [Bearman 1984].

Dans le cas des haubans de pont cependant, la première fréquence propre est de l'ordre de 1 Hz (voir l'exemple des haubans du Pont de l'Iroise au Chapitre 4). Or selon l'équation 133, pour des vitesses de vent usuelles comprises entre 5 et 15 m/s, la fréquence du détachement tourbillonnaire est comprise entre 5 et 15 Hz autour d'un hauban de 20 cm de diamètre. Un éventuel accrochage ne concerne donc que des modes d'ordres élevés, dont les amplitudes associées restent limitées. Pour l'évaluation de la réponse des haubans de pont au détachement tourbillonnaire, les effets aéroélastiques seront donc négligés.

4.3.1.2. Estimation de la réponse d'un hauban au détachement tourbillonnaire

Différents modèles sont proposés pour la modélisation du phénomène de détachement tourbillonnaire sur les cylindres à section circulaire [Gabbai & Benaroya 2005]. Deux types de modèles mathématiques peuvent être distingués : les modèles à un degré de liberté [Bearman 1984 ; Scanlan & Simiu 1986], souvent utilisés pour estimer l'amplitude des cylindres, et les modèles à deux degrés de liberté couplés, permettant de tenir compte de l'interaction entre le mouvement du cylindre et l'écoulement à l'accrochage [Hartlen & Currie 1970 ; Skop & Griffin 1973 ; Iwan & Blevins 1974 ; Landl, 1975].

Pour l'estimation de la réponse des haubans de pont au phénomène de détachement tourbillonnaire, nous utiliserons le modèle linéaire simple à un degré de liberté proposé par Bearman [1984], en négligeant les effets aéroélastiques pour les raisons évoqués dans le paragraphe précédent. Le modèle consiste à assimiler le hauban, supposé rigide, à un oscillateur linéaire soumis à une excitation de type harmonique. L'équation du mouvement est alors la suivante :

$$\ddot{q}(t)+2\zeta\omega.\dot{q}(t)+\omega^2 q(t)=\frac{\rho D U^2 C_L \sin(\omega_t t+\phi)}{2m} \qquad \text{Équation 134}$$

avec : - q le déplacement vertical du cylindre; ζ et ω, l'amortissement et la pulsation associés au mode de hauban considéré; m la masse linéique du câble,

- ρ et U respectivement la densité de l'air et la vitesse du vent,
- ω_t la pulsation du détachement tourbillonnaire,
- C_L le coefficient de portance du hauban induit par le détachement tourbillonnaire, de l'ordre de 0.6 [Bishop et Hassan 1964].

Ainsi, en considérant que l'amortissement du hauban est faible et que la vitesse du vent est égale à la vitesse à l'accrochage définie par l'équation 133, l'amplitude du mouvement est donnée par l'expression :

$$A_{\max}=\frac{\rho D^3 C_L}{16\pi^2 m.\zeta.S_t^{\,2}} \qquad \text{Équation 135}$$

Dans le cas du hauban H3Q22 du pont de l'Iroise, en supposant une excitation de son dixième mode (fréquence de 7.41 Hz excitée pour une vitesse de vent de l'ordre de 7 m/s) par le détachement tourbillonnaire, l'amplitude du déplacement donnée par la formule précédente est de l'ordre de 5 mm (D = 0.18 m, m = 79.6 kg/m, ζ = 0.17 % du critique en l'absence d'amortisseur). Cette valeur de l'amplitude est donc de l'ordre de l'amplitude minimale à partir de laquelle l'accrochage peut avoir lieu selon l'ESDU [1980]. Néanmoins le hauban a ici été supposé rigide, la vitesse considérée constante le long du hauban et la turbulence atmosphérique n'a pas été prise en compte. L'amplitude est donc surestimée. Le résultat confirme ainsi que les effets aéroélastiques peuvent être négligés.

Le paragraphe précédent montre donc que le détachement tourbillonnaire conduit à une excitation quasi-permanente des haubans de pont qui peut engendrer sur le long terme des phénomènes de fatigue (du fait d'un grand nombre de cycles). Les amplitudes associées restent cependant très limitées.
Notons que les résultats présentés jusqu'ici ne sont a priori valables que dans le cas d'un vent soufflant perpendiculairement à la nappe de hauban. Lorsque le câble est orienté par rapport au vent, le détachement tourbillonnaire devient tridimensionnel et ses caractéristiques en sont modifiées.

4.3.2. Détachement tourbillonnaire tridimensionnel

Ce phénomène, mis en évidence lors d'essais en soufflerie pour l'étude du phénomène pluie-vent (présenté dans la partie 4.4.1 de ce chapitre) [Matsumoto et al. 1990, 1993], est directement lié au caractère tridimensionnel de l'écoulement autour d'un cylindre incliné ($\alpha \neq 0$) et orienté ($\beta \neq 0$) par rapport au vent. Comme nous le verrons dans la suite de ce chapitre, le phénomène de détachement tourbillonnaire tridimensionnel présente des similarités avec le phénomène pluie-vent, bien qu'il semble pouvoir être responsable de la mise en vibration de haubans en l'absence de pluie.

Introduisons le paramètre vitesse réduite :

$$U_r = \frac{U}{fD} \qquad \text{Équation 136}$$

avec U la vitesse du vent, f la fréquence de vibration du hauban et D le diamètre du câble. Le phénomène de détachement tourbillonnaire tridimensionnel se manifeste pour des valeurs de U_r supérieures à 20 et donc supérieures à celles associées au phénomène de détachement tourbillonnaire classique ($U_r = 1/S_t = 5$). Le phénomène peut ainsi conduire à l'excitation des premiers modes de câble, et donc à des amplitudes de vibration de l'ordre d'un diamètre (soit une dizaine à une vingtaine de centimètres), supérieures à celles associées au détachement tourbillonnaire classique.

Selon certains auteurs, le phénomène est lié à une fréquence de détachement tourbillonnaire 3 à 4 fois inférieure à celle du détachement tourbillonnaire bidimensionnel [Matsumoto et al. 1993, 1994, 1998, 1999, 2001, 2003 b]. Deux interprétations de cette composante basse fréquence sont avancées.
Matsumoto et al. [1994] soulignent le fait que le nombre de Strouhal, et donc la fréquence du détachement tourbillonnaire associée, ne sont pas uniformes sur la longueur d'un hauban disposé en biais par rapport au vent. Ainsi, Matsumoto [1999] avance qu'une première explication du phénomène de détachement tourbillonnaire tridimensionnel repose sur le fait

que lorsque 2 (ou plus) fréquences f_1 et f_2 différentes des tourbillons de von Karman coexistent sur la longueur du cylindre, l'interaction entre ces deux types de tourbillons peut conduire à la formation de tourbillons de fréquence inférieure, égale à la différence $| f_1 - f_2 |$. La Figure 43 illustre ce mécanisme. Néanmoins cette caractéristique semble très dépendante des conditions aux extrémités du modèle de câble utilisé en soufflerie.

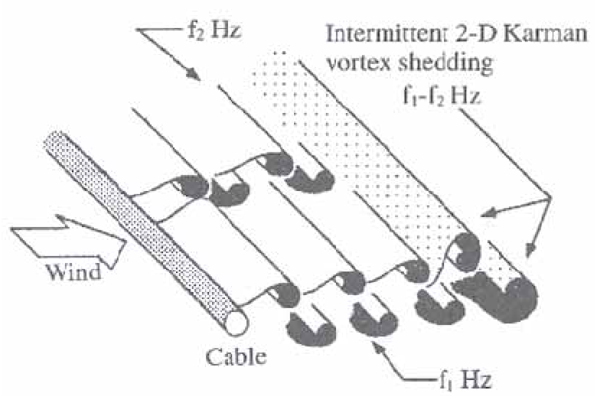
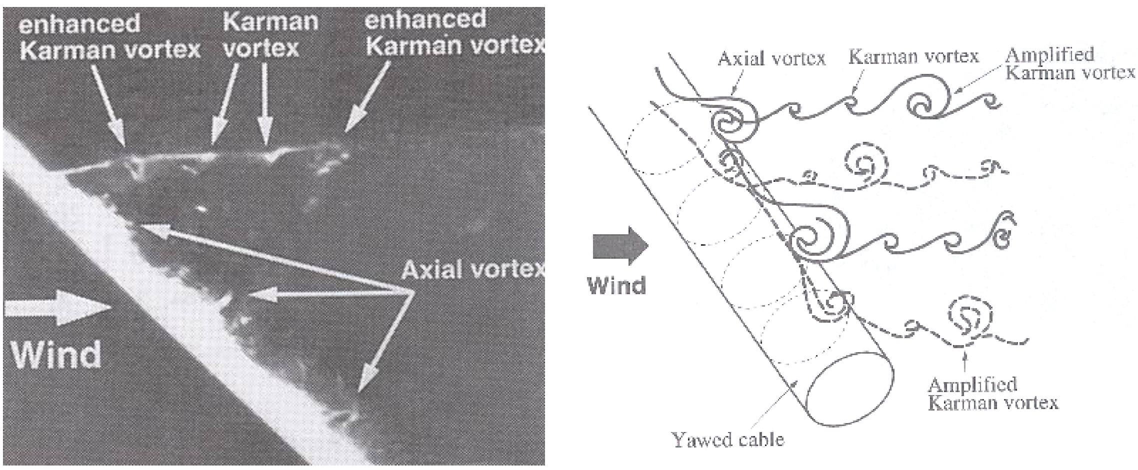


Figure 43. 1ère interprétation du phénomène de détachement tourbillonnaire tridimensionnel [Matsumoto 1998].

Une deuxième interprétation de la composante basse fréquence du détachement tourbillonnaire s'appuie sur l'observation d'une interaction entre les tourbillons de von Karman dans la direction de l'écoulement, et l'écoulement axial, mentionné dans le paragraphe 3.4.3., qui se forme dans le proche sillage d'un cylindre orienté par rapport au vent [Matsumoto 1998 ; Matsumoto et al. 1999]. Cette interaction conduirait alors à une amplification du détachement tourbillonnaire tous les 3 à 4 cycles environ, phénomène déjà observé par d'autres chercheurs [Durgin et al. 1980 ; Shirakashi et al. 1985]. Ce mécanisme est illustré et schématisé sur la Figure 44.



a) b)

Figure 44. Photographie (a) et schématisation (b) de l'interaction entre le détachement tourbillonnaire et l'écoulement axial [Matsumoto 1998].

A ce jour néanmoins, le phénomène de détachement tourbillonnaire tridimensionnel a uniquement été étudié en soufflerie. Une confrontation avec des mesures in situ serait donc nécessaire pour vérifier que les mécanismes proposés sont bien à l'origine de certaines vibrations de haubans de pont.

Nous verrons dans la suite de ce chapitre que le phénomène de détachement tourbillonnaire tridimensionnel présente des caractéristiques communes avec deux phénomènes responsables de vibrations de grandes amplitudes intervenant dans le régime critique : le phénomène pluie-vent et le galop des câbles inclinés secs. Il s'agira en particulier d'étudier l'évolution, dans le régime critique, des caractéristiques tridimensionnelles de l'écoulement autour d'un hauban de pont et de déterminer si elles interviennent dans le phénomène de galop sec étudié au cours de ce doctorat.

4.3.3. Effets de sillage sur un hauban de pont

Les phénomènes de détachements tourbillonnaires présentés précédemment sont liés aux caractéristiques du sillage propre du hauban. Le paragraphe suivant aborde les effets induits par la présence du hauban dans le sillage d'un autre élément de structure.

La notion d'interférence de sillage fait référence à la perturbation de l'écoulement due à la présence d'un autre corps placé en amont de la structure étudiée. L'effet de sillage le plus courant est lié à la modification du spectre du vent du fait du détachement tourbillonnaire autour de l'obstacle en amont. Le Pont de l'Iroise, dont le comportement dynamique est étudié au cours de cette thèse, se situe dans le sillage du Pont Albert Louppe et offre donc à ce titre un bon exemple de cet effet de sillage. Comme nous le verrons au Chapitre 4, l'influence du détachement tourbillonnaire autour des arches du Pont Albert Louppe se traduit sur le spectre du vent à l'aval par un pic d'énergie autour d'une fréquence de 0.3 Hz, voisine du premier mode de flexion du Pont de l'Iroise. Une modification du profil des arches du Pont Albert a donc due être envisagée [Biétry et al. 1994].
De même, un premier cas classique d'effet de sillage sur les haubans de pont est celui des ponts dont les pylônes sont en forme de « H ». Lorsqu'ils sont soumis à un vent oblique, certains haubans peuvent se trouver dans le sillage de la jambe de pylône amont. Les turbulences provoquées par l'élément de structure peuvent alors exciter le mode k, associé à la fréquence propre f_k, des haubans si le vent a la vitesse critique suivante :

$$U_c = \frac{f_k B}{S_t} \qquad \text{Équation 137}$$

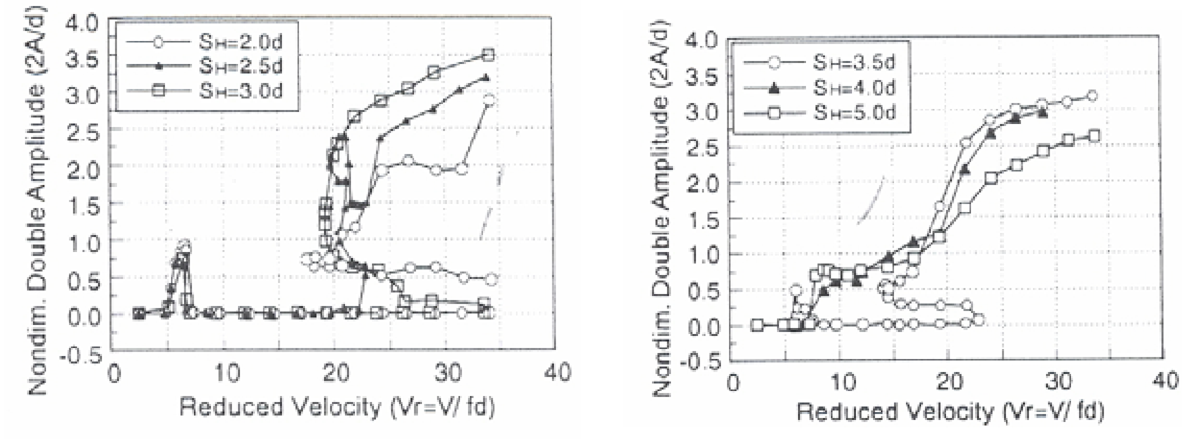
avec B et S_t respectivement la dimension transversale et le nombre de Strouhal de la jambe de pylône engendrant les tourbillons. Ce type de vibration se serait produit sur le pont Evripos en Grèce. De la même façon l'obstacle créant les tourbillons peut être un hauban. Ce phénomène peut apparaître lorsque le vent est quasiment parallèle au pont. Cependant la fréquence du détachement tourbillonnaire autour d'un hauban est relativement importante (de l'ordre de 15 Hz pour un hauban de 0.2 cm de diamètre et un vent de 15 m/s) et la distance entre deux câbles l'est également en général (de l'ordre de 10 mètres dans le cas des haubans longs du Pont de l'Iroise). Ainsi ce phénomène ne peut pas se produire pour des vitesses de vent importantes et il ne présente donc généralement aucun danger.

Cependant, une interférence de sillage dangereuse, appelée galop de sillage, peut se manifester sur les haubans jumelés, constitués d'une paire de câbles parallèles ancrés au même niveau sur le tablier et le pylône (Fig. 45). Cette technologie de haubanage est particulièrement utilisée au Japon (lorsque les tensions dans les câbles doivent être importantes, pour des structures particulièrement lourdes tels que les ponts en béton précontraint, la mise en place de plusieurs câbles de section limitée s'avère plus commode et plus économique que celle de câbles à large section).

Figure 45. Haubans jumelés sur le Pont de Yobuko au Japon.

Le galop de sillage a été observé en particulier sur le pont Yobuko où des amplitudes pic à pic d'environ deux fois le diamètre des câbles ont été constatées [Yoshimura et al. 1995]. Ce phénomène provient des variations des forces agissant sur le cylindre aval du fait de son mouvement dans le sillage du cylindre amont. Comme pour le phénomène de galop de Den Hartog présenté dans la partie 2.4. de ce chapitre, le phénomène intervient lorsque l'apport d'énergie provenant de l'écoulement est suffisamment important pour égaler l'énergie dissipée par l'amortissement structurel. Kubo et al. [1995] montrent que le phénomène peut s'interpréter comme un galop de Den Hartog du système constitué des deux câbles. Il se traduit alors généralement par la mise en vibration du hauban aval perpendiculairement à l'écoulement. Selon l'ESDU [ESDU 1980], ce mécanisme apparaît au-delà d'une certaine vitesse critique et l'amplitude tend à croître en fonction de la vitesse du vent. Néanmoins contrairement au galop classique, l'amplitude croît tant que le câble aval reste dans les zones d'instabilité du sillage du câble amont.

Selon Kubo et al. [1995], le comportement des haubans varie selon l'espacement entre les câbles, noté S_H sur la Figure 46. Pour des espacements inférieurs à 3.5 diamètres, l'instabilité apparaît au delà d'une amplitude seuil, en dessous de laquelle le détachement tourbillonnaire autour du câble amont joue un rôle stabilisateur (Fig. 46 a). Le phénomène se manifeste de façon plus progressive pour des espacements supérieurs (Fig. 46 b). L'amplitude diminue lorsque l'espace entre les cylindres augmente et que les forces fluctuantes dans le sillage du câble amont deviennent moins importantes.



a) b)

Figure 46. Evolution du comportement de haubans jumelés en fonction de l'écartement des 2 cylindres [Kubo et al. 1995].

Ce phénomène ne concerne que les haubans jumelés et n'intervient donc pas dans la mise en vibration des haubans du Pont de l'Iroise.

Les phénomènes aérodynamiques présentés jusqu'ici sont a priori indépendants des spécificités, mentionnées dans la partie 3 de ce chapitre, de l'écoulement autour des cylindres à section circulaire. La partie suivante est consacrée plus spécifiquement aux phénomènes associés à la variabilité des coefficients aérodynamiques des haubans de pont dans le régime critique. Ces phénomènes peuvent conduire à des vibrations de grande amplitude et certains sont encore méconnus. C'est le cas du galop des câbles inclinés ses étudié durant ce doctorat.

4.4. Phénomènes associés au régime critique

4.4.1. Phénomène de chute de traînée

Ce phénomène caractéristique des cylindres circulaires découle directement de la diminution rapide du coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds dans le régime critique, mentionnée dans la partie 3.3. de ce chapitre. Virlogeux [1998] interprète ce phénomène comme un galop dans la direction du vent.

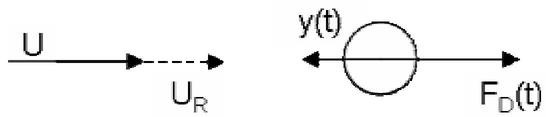


Figure 47. Force de trainée exercée sur un cylindre en mouvement.

Dans le cadre d'une approche quasi-stationnaire, en supposant que le cylindre oscille dans la direction du vent à une vitesse y(t) très inférieure à la vitesse du vent U et en notant U_r = U -

y(t) la vitesse relative de l'écoulement par rapport au cylindre (Fig. 47), la force de traînée par unité de longueur vérifie :

$$F_D(t) = \frac{1}{2}\rho D U_r(t)^2 C_D(U_r(t)) \qquad \text{Équation 138}$$

avec C_D le coefficient de traînée du câble. Soit, en ne conservant que les termes du premier ordre en y(t) :

$$F_D(t) = \frac{1}{2}\rho D U^2 C_D(U) - \frac{1}{2}\rho D U^2 \left[2C_D(U) + U\frac{dC_D}{dU}(U)\right]\frac{\dot{y}(t)}{U} \qquad \text{Équation 139}$$

Le premier terme correspond alors à la composante statique de la force aérodynamique agissant sur le cylindre en mouvement. Le second terme, proportionnel à la vitesse du cylindre, correspond quant à lui à un terme d'amortissement aérodynamique ζ_a vérifiant :

$$\zeta_a = \frac{\rho D U}{4\omega.m}\left[2C_D(U) + U\frac{dC_D}{dU}(U)\right] \qquad \text{Équation 140}$$

avec m et ω respectivement la masse linéique et la pulsation du câble. L'amortissement aérodynamique contribue alors à accroître l'amortissement effectif du cylindre, à l'exception des cas où, comme dans le régime critique, la dérivée du coefficient de traînée en fonction de la vitesse du vent (ou du nombre de Reynolds) devient suffisamment négative pour annuler l'amortissement global du cylindre. Une condition nécessaire d'instabilité associée au phénomène de chute de traînée est donc :

$$2C_D(U) + U\frac{dC_D}{dU}(U) < 0 \qquad \text{Équation 141}$$

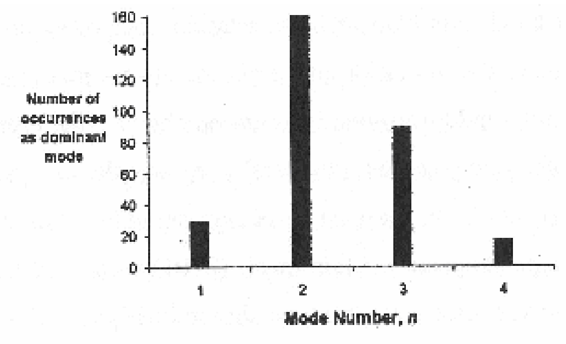
Comme le galop de Den Hartog, le phénomène de chute de traînée se manifeste donc par un amortissement aérodynamique négatif. Mais l'instabilité est associée à la diminution du coefficient de traînée C_D en fonction du nombre de Reynolds, caractéristique du régime critique des cylindres à section circulaire, et non plus à une variation rapide du coefficient de portance en fonction de l'angle d'attaque du vent comme dans le cas des structures dont la section dissymétrique par rapport à la direction du vent incident.

Si le phénomène de chute de traînée a déjà conduit à la mise en vibration de câbles électriques [Davis et al. 1963], il n'a à notre connaissance jamais été signalé sur des haubans de pont. Nous verrons cependant au Chapitre 5 de ce mémoire que le régime critique des cylindres inclinés et orientés par rapport à l'écoulement se caractérise également par des variations importantes du coefficient de traînée C_D, mais aussi de portance C_L dans certaines directions de vent, en fonction du nombre de Reynolds. Ces phénomènes interviennent dans le mécanisme de galop des câbles inclinés secs (Chapitre 6).

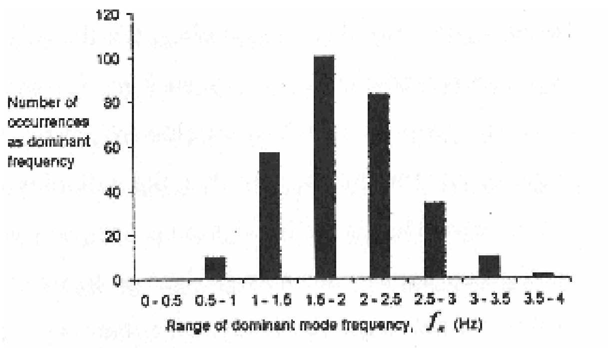
4.4.2. Action conjointe du vent et de la pluie

Ce phénomène, pour la première fois rapporté par Hikami & Shiraishi [1988], a fait l'objet de nombreuses études sur site et en soufflerie. L'intérêt porté aux vibrations induites par l'action conjointe du vent et de la pluie (notées RWIV pour Rain-Wind-Induced-Vibrations dans la suite) s'explique à la fois du fait des amplitudes très importantes mises en jeu (supérieures au mètre dans certains cas) et par la probabilité d'occurrence relativement forte des conditions nécessaires à l'initiation du phénomène. De nombreuses manifestations de ce phénomène ont ainsi été recensées, notamment sur le Meikonishi Bridge [Hikami & Shiraishi 1988], le Aratsu Bridge [Yoshimura et al. 1988] et le Higashi-Kobe Bridge [Saito et al. 1994] au Japon, le Cochrane Bridge [Irwin et al. 1999] et le Fred Hartman Bridge [Main & Jones 2001] aux Etats-Unis. Ces observations ont permis de mettre en évidence les principales caractéristiques du phénomène.

D'après les mesures réalisées sur une quinzaine de haubans du Fred Hartman Bridge aux Etats-Unis, Main et al. [2001] ont montré que le phénomène semble principalement exciter les modes verticaux 2 et 3 des haubans, pour des fréquences comprises entre 1 et 3 Hz, avec une plus grande densité de réponses autour de 2 Hz (Fig. 48). Le RWIV semble de plus solliciter principalement un mode de câble à la fois.



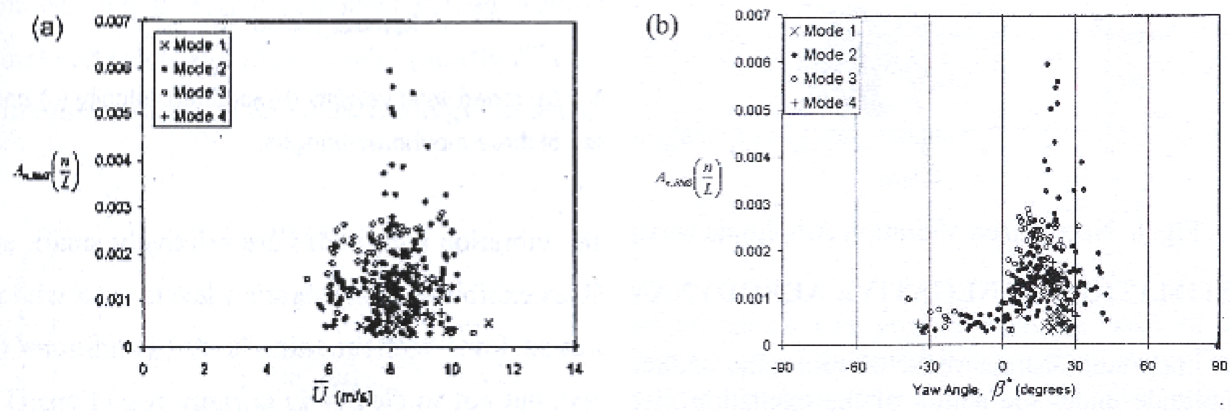
a)



b)

Figure 48. Histogramme du mode dominant (a) et histogramme de la fréquence dominante (b) [Main et al. 2001].

De plus cette caractérisation du phénomène sur site montre que les vibrations de haubans sous l'action conjointe du vent et de la pluie se manifestent sur une plage restreinte de vitesses de vent, comprises entre 6 et 11 m/s environ (Fig. 49 a). De même les vibrations associées à ce phénomène apparaissent dans une gamme restreinte de directions de vent. Si nous définissons l'angle β^* par la relation $\beta^* = 90° - \varphi$ (avec φ l'angle défini sur la Fig. 35 entre la direction du vent et l'axe du câble) Main et al. [2001] montrent que les vibrations se manifestent pour des valeurs de l'angle β^* comprises entre 0 et 30° (Fig. 49 b).



a) b)

Figure 49. Amplitude normalisée par la demi-longueur d'onde du mode dominant en fonction : (a) de la vitesse moyenne du vent, (b) de l'angle β^* [Main et al. 2001].

Les vibrations ne semblent apparaître en particulier que pour des valeurs positives de β^*, pour lesquelles le vent souffle « sous le hauban ».

Les observations sur site ont également montré que les vibrations apparaissaient en présence d'une pluie fine. L'instabilité des haubans de pont sous l'action conjointe du vent et de la pluie est ainsi attribuée à la formation d'un filet d'eau sur la partie supérieure du hauban [Hikami & Shiraishi 1988], en plus du filet d'eau qui se forme naturellement sur la partie inférieure du fait de la gravité, et à son oscillation à la fréquence du câble lorsque ce dernier se met en mouvement (Fig. 50). Les conditions d'apparition du phénomène sont ainsi directement liées à la formation de ce filet d'eau supérieur et à sa position sur le câble. La direction et la vitesse du vent, ainsi que l'intensité de la pluie ont ainsi une influence directe sur l'existence ou non du filet d'eau et sur sa position d'équilibre. Flamand [1993] a également mis en évidence le rôle joué par l'état de surface de la gaine du hauban, le phénomène RWIV n'apparaissant que dans le cas d'une gaine recouverte de suie. Pour cet état de surface, proche de celui de haubans de pont soumis à la pollution atmosphérique, le filet d'eau se forme alors dans les conditions de vent citées précédemment.

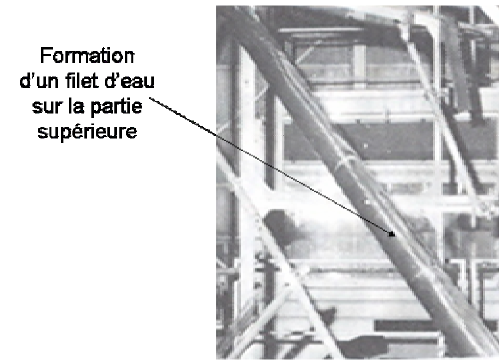


Figure 50. Filet d'eau à l'origine du phénomène RWIV [Hikami & Shiraishi 1988].

L'interprétation du phénomène fournie par Flamand et al. [2001], Cosentino et al. [2003] et Cosentino [2003] repose alors sur plusieurs observations.

Tout d'abord le phénomène RWIV intervient entre le régime subcritique et le régime critique. Dans ce dernier régime d'écoulement, nous avons vu dans la partie 3.3. de ce chapitre, qu'en présence de petites irrégularités en surface, un phénomène de recollement de couche limite peut se produire d'un côté du câble, conduisant à une force de portance qui peut être du même ordre de grandeur que la force de traînée (régime TrBL1).

Ensuite les mesures de l'épaisseur du filet d'eau montrent que ce dernier est composé d'un « tapis », qui constitue sa base, et d'une vague oscillante qui glisse sur le premier. Il apparaît que la fréquence dominante de la vague coïncide avec la fréquence du câble. Les vidéos enregistrées durant les essais montrent de plus que le filet d'eau est mieux formé durant la phase descendante du câble que dans la phase ascendante. Enfin, l'analyse du champ de pression tend à montrer que l'énergie aérodynamique est produite par une force dirigée vers le bas apparaissant statistiquement durant la phase descendante du câble.

La Figure 51 résume l'évolution du champ de pression autour du câble ainsi que de l'épaisseur du filet d'eau (exagérée ici pour une meilleure compréhension) durant un cycle moyen, obtenue par analyse statistique des différents paramètres pour chaque état cinématique du hauban (caractérisé par une position, une vitesse et une accélération) au cours des cycles de vibration enregistrés.

Lorsque le câble est dans sa phase ascendante et que son accélération devient négative, le filet d'eau initialement désorganisé s'agglomère sur la partie supérieure du hauban du fait de l'inertie (t = T/8 à t = 2T/8 avec T la période d'oscillation). L'épaisseur du filet augmente et il se forme ainsi un obstacle à proximité du point de décollement de la couche limite supérieure (à environ 90° de la direction du vent incident). Le régime TrBL1 apparaît alors et se traduit par une diminution de la pression négative sur la partie supérieure du câble, visible sur la Figure 52 a. Ce régime persiste durant toute la phase descendante (t = 2T/8 à t = 5T/8).

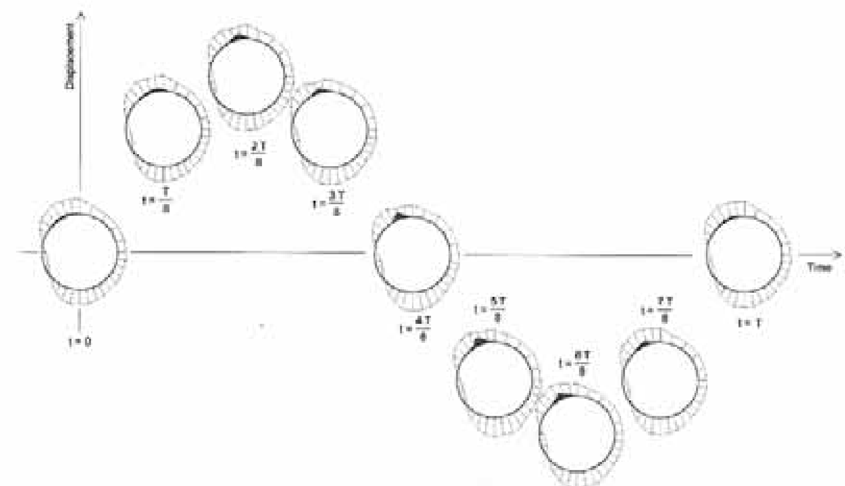
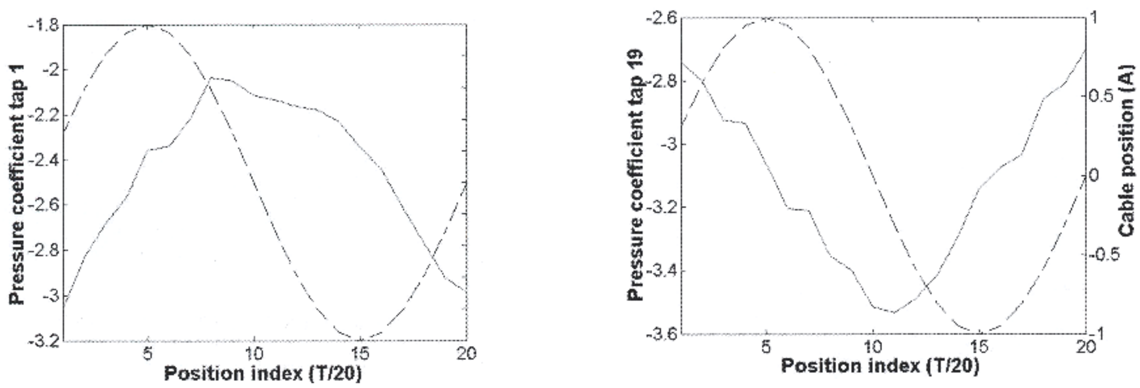


Figure 51. Evolution de la distribution de pression et de l'épaisseur du filet d'eau au cours du cycle moyen [Cosentino 2003].

Pendant ce temps, la diminution de pression négative sur la partie supérieure du câble engendre une surpression dans le sillage, qui à son tour pousse l'écoulement vers le bas, engendrant une augmentation de la pression négative sur la partie inférieure (Figure 52 b).



a) b)

Figure 52. Evolution du coefficient de pression sur la partie supérieure (a) et inférieure (b) du câble durant un cycle moyen [Cosentino 2003].

Du fait des variations de l'accélération du hauban et de l'effet d'inertie, le filet d'eau est ensuite poussé vers le bas (dans la direction du vent) et il quitte la région de décollement de la couche limite. Il perd alors de son épaisseur et devient irrégulier (t = 5T/8 à t = 7T/8). La probabilité d'apparition du régime TrBL1 diminue. Enfin lorsque l'accélération du câble redevient négative, le filet d'eau glisse vers le haut d'une façon désorganisée à travers le tapis (t = 7T/8 à t = T).
La mise en vibration des haubans sous l'action conjointe du vent et de la pluie est donc directement associée à une transition périodique de l'écoulement autour du câble entre les régimes subcritiques et critiques.

Notons également que pour certains auteurs, tels que Matsumoto [Matsumoto et al. 1990], un phénomène similaire se manifesterait en l'absence de pluie. Matsumoto a ainsi tenté de rapprocher le RWIV des phénomènes liés à la mise en vibrations des câbles inclinés secs, et en particulier d'expliciter le rôle de l'écoulement qui se forme dans l'axe du câble du fait de l'orientation du hauban par rapport au vent. En présence de pluie, l'influence du filet d'eau sur la partie supérieure du hauban viendrait alors se superposer aux caractéristiques de l'écoulement autour de câbles inclinés secs associées aux phénomènes de détachement tourbillonnaire tridimensionnel, abordé dans la partie 4.3.2 de ce chapitre, ou de galop des câbles inclinés secs. Ce dernier phénomène, qui présente néanmoins des caractéristiques différentes du phénomène RWIV initialement décrit par Hikami & Shiraishi [1988], est l'un des sujets d'étude de ce doctorat et sera approfondi dans les chapitres suivants.

Les recherches actuelles sur le RWIV portent en particulier sur sa modélisation. Si les premiers modèles reposaient sur une interprétation du phénomène du type galop de Den Hartog à 1 ou 2 degrés de liberté [Yamaguchi 1990], les modèles récents tentent de décrire plus finement les interactions entre le vent, le filet d'eau et le mouvement du hauban, en adoptant une approche soit déterministe [Wang & Xu 2003 ; Wilde & Witkowski 2003 ; Cosentino 2003], soit stochastique [Cao et al. 2003 ; Seidel & Dinkler 2005].

Notons enfin que selon Irwin [1997] les vibrations induites par l'action conjointe du vent et de la pluie semblent très sensibles à l'amortissement intrinsèque des haubans. Le *Post Tensioning Institute guidelines for stay cables* [PTI 1999] prescrit à cet égard un nombre de Scruton supérieur à 125 pour contrôler le phénomène. Le Tableau 6 du paragraphe 4.1.1. de ce chapitre montre donc que selon ce critère, les haubans du Pont de l'Iroise équipés de leurs amortisseurs hydrauliques additionnels ne sont pas sensibles au phénomène RWIV. En revanche ils le sont en l'absence d'amortisseurs.

4.4.3. Galop des câbles inclinés secs

Cette partie traite des cas de mise en vibration des câbles inclinés secs présents dans la littérature. La notion de « galop des câbles inclinés secs » fait référence aux vibrations de grande amplitude des haubans de pont, dues à un effet direct du vent sur les câbles en l'absence de pluie, par opposition au phénomène RWIV. Ce galop, dit sec, se différencie également du galop de Den Hartog auquel sont soumis les câbles de télécommunication en présence de glace (présenté dans le paragraphe 2.4. de ce chapitre). Notons enfin que l'emploi du terme de galop, par analogie avec le galop de Den Hartog, s'explique par les premières observations du phénomène en soufflerie [Saito et al. 1994], pour lesquelles les câbles présentaient un comportement divergent au-delà d'une vitesse de vent critique. Néanmoins les études réalisées depuis ont montré que les vibrations des câbles inclinés secs semblent se manifester sur une plage de vitesse restreinte correspondant au régime critique [Miyata et al. 1994 ; Cheng et al. 2003 a; Larose et al. 2005].
Les phénomènes à l'origine de la mise en vibration des câbles inclinés secs restent aujourd'hui relativement méconnus. Seuls quelques auteurs font référence à des cas de galop sec [Matsumoto et al. 1990, 2005 a ; Saito et al. 1994 ; Honda et al. 1995 ; Miyata et al. 1994 ; Cheng et al. 2003 a-b]. La plupart de ces vibrations ont été mises en évidence en soufflerie, lors de l'étude du phénomène de mise en vibration des haubans sous l'action conjointe du vent et de la pluie. Si ces essais ont permis d'identifier certaines caractéristiques de l'écoulement autour de cylindres inclinés et orientés par rapport au vent, l'objectif était alors de comprendre comment la présence de pluie pouvait modifier l'écoulement et conduire à l'instabilité des haubans. Des recherches actuelles sont consacrées exclusivement à l'étude du galop sec [Cheng et al. 2003 a-b; Larose et al. 2003 ; Cheng & Tanaka 2005], moins connu et, semble t'il, plus difficile à reproduire en soufflerie que le RWIV. Les résultats d'essais semblent en effet dépendre fortement des conditions expérimentales et sont parfois en contradiction. Enfin à ce jour, une confrontation de ces observations en soufflerie avec des données sur site reste à réaliser.

Dans ce contexte, une partie du travail réalisé au cours de ce doctorat consiste à fournir une explication du phénomène, à partir d'une caractérisation des vibrations des haubans du Pont de l'Iroise en l'absence de pluie (Chapitre 4) et de mesures en soufflerie (Chapitre 5). Pour un futur comparatif avec les travaux de recherche développés dans les Chapitres 5 et 6, le paragraphe suivant est destiné à dégager les caractéristiques communes aux différents cas de mise en vibrations des câbles inclinés secs présents dans la littérature.

4.4.3.1. Caractérisation du phénomène

Les essais réalisés par Matsumoto et al. [1990] et Saito et al. [1994] pour des valeurs de φ (angle entre la direction du vent et l'axe du câble, défini dans la partie 3.4.3. de ce chapitre) comprises entre 30 et 60°, mettent en évidence un comportement divergent au-dessus d'une vitesse de vent critique (Fig. 53). De ces résultats un critère a été dégagé [Irwin

1997 ; Irwin et al. 1999] pour évaluer la vitesse critique en fonction du nombre de Scruton. Cette vitesse est ainsi donnée par la relation :

$$U_{crit} = cfD\sqrt{\frac{S_c}{4\pi}} \qquad \text{Équation 142}$$

avec c entre 35 et 40, f la fréquence propre, D le diamètre et S_c le nombre de Scruton du câble.

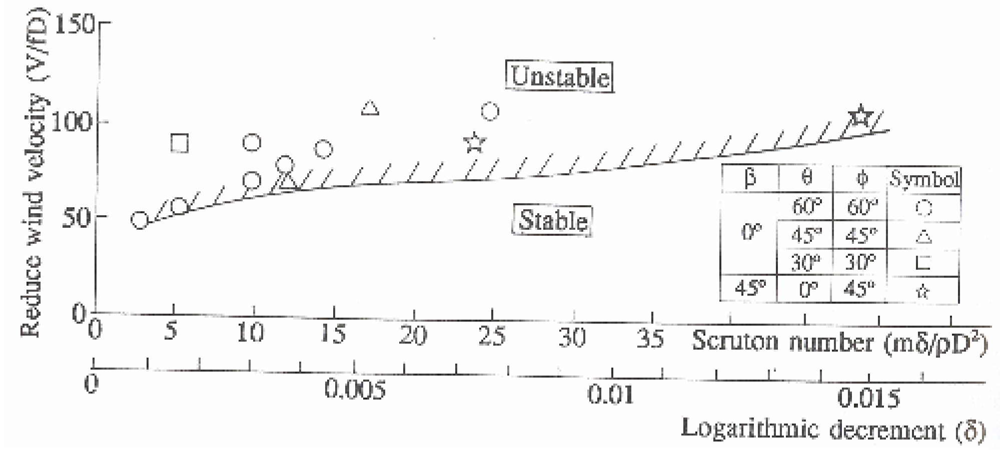


Figure 53. Evolution de la vitesse critique en fonction du nombre de Scruton et du décrément logarithmique selon Saito et al. [1994].

Selon ce critère, tous les haubans de pont seraient sensibles au phénomène de galop sec au-dessus d'une vitesse critique, quel que soit l'amortissement structurel du hauban.

Honda et al. [1995] ont également mis en évidence le mouvement divergent d'un cylindre sec horizontal ($\alpha = 0°$), orienté d'un angle $\beta = 45°$ ou $\beta = 30°$ par rapport à l'écoulement. Le montage utilisé imposait une vibration du cylindre perpendiculairement à l'écoulement. Selon les auteurs, la vitesse de vent U_{crit} au-delà de laquelle le mouvement devient divergent est donnée par la relation :

$$U_{crit} = 10.f.D.S_c^{\,2/3} \qquad \text{Équation 143}$$

Dans le cas où $\beta = 30°$ cependant, pour un nombre de Scruton supérieur à 100, la vitesse critique d'apparition du mouvement divergent ne varie plus avec le nombre de Scruton et reste constante. Cette vitesse correspond à un nombre de Reynolds de l'ordre de 1.8×10^5, qui, selon les auteurs, correspond à la transition entre les régimes subcritique et critique. Notons également qu'avec un câble incliné de $\alpha = 20°$ et en imposant un mouvement vertical du hauban, les auteurs ne signalent aucune vibration en l'absence de pluie. Ce résultat montre la forte sensibilité du phénomène aux conditions expérimentales.

Le Tableau 7 dresse un comparatif des valeurs des vitesses critiques associées à l'instabilité des câbles inclinés secs données par les équations 142 et 143, dans le cas des haubans du Pont de l'Iroise (pour leur premier mode) avec et sans amortisseur additionnel.

Hauban	S_c sans amortisseur	S_c avec amortisseurs	U_{crit} sans amortisseur selon Saito et al. (m/s)	U_{crit} sans amortisseur selon Honda et al. (m/s)	U_{crit} avec amortisseurs selon Saito et al. (m/s)	U_{crit} avec amortisseurs selon Honda et al. (m/s)
H3Q7	46	293	19.4	37.2	49.8	129.9
H3Q12	50	185	15.3	29.8	30.0	72.5
H3Q18	37	188	9.7	18.0	22.2	53.8
H3Q21	85	321	12.3	26.1	24.2	64.1
H3Q22	46	332	9.0	17.3	24.6	65.6
H3Q26	58	135	9.6	19.2	14.9	34.2

Tableau 7. Comparaison des vitesses critiques selon Saito et al. [1994] et Honda et al. [1995] pour le galop des câbles inclinés secs.

Le Tableau 7 montre donc que le critère de l'équation 143 semble plus réaliste que celui de l'équation 142. Les résultats obtenus par Saito et al. [1994] sont en effet en contradiction avec les observations réalisées sur site : si les vibrations de haubans induites par l'action conjointe du vent et de la pluie ont été observées à de nombreuses reprises, peu de cas de vibrations de haubans en l'absence de pluie ont été signalés. Selon le critère de Honda et al. [1995] en revanche, seuls les haubans H3Q18, H3Q22 et H3Q26 (haubans longs), en l'absence d'amortisseurs, seraient soumis à l'instabilité pour des vitesses de vent inférieures à 20 m/s. Nous verrons au Chapitre 3 que c'est sur les ancrages de ces haubans que des fissures ont été observées.

Miyata et al. [1994] témoignent également d'un cas d'instabilité d'un câble lisse sec incliné de 45° et orienté à 45° par rapport à l'écoulement. Notons que cette instabilité semble être survenue alors que le vent soufflait « derrière » le hauban (β = -45°). Ce résultat constitue donc une première différence avec le RWIV, qui ne se manifeste que pour des valeurs positives de β. La vibration apparaît alors pour une vitesse de l'ordre de 20 m/s, soit un nombre de Reynolds de l'ordre de 1.9×10^5 (le diamètre du câble était de 0.14 m). D'après les mesures du coefficient de traînée réalisées sur le cylindre, l'instabilité semble intervenir en début de régime critique. Le modèle de hauban utilisé était par ailleurs très léger (m = 6.5 $kg.m^{-1}$) et donc particulièrement sensible au vent (son nombre de Scruton était de l'ordre de 2). Le phénomène observé par Miyata et al. [1994] semble différent de celui mis en évidence par Saito et al. [1994], qui selon le critère de l'équation 142 se serait manifesté à partir d'une vitesse critique de l'ordre de 3.5 m/s (la fréquence de vibration du cylindre étant de 1.8 Hz).

L'étude de la mise en vibration des câbles inclinés secs menée plus récemment par Cheng et al. [2003 a] a permis de mettre en évidence deux types de comportement.

- Pour plusieurs configurations de haubans (résumées dans le Tableau 8) : une vibration d'amplitude limitée intervient, sur une plage de vitesses restreinte correspondant à des nombres de Reynolds entre 2×10^5 et 4×10^5 environ, associés au régime critique. Le phénomène apparaît pour des valeurs de l'angle φ supérieures à 45°, et l'amplitude semble croître lorsque φ se rapproche de 60°. L'amplitude du phénomène diminue fortement lorsque l'amortissement structurel est accru. Les auteurs attribuent ce phénomène au détachement tourbillonnaire tridimensionnel présenté précédemment.

- Dans la configuration pour laquelle Miyata et al. [1994] ont observé l'instabilité d'un câble sec, pour $\alpha = \beta = 45°$ (soit $\varphi = 60°$) : Cheng et al. [2003 a] signalent une vibration dont l'amplitude atteint la valeur limite autorisée par le montage (soit environ 8 cm), avec une tendance à croître davantage. L'hypothèse d'un mouvement divergent, dans ce cas, est avancée. Les vibrations apparaissent pour un nombre de Scruton de 22 et disparaissent pour des valeurs de S_c supérieures à 30.

Enfin plus récemment, Matsumoto et al. [2005 a] font mention d'un cas de mise en vibration d'un câble incliné sec sur site. Selon les observations faites sur l'ouvrage au moment des vibrations, l'amplitude était de l'ordre 1.5 mètres (Fig. 54). La vitesse du vent a été estimée à 18 m/s. La direction du vent au cours de l'épisode de vibration n'est pas clairement établie.

a)

b)

Figure 54. Observation du phénomène de galop sec sur site [Matsumoto et al. 2005 a].

Les caractéristiques des différents cas de mise en vibration des câbles inclinés secs présentés précédemment sont résumées dans le Tableau 8. En résumé, il semble que les observations réalisées par Saito et al. [1994], pour lesquels tous les haubans de pont pourraient être soumis au phénomène de galop sec, soient à distinguer des autres études, qui indiquent que la mise en vibration des câbles inclinés secs ne peut intervenir que pour des valeurs très faibles du nombre de Scruton (inférieures à 30) ou pour des vitesses de vent relativement élevées.

De plus, les études menées par Miyata et al. [1994] et Cheng et al. [2003 a] semblent toutes deux indiquer que les vibrations interviennent dans le régime critique.

Une des questions qui se pose aujourd'hui est de savoir si les mouvements de type « divergent », ou du moins d'amplitude importante, et les vibrations d'amplitude limitée mis en évidence par Cheng et al [2003 a] sont deux manifestations différentes du même phénomène. Dans les deux cas le comportement critique semble se manifester pour une valeur de φ de 60°, bien qu'aucun essai sur modèle dynamique n'ait été réalisé pour des valeurs supérieures.

Notons enfin que pour une même valeur de l'angle φ de 60°, Cheng et al. [2003 a] mettent en évidence deux comportement différents selon que $(\alpha, \beta) = (60°, 0°)$ (mouvement d'amplitude limitée) ou (α, β) = (45°, 45°) (mouvement supposé divergent). Ce résultat semble donc aller à l'encontre de l'hypothèse courante selon laquelle l'écoulement autour d'un cylindre incliné et orienté par rapport au vent ne dépend que de l'angle φ. Ainsi l'hypothèse d'une influence éventuelle de l'inclinaison α du hauban, en plus de celle de l'angle φ, sera prise en compte dans l'étude réalisée au cours de cette thèse.

	Saito et al. [1994]	**Honda et al. [1995]**	**Miyata et al. [1994]**	**Cheng et al. [2003 a]**	**Cheng et al. [2003 a]**	**Matsumoto et al. [2005 a]**
Inclinaison α (°)	[0; 30; 45; 60]	0	45	[35; 30; 45; 60]	45	?
Orientation β (°)	[45; 90; 90; 90]	[30; 45]	-45	[90; 54.7; 90; 90]	45	?
Angle φ (°)	[45; 30; 45; 60]	[60; 45]	-60	[35; 45; 45; 60]	60	?
Vitesse du vent (m/s)	$> U_{crit}$	$> U_{crit}$	20	[22; 34-38; 24-26; 18-19]	32	18
R_e	$> R_{e,crit}$	$> R_{e,crit}$	1.9×10^5	[2.27; 3.51-3.92; 2.48-2.68; 1.86-1.96] $\times 10^5$	3.4×10^5	?
S_c	Essais réalisés pour des valeurs comprises entre 6 et 95 environ	Essais réalisés pour des valeurs comprises entre 7 et 500 environ	2	22	22	?
Description du mouvement	Divergent	Divergent	Divergent	Mouvement d'amplitude limitée ([20 mm; 25 mm; 31 mm; 67 mm]) sur une plage restreinte de vitesses	Divergent (?)	Mouvement de grande amplitude : 1.5 m

Tableau 8. Caractéristiques des différents cas de mise en vibration des câbles inclinés secs présents dans la littérature.

4.4.3.2. Interprétation

Au regard des essais en soufflerie présentés dans le paragraphe précédent, il semble donc que la vibration des câbles inclinés secs se manifeste soit par un mouvement d'amplitude limitée, soit par un comportement divergent. Ces deux comportements sont interprétés différemment dans la littérature.

Selon Cheng et al. [2003 a], les vibrations d'amplitude limitée sont associées au phénomène de détachement tourbillonnaire tridimensionnel mis en évidence par Matsumoto et al. [1990] et abordé au paragraphe 4.3.2. de ce chapitre. Le phénomène semble en effet se manifester sur une plage restreinte de vitesses de vent. Cependant selon les auteurs, le phénomène apparaît dans le régime critique, dans lequel le détachement tourbillonnaire tend à disparaître [Zdravkovich 1997]. Ce résultat semble contredire l'interprétation du détachement tourbillonnaire tridimensionnel donnée par Matsumoto [1998], selon laquelle le phénomène serait associé à une interaction entre les tourbillons de von Karman et l'écoulement axial qui se forme dans le proche sillage d'un hauban positionné en biais par rapport au vent.

L'analyse menée par Cheng et al. [2003 a-b] montre que le mouvement divergent semble être associé à un galop de type Den Hartog. Par le biais de mesures de pression sur un cylindre statique, Cheng et al. [2003 a] montrent en effet que pour $2.9\times10^5 < R_e < 3.6\times10^5$, et pour $\alpha = 54.7°$, la courbe d'évolution du coefficient de portance en fonction de l'angle d'attaque β présente une pente négative pour $\beta = 30°$, comme le montre la Figure 55 (l'angle β est noté β_s par les auteurs). Cette propriété conduit à l'instabilité du cylindre selon le critère de Den Hartog suivant :

$$\frac{\partial C_L}{\partial \beta_s} + C_D < 0 \qquad \text{Équation 144}$$

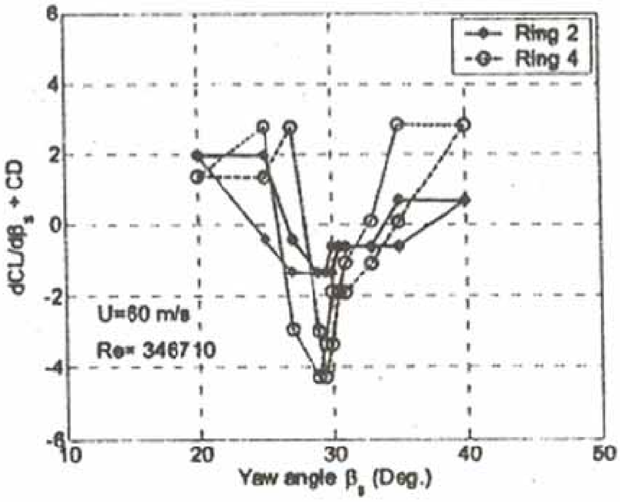
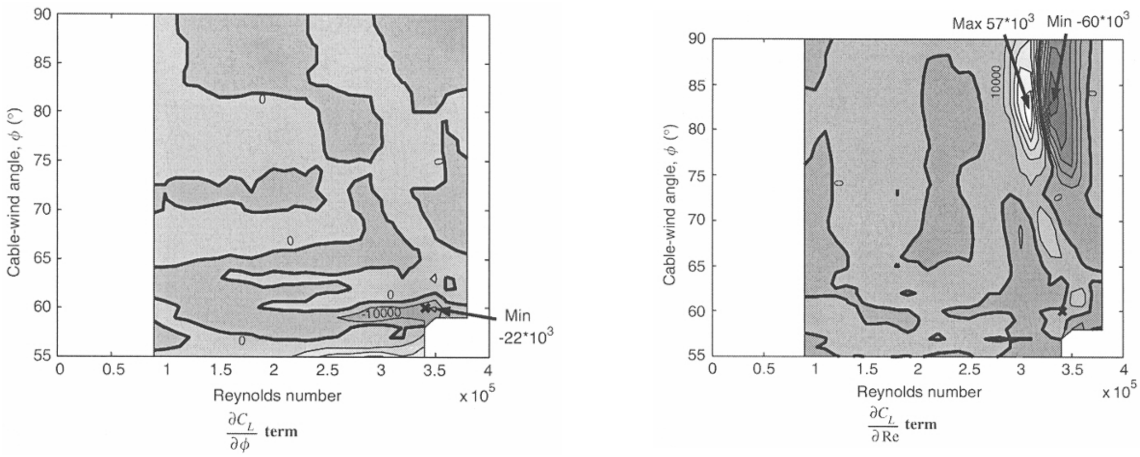


Figure 55. Critère de Den Hartog pour les mesures réalisées par Cheng et al. [2003 a].

Dans le cadre d'une approche quasi-stationnaire, Carassale et al. [2005 a-b] ont modélisé le comportement d'un hauban soumis aux coefficients aérodynamiques mesurés par Cheng et al. [2003 a-b] sur un cylindre fixe. Dans ce modèle linéaire de hauban à deux degré de liberté, qui sera repris et développé dans le Chapitre 6 de ce mémoire, seule la dépendance des coefficients aérodynamiques vis-à-vis de l'angle φ est prise en compte. Cette modélisation confirme alors l'existence d'une zone d'instabilité du hauban pour $\varphi = 60°$ et $3.3\times10^5 < R_e < 3.7\times10^5$, associée à un phénomène de nature semblable au galop de Den Hartog. Le modèle proposé semble de plus indiquer que le phénomène se manifesterait sur une gamme restreinte de vitesses de vent (le hauban retrouvant sa stabilité pour $R_e > 3.7\times10^5$).

En utilisant les données expérimentales obtenues par Cheng et al. [2003 a-b] et en tenant compte, cette fois, de la dépendance des coefficients aérodynamiques vis-à-vis de l'angle φ et du nombre de Reynolds, Macdonald & Larose [2006] confirment également que le mouvement divergent mis en évidence en soufflerie est lié à une variation rapide du coefficient de portance en fonction de φ (Fig. 56 a). Les auteurs attribuent alors le fait que le phénomène intervienne dans une gamme de vitesses de vent restreinte, qui constitue une différence majeure avec le galop de Den Hartog classique, au fait que les variations des coefficients aérodynamiques autour d'un cylindre à section circulaire ne varient significativement que dans le régime critique.



a) b)

Figure 56. Evaluation de la contribution à l'amortissement aérodynamique du hauban de la variation de portance en fonction de φ (a) et de R_e (b) [Macdonald & Larose 2006].

Les auteurs soulignent également l'existence d'une zone d'instabilité éventuelle (non étudiée lors des essais dynamiques de Cheng et al. [2003 a]) encore plus grande pour $75 < \varphi < 90°$, liée davantage aux variations rapides du coefficient de portance vis-à-vis du nombre de Reynolds (Fig. 56 b). Les travaux réalisés au cours de ce doctorat sont en partie consacrés à l'étude de l'influence de ces variations importantes de portance dans le régime critique sur la stabilité des haubans de pont.

Dans la littérature, différentes interprétations des variations des coefficients aérodynamiques responsable du galop des câbles inclinés secs sont alors proposées.
Une première explication proposée par Virlogeux [1998] est que la section du câble "vue" par le vent est non pas circulaire, mais elliptique pour un câble incliné et oblique par rapport au vent (Fig. 57). L'axe court de l'ellipse, selon un vecteur $\vec{n}$ perpendiculaire à l'axe du câble dans le plan vertical, est toujours égal au diamètre D du câble. Par contre l'axe long dans la direction perpendiculaire $\vec{p}$ est donné par la relation :

$$\Delta = D\sqrt{1+\frac{\sin^2\beta}{\cos^2\beta}\cos^2\alpha} \qquad \text{Équation 145}$$

et l'angle i entre $\vec{p}$ et le vecteur vitesse $\vec{U}$ vérifie la relation : sin(i) = sin(α).sin(β).

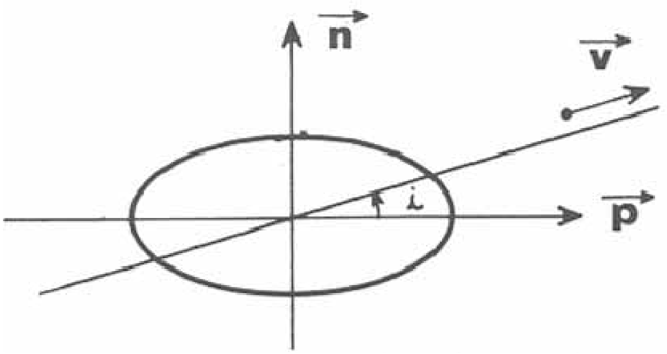


Figure 57. Section de câble "vue" par le vent [Virlogeux 1998].

Une autre explication repose sur l'existence d'un écoulement axial dans le proche sillage d'un hauban orienté par rapport au vent ($\beta \neq 0°$) [Shirakashi et al. 1986], mentionné aux paragraphes 3.4.3. et 4.3.2. de ce chapitre. Cet écoulement axial jouerait alors le même rôle qu'une plaque de séparation placée dans le sillage du hauban [Matsumoto et al. 1990]. La Figure 58 montre que cette plaque empêche les interactions entre les deux couches de cisaillement de part et d'autre du cylindre, engendrant un écoulement circulaire instationnaire sur la partie supérieure du cylindre durant sa phase descendante et sur sa partie inférieure durant sa phase ascendante.

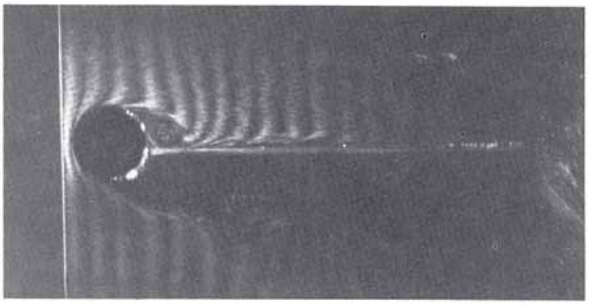


Figure 58. Ecoulement autour d'un cylindre en mouvement descendant en présence d'une « splitter plate » dans le sillage [Matsumoto et al. 1990].

Cet écoulement circulaire contribue à une diminution de l'effet de succion du côté où il se forme. La force de portance est donc dans la direction du mouvement, conduisant à une instabilité semblable au galop des cylindres à section rectangulaire [Bearman & Trueman 1972 ; Nakamura & Tomonari 1981 ; Laneville & Young 1983]. En empêchant la formation de l'écoulement axial par l'utilisation de protubérances semi-circulaires dans le sillage du cylindre, Matsumoto et al. [1990] montrent que le mouvement du cylindre est stabilisé.
Cheng & Tanaka [2005] confirment par ailleurs l'existence de cet écoulement axial en fin de régime critique dans la configuration correspondant au comportement divergent du hauban, en étudiant la corrélation des coefficients aérodynamiques le long du cylindre.

Bilan

Ce chapitre a introduit les différents phénomènes aérodynamiques agissant sur les haubans de pont. L'excitation ambiante des haubans par le vent est associée à la turbulence atmosphérique et au phénomène de détachement tourbillonnaire. Ces deux phénomènes, auxquels sont soumises toutes les structures exposées au vent, conduisent à des vibrations de faible amplitude qui ne constituent a priori qu'un danger mineur pour l'intégrité de la structure. Dans certains cas très particuliers cependant, lorsque les haubans se situent dans le sillage d'un autre élément de l'ouvrage, l'excitation par la turbulence atmosphérique peut être amplifiée par le détachement tourbillonnaire autour de l'obstacle amont.

C'est à proximité du régime critique, inhérent à l'aérodynamique des cylindres à section circulaire et dans lequel se situent les haubans de pont pour des vitesses de vent relativement usuelles, que se manifestent la majorité des phénomènes de vibration de grande amplitude. Les phénomènes de chute de traînée (ou *drag crisis*), de mise en vibration des haubans sous l'action conjointe du vent et de la pluie (ou *rain-wind-induced-vibration*) et de galop des câbles inclinés secs reposent en effet sur les transitions intervenant dans l'écoulement autour du hauban dans le régime critique. Cette spécificité de l'aérodynamique des haubans de pont, ainsi que leur très faible amortissement structurel pointé au Chapitre 1, expliquent la sensibilité au vent particulière de ces éléments de structure.

Cette présentation des caractéristiques des actions directes du vent sur les haubans, ainsi que celle, au Chapitre 1, du phénomène d'excitation paramétrique, serviront de base à l'interprétation du comportement vibratoire des haubans du Pont de l'Iroise au Chapitre 4. L'identification des compléments nécessaires à la compréhension des phénomènes observés sur site serviront ensuite à la définition des axes de recherche de ce doctorat, développés dans les Chapitres 4 à 7. Mais avant que ne soit présentée la démarche adoptée, le Chapitre 3 introduit le contexte de l'étude et les outils scientifiques utilisés au cours de cette thèse. Le Pont de l'Iroise et son instrumentation sont donc présentés, ainsi que les souffleries atmosphérique et climatique du CSTB, dans lesquelles ont été réalisées les études aérodynamiques.

Chapitre 3 : Contexte et moyens d'étude

L'objectif de ce travail de doctorat est de contribuer à la connaissance des phénomènes à l'origine de la mise en vibration des haubans de pont par le vent et dans le cas du Pont de l'Iroise, d'identifier la source des vibrations afin de proposer des moyens de contrôle adaptés. Le Pont de l'Iroise représente donc à la fois un sujet d'étude et un laboratoire expérimental pour l'identification et la caractérisation de phénomènes pouvant intervenir sur d'autres ouvrages.
Comme nous le verrons au Chapitre 4, le Pont de l'Iroise est le siège de vibrations de haubans indépendantes de la présence de pluie. Le Chapitre 2 a par ailleurs montré que les vibrations des câbles en l'absence de pluie (regroupées sous le terme générique de galop des câbles inclinés secs) avaient jusqu'ici été étudiées principalement en soufflerie, aucun cas n'ayant été signalé de façon certaine sur un ouvrage réel.
Pour répondre au double objectif de ce doctorat, à savoir de contribuer à la connaissance des phénomènes à l'origine des vibrations de haubans de pont et d'identifier, dans le cas précis du Pont de l'Iroise, ceux responsables de l'instabilité des câbles, le travail expérimental réalisé au cours de cette thèse consiste alors en une confrontation de mesures réalisées sur site et en soufflerie.
Ce chapitre présente le contexte de cette étude, ainsi que les moyens d'essai. Il introduit les caractéristiques principales du Pont de l'Iroise et l'instrumentation mise en place par le CSTB. Les souffleries atmosphérique et climatique du CSTB, dans lesquelles les mesures de pression ont été réalisées (respectivement sur un modèle statique et sur un modèle dynamique de hauban) sont ensuite brièvement présentées.

1. Le Pont de l'Iroise : laboratoire expérimental pour l'étude des phénomènes sur site

Le Pont de l'Iroise a été construit en 1994 sur le tracé de la nationale 165 (Fig. 59) reliant Quimper et Brest (Finistère) en doublement de l'ancien Pont Albert Louppe (1930), désormais réservé aux piétons et aux cyclistes. Ce nouveau pont, ouvert au trafic en 1995, devait permettre jusqu'à 35000 véhicules par jour de traverser la rade de Brest.

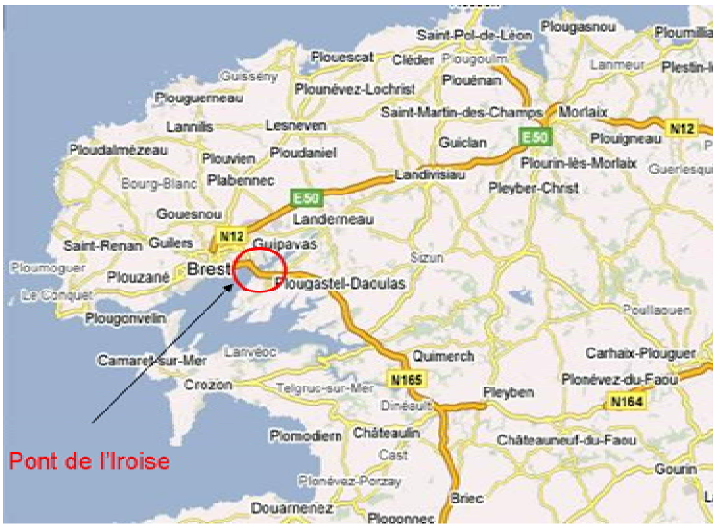


Figure 59. Localisation du Pont de l'Iroise.

1.1. Présentation de la structure

Le Pont de l'Iroise est un pont à haubans d'une longueur totale de 800 mètres. Il est constitué de 5 travées, dont la plus longue, au centre, mesure 400 mètres (Fig. 60). A l'époque de sa construction, terminée en 1994, le pont détenait le record de la plus grande portée de pont à haubans en béton à nappe axiale.

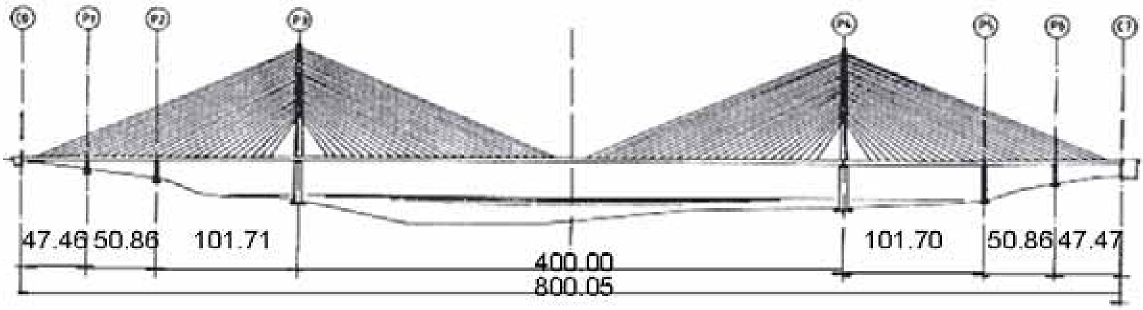


Figure 60. Profil en long du Pont de l'Iroise.

Le tablier en béton précontraint (béton léger BL 32 dans les zones suspendues et béton normal B45 au niveau des piles principales et des extrémités des travées d'accès) est formé d'un caisson rectangulaire de 10.20 mètres de large et de 3.50 mètres de haut. Les encorbellements lui confèrent une largeur totale de 23.10 mètres (Fig. 61).

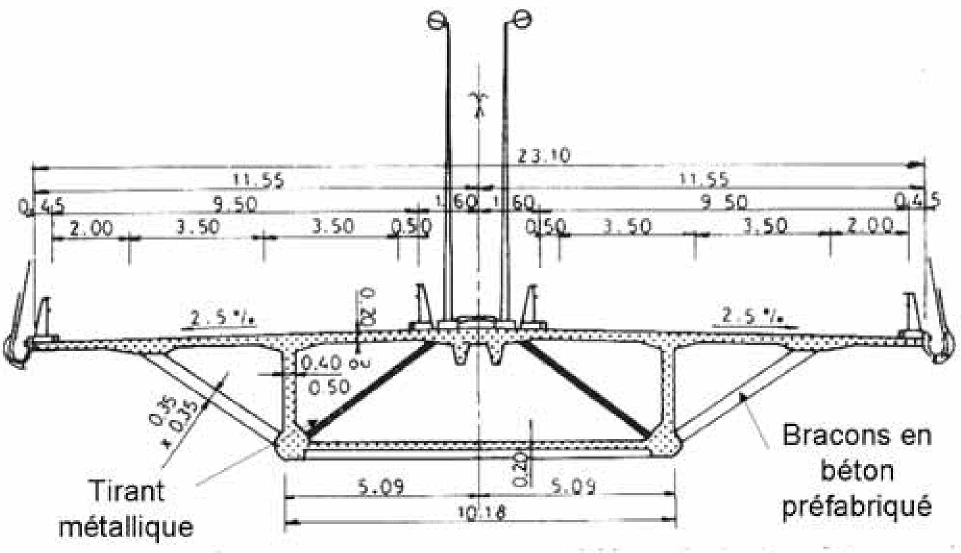


Figure 61. Profil en travers du Pont de l'Iroise.

Les haubans sont supportés par 2 pylônes de 114 mètres de haut, dont 83 au-dessus du tablier. Ils sont constitués de béton haute performance HPC 80 sur les 3 quarts inférieurs et en HPC 60 sur le quart supérieur. La section de ces pylônes est quasi-rectangulaire (aux coins arrondis), avec une dimension dans l'axe du pont variant de 5 mètres à la base à 3 mètres au sommet, et une dimension perpendiculaire à l'axe du pont de 2.90 mètres (Fig. 62).

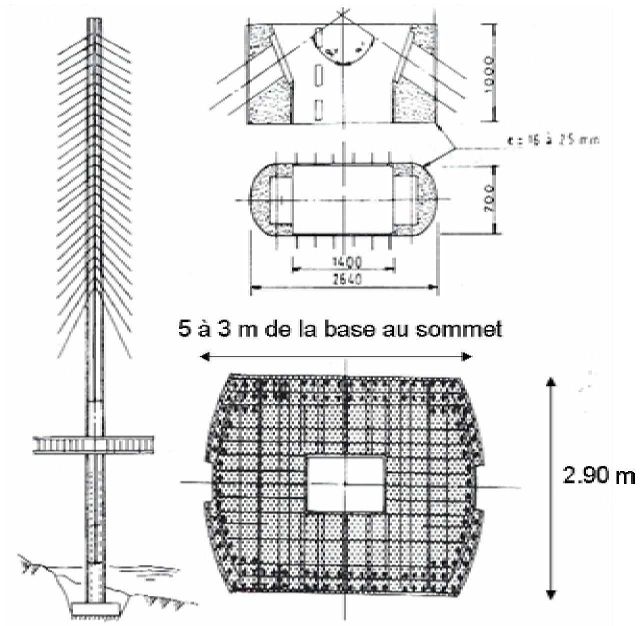
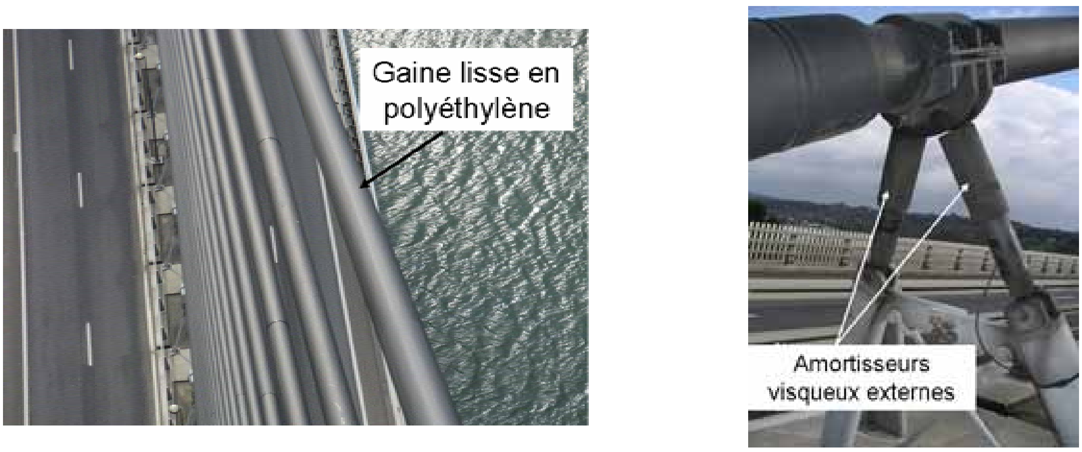


Figure 62. Caractéristiques du pylône H3 et de l'ancrage haut des haubans du Pont de l'Iroise.

Les 104 haubans, 26 par demie travée, sont arrangés en éventail (câbles non parallèles) en une nappe axiale. Il s'agit de haubans multi-torons parallèles, constitués de 36 à 61 torons en acier galvanisé de 15 millimètres de diamètre, protégés par une gaine lisse en polyéthylène à haute densité injectée à la cire pétrolière (Fig. 63 a). Le diamètre extérieur des haubans varie entre 0.16 et 0.20 m. Enfin, l'amortissement structurel de chaque hauban est augmenté par une paire d'amortisseurs visqueux (Fig. 63 b).



a) b)

Figure 63. Gaine en polyéthylène (a) amortisseurs externes (b) des haubans du Pont de l'Iroise.

Par commodité, dans l'ensemble de ce mémoire, les dénominations des pylônes et des haubans seront celles du maître d'ouvrage, à savoir :

- pylône H3 au nord (côté Brest),
- pylône H4 au sud (côté Quimper),
- haubans numérotés successivement H3B26 à H3B1, puis H3Q1 à H3Q26, puis H4B26 à H4B1 et H4Q1 à H4Q26 du nord au sud.

Pour compléter la présentation du Pont de l'Iroise, les paragraphes suivants évoquent les caractéristiques principales de l'environnement de l'ouvrage et identifient les sources d'excitation extérieures principales, qu'il s'agira de prendre en compte dans l'analyse des vibrations des haubans.

1.2. Environnement de l'ouvrage

1.2.1. Exposition au vent

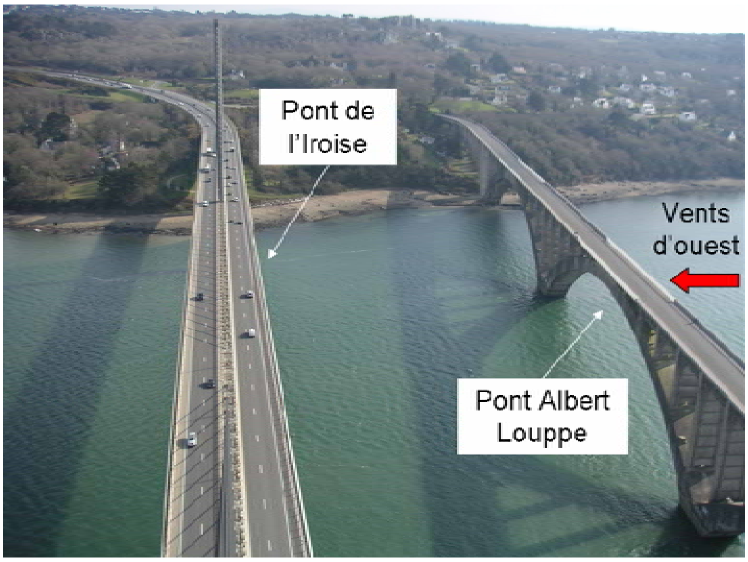
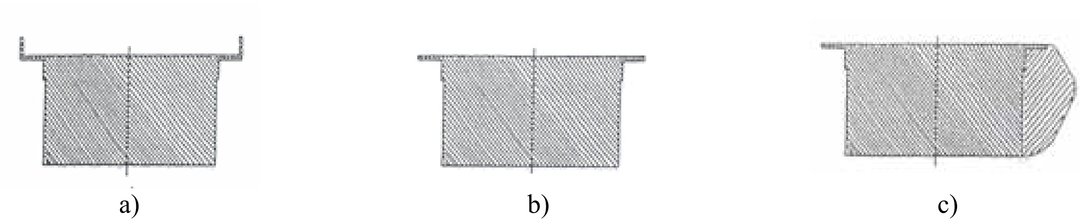


Figure 64. Localisation du Pont de l'Iroise dans le sillage du Pont Albert Louppe.

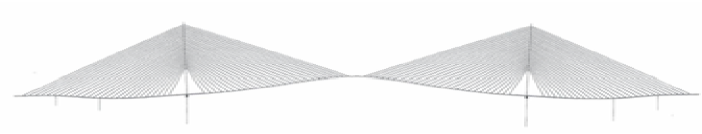
Le comportement dynamique de la structure sous l'effet du vent a fait l'objet d'une étude spécifique avant construction du fait de sa situation dans le proche sillage du Pont Albert Louppe (Fig. 64). Les calculs et les mesures réalisées en soufflerie par le CSTB [1990] ont conduit à une modification du profil de l'ancien pont (Fig. 65), destinée à limiter l'excitation du pont à haubans sous l'effet de vents d'ouest. Les mesures en soufflerie ont en effet montré que sans ces modifications, le sillage de l'ancien pont se caractérisait par une turbulence organisée (Fig. 65 a), susceptible d'exciter significativement les deux premiers modes de flexion du Pont de l'Iroise (à respectivement 0,308 et 0,445 Hz), dont les déformées modales sont rappelées sur la Figure 66.



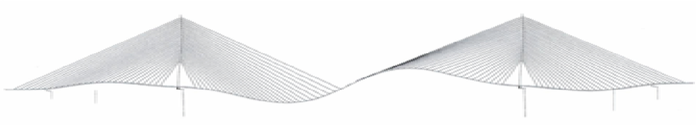
a) b) c)

Figure 65. Profil initial (a), et modifiés (b-c) de la clé des arches du Pont Albert Louppe.

Malgré ce profilage du tablier du Pont Albert Louppe, la réponse dynamique du Pont de l'Iroise restait deux fois supérieure à ce qu'elle serait sous un vent d'ouest en l'absence d'obstacle en amont. Des amortisseurs visqueux non linéaires ont donc été mis en place de façon à réduire de 50 % la réponse du Pont de l'Iroise sous des vents fréquents (5 % de l'année).

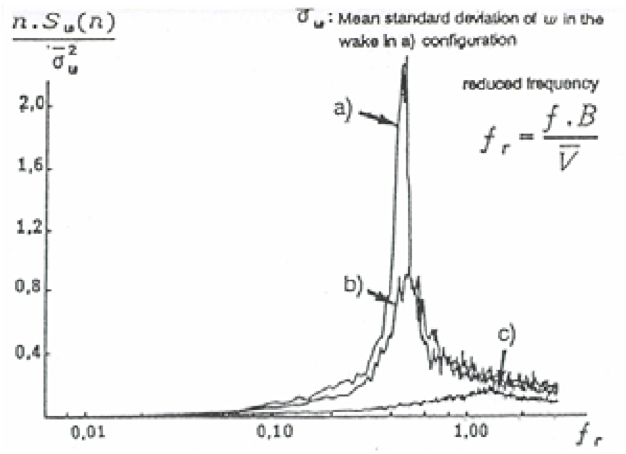


a)

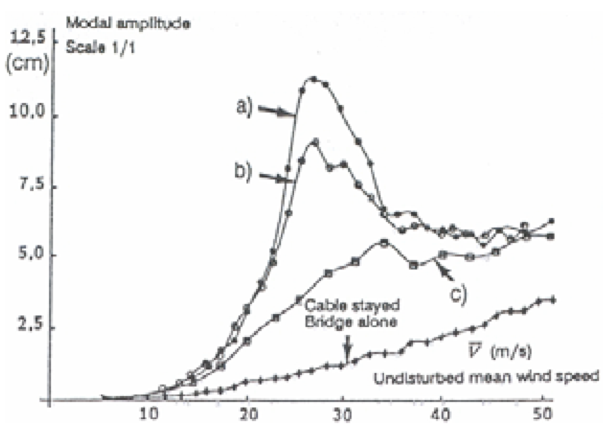


b)

Figure 66. Déformées du premier (a) et du second (b) mode de flexion verticale, respectivement à 0.31 et 0.45 Hz.



a)



b)

Figure 67. Densité spectrale de la composante verticale w de la turbulence mesurée en soufflerie dans le sillage de la maquette du Pont Albert Louppe (a) et réponse mesurée sur la maquette du Pont de l'Iroise (b) [Biétry et al. 1994].

Aujourd'hui, l'ouvrage subit néanmoins des vents d'ouest importants qui peuvent solliciter fortement le tablier et les haubans, comme nous le verrons au Chapitre 4.

1.2.2. Le trafic

Le Pont de l'Iroise supporte une route nationale à 2 fois 2 voies sur laquelle peuvent circuler jusqu'à 40000 véhicules par jour, avec une fréquentation en constante augmentation, comme nous le voyons sur le Tableau 9 [DDE 29 2007]. La Figure 68 montre d'ailleurs que le Pont de l'Iroise constitue le principal point de passage du réseau national sur le département du Finistère. Les sollicitations dynamiques induites par le trafic seront donc également à prendre en compte dans l'analyse du comportement vibratoire de l'ouvrage.

Année	**Moyenne journalière annuelle**	**Pourcentage de poids lourds (%)**
2002	42 703	3.9
2003	43 485	?
2004	44 549	3.5
2005	44 666	3.9

Tableau 9. Statistiques de trafic sur le Pont de l'Iroise [DDE 29 2007].

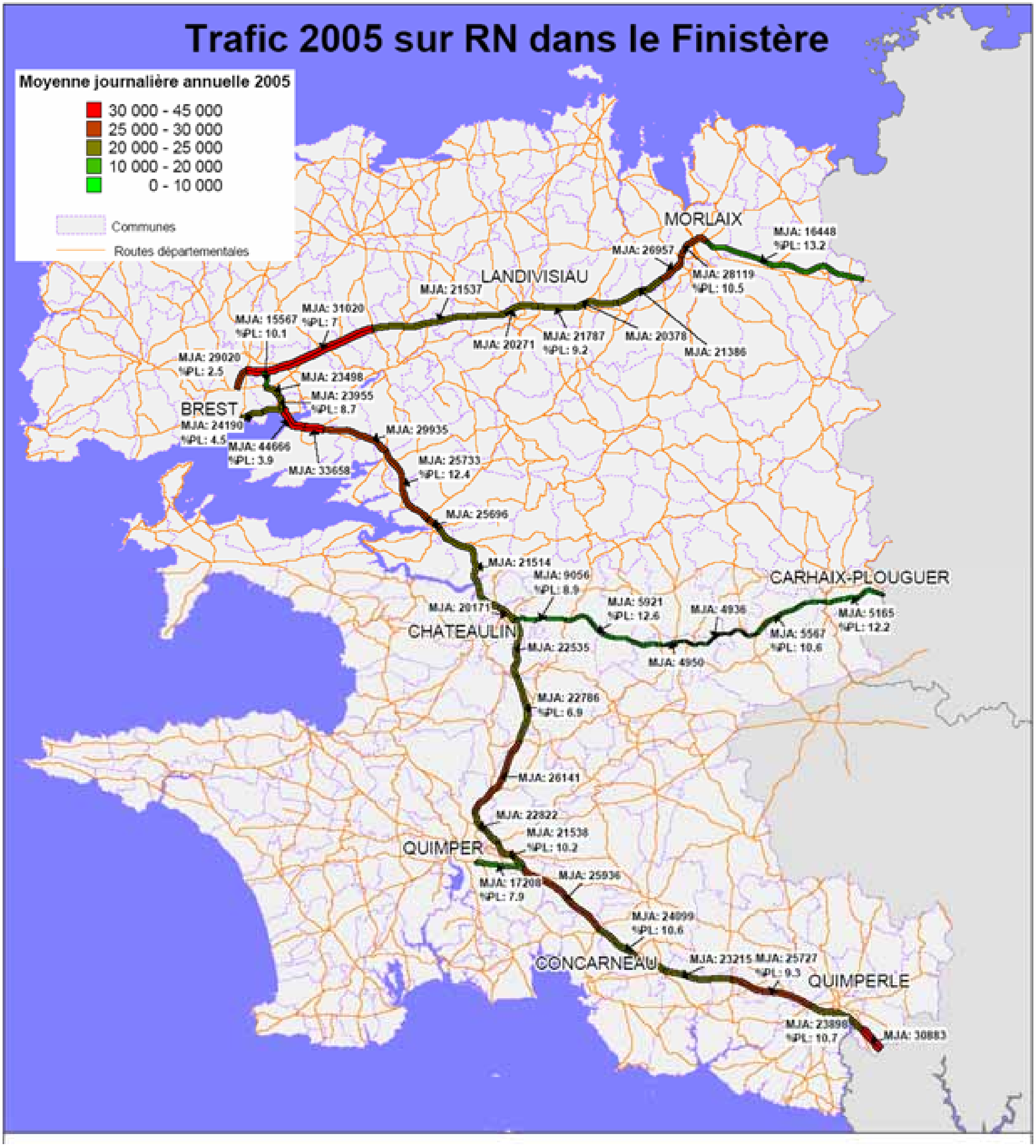


Figure 68. Carte de trafic dans le Finistère sur le réseau national en 2005 [DDE 29 2007].

Après cette rapide présentation de l'environnement du Pont de l'Iroise, les paragraphes suivants reviennent sur le contexte de l'étude initiée par le CSTB en 2004 et l'instrumentation mise en place sur l'ouvrage. Les moyens de mesure présentés sont ceux utilisés au cours de cette thèse pour la caractérisation sur site des vibrations des haubans de pont.

1.3. Instrumentation du pont

Suite à la constatation de fissures en pieds de plusieurs tubes coffrants des haubans du pont (Fig. 69), la Direction Départementale de l'Equipement du Finistère, maître d'ouvrage, a souhaité vérifier, par un enregistrement continu des vibrations des haubans, si ces derniers étaient soumis à des vibrations excessives. Entre février 2004 et février 2007, le CSTB a donc mesuré en continu le comportement vibratoire de l'ouvrage (tablier, pylône et haubans) ainsi que la vitesse et la direction du vent.

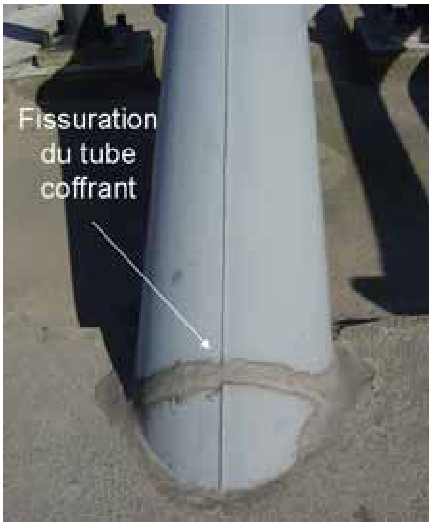


Figure 69. Fissure sur le tube coffrant du hauban H3Q22 du Pont de l'Iroise.

Les fissures constatées au niveau des ancrages bas des haubans concernent principalement le hauban H3Q20, ainsi que les haubans voisins H3Q18, H3Q21, H3Q24 et H3Q26. C'est pourquoi les mesures ont été réalisées avec une attention particulière sur la nappe H3Q.

1.3.1. Les capteurs

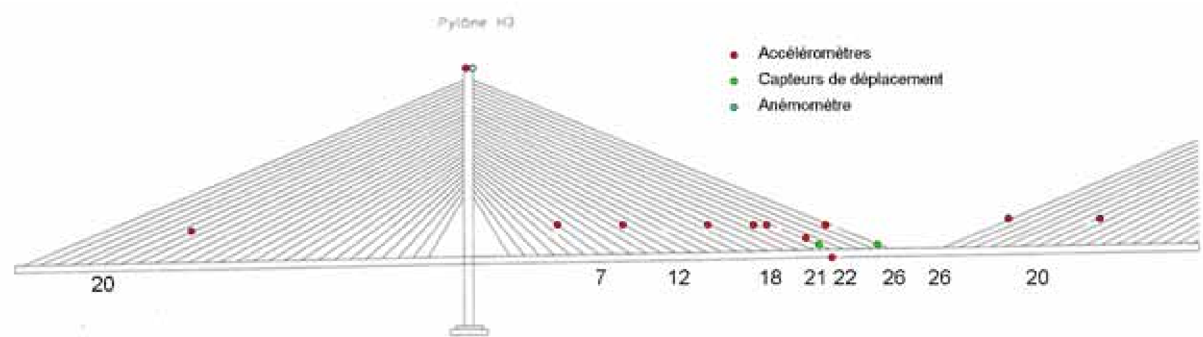


Figure 70. Emplacement des capteurs du CSTB sur le Pont de l'Iroise.

De façon à identifier le comportement dynamique des haubans du Pont de l'Iroise à l'origine des vibrations (qu'il s'agisse de mouvements engendrés par le mouvement du tablier et/ou des pylônes ou par le vent), différents capteurs ont été disposés sur le pont (Fig. 70) :

- des accéléromètres pour mesurer le mouvement vertical des haubans (Fig. 71 a) : ces capteurs sont placés à 10 mètres du tablier (un capteur est également placé à 5 mètres sur le hauban H3Q22) sur la partie supérieure des haubans H3B20, H3Q7, H3Q12, H3Q18, H3Q21, H3Q22, H3Q26, H4B26 et H4B20,

- des accéléromètres pour mesurer le mouvement transversal des haubans (Fig. 71 b) : ces capteurs sont placés à la même hauteur que les précédents sur les mêmes haubans, côté amont (à l'abri du vent),
- deux accéléromètres pour mesurer les mouvements au sommet du pylône H3 dans l'axe du pont et perpendiculairement,
- un anémomètre sonique pour mesurer la vitesse et la direction du vent dans les 3 directions (nord, est, verticale) au sommet du pylône H3 (Fig. 72),
- 4 capteurs de déplacement : 1 pour mesurer le déplacement vertical du tube coffrant du hauban H3Q22, 4 pour mesurer les déplacements de H3Q22 et H3Q26 au niveau des amortisseurs visqueux.

a)

b)

Figure 71. Mesures de l'accélération verticale (a) et transversale (b) des haubans.

Figure 72. Anémomètre sonique sur le pylône H3 du Pont de l'Iroise.

Les accéléromètres disposés sur les haubans sont filtrés passe-bas à une fréquence de 40 Hz par des filtres analogiques d'ordre 3. Les accéléromètres au sommet du pylône H3 sont quant à eux filtrés passe-bas à 10 Hz.

Cette série de capteurs du CSTB est complétée par 7 accéléromètres du Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (LCPC) :

- 2 accéléromètres mesurant les accélérations verticales de part et d'autre du tablier au niveau du hauban H3Q22,
- 1 accéléromètre mesurant le mouvement de balancement du tablier côté amont,
- 3 accéléromètres sur le hauban H3Q20,
- 1 accéléromètre sur le hauban H3Q18.

Les mesures sont enfin associées à l'acquisition de données vidéo de deux caméras : l'une placée dans le tablier du Pont Albert Louppe, permettant de visualiser les mouvements verticaux des haubans du Pont de l'Iroise, et l'autre au sommet du pylône H3, destinée à visualiser les mouvements transversaux des haubans (ainsi que la formation éventuelle d'un filet d'eau en présence de pluie) (Fig. 73). Les deux caméras sont orientées vers la nappe H3Q.

a) b)

Figure 73. Caméras disposées sur le Pont Albert Louppe (a) et sur le pylône H3 du Pont de l'Iroise.

Le paragraphe suivant introduit le principe d'acquisition utilisé pour l'enregistrement des données relatives aux épisodes de vibration des haubans du Pont de l'Iroise à partir des mesures en continu.

1.3.2. Principe de la mesure

Le monitoring proposé par le CSTB est fondé sur le principe de déclenchement sur alerte programmée. Les capteurs mesurent en continu le comportement dynamique de l'ouvrage et un logiciel de surveillance calcule les valeurs moyennes et les écarts-types associés à chaque voie de mesure. Ces données statistiques sont comparées à des valeurs de consignes préétablies. Dans le cas du dépassement d'au moins un seuil (vitesse du vent, ou écart-type d'une accélération verticale ou transversale d'un hauban) le logiciel déclenche l'acquisition des données sur le disque dur à une fréquence de 100 Hz.
De même deux enregistreurs numériques stockent en permanence dans une mémoire tampon les images des deux caméras. Ces données ne sont enregistrées que lors d'un dépassement de seuil.

Les seuils sont choisis de façon à enregistrer tout épisode de vibration significatif, tout en limitant la quantité de données finales. A titre d'exemple, le seuil de vitesse choisi en début de campagne était de 18 m/s. La mise en évidence de cas de vibrations pour des vitesses inférieures, de l'ordre de 13 m/s, a conduit à baisser ce seuil pour la suite. Inversement, le disfonctionnement de certains capteurs s'est traduit par des déclenchements intempestifs de l'acquisition ; les seuils des voies correspondantes ont alors été relevés.

Cette partie a introduit le contexte de l'étude réalisée sur le site du Pont de l'Iroise, ainsi que l'instrumentation mise en place par le CSTB. Ces informations seront utiles pour la compréhension de la démarche adoptée au Chapitre 4, pour l'étude du comportement au vent des haubans sur site.
Les paragraphes suivants introduisent quant à eux les moyens scientifiques utilisés pour la caractérisation des phénomènes vibratoires en laboratoire.

2. Les souffleries du CSTB : laboratoires expérimentaux pour l'étude des écoulements autour du hauban

Au cours de cette thèse, deux types d'essais en soufflerie ont été réalisés, chacun dans une soufflerie différente :

- les mesures de pression sur un modèle statique de hauban, réalisées dans la soufflerie à couche limite atmosphérique,
- les mesures de pression sur un modèle dynamique de hauban, réalisées dans la soufflerie climatique.

Les paragraphes suivants présentent les caractéristiques principales de ces deux souffleries. Les deux types de maquettes utilisés seront quant à eux introduits dans le Chapitre 5.

2.1. La soufflerie à couche limite atmosphérique

Cette soufflerie est utilisée pour la simulation à échelle réduite des écoulements atmosphériques turbulents autour d'obstacles (maquettes du 1/100ème au 1/100ème), avec reproduction des vents de toute nature (maritime, campagne urbain …). Elle possède une veine d'essais rectangulaire longue, qui permet de recréer artificiellement une couche limite turbulente par l'intermédiaire de rugosités et de blocs distribués sur le plancher de la veine d'essais, à l'amont du modèle étudié.

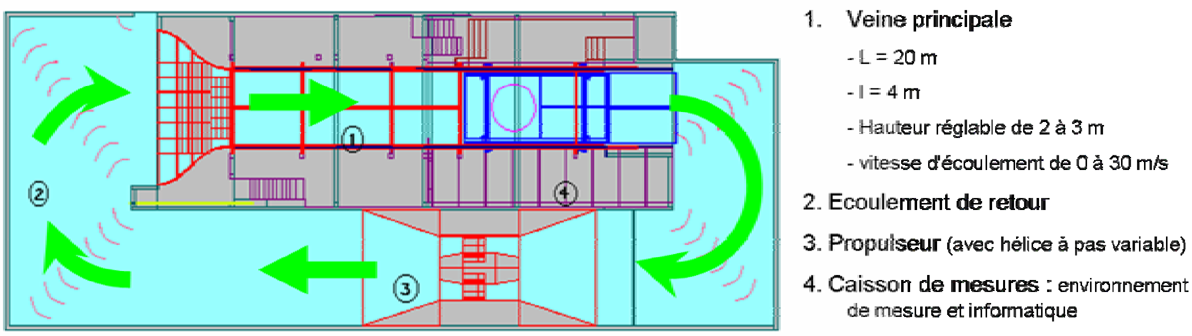


Figure 74. Caractéristiques de la soufflerie atmosphérique du CSTB.

Ce type de soufflerie permet en particulier de réaliser des études sur des maquettes complètes d'un ouvrage, intégrant la structure étudiée et son environnement proche (reliefs proches ou structures voisines, topographie …), qui peut perturber et modeler le vent incident à proximité de l'ouvrage (Chapitre 2). C'est en particulier dans la soufflerie atmosphérique du CSTB qu'ont été réalisés les essais de caractérisation de la turbulence sur le site du Pont de l'Iroise (dans le sillage du Pont Albert Louppe) avant sa construction [CSTB 1990] (Fig. 75).

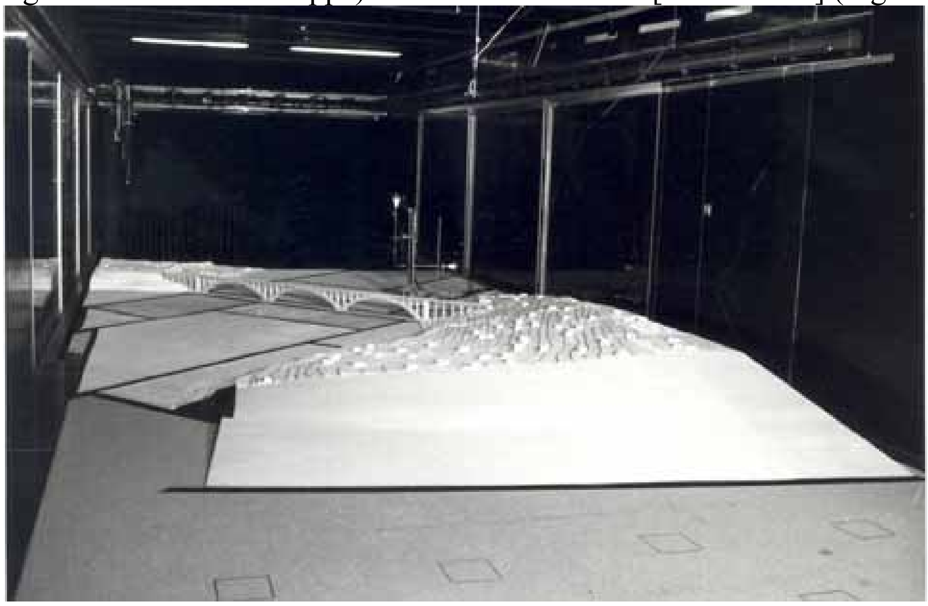


Figure 75. Caractérisation en soufflerie de la turbulence dans le sillage du Pont Albert Louppe [CSTB 1990].

Comme nous le verrons au Chapitre 4, les mesures de pression réalisées au cours de ce doctorat à la surface d'un modèle de hauban se font à l'échelle 1 et l'objectif n'est donc pas de reproduire la turbulence réelle sur le site du Pont de l'Iroise. Le choix de mener cette campagne d'essais dans la soufflerie atmosphérique est plutôt dicté par la volonté de contrôler au maximum l'écoulement. Nous verrons en effet au Chapitre 4 que l'utilisation du plaques lisses à l'amont du modèle permet d'obtenir une intensité de turbulence I_u très faible (de l'ordre de 0.75 %), souhaitable pour la caractérisation fine de l'écoulement autour d'un cylindre dans le régime critique.

2.2. La soufflerie climatique

La soufflerie climatique Jules Verne a été conçue pour étudier à l'échelle de la vraie grandeur, les effets combinés du vent et des autres paramètres climatiques (pluie, sable, soleil, température, neige, ...) sur des éléments de construction, des véhicules ou du matériel de transport, ou sur tout système soumis à des conditions climatiques de type extrême.
La Figure 76 présente les principales caractéristiques de la soufflerie. Deux anneaux indépendants ont été réalisés.

- Le circuit dynamique permet de reproduire la structure spatio-temporelle du vent, la pluie et les vents de sable jusqu'à 90 km/h en veine environnement. La veine haute vitesse est équipée d'une balance dynamométrique qui autorise la mesure des coefficients aérodynamiques de véhicules automobiles jusqu'à 280 km/h.
- Le circuit thermique permet de reproduire un très large éventail de paramètres climatiques combinés à un écoulement d'air pouvant atteindre 140 km/h. La température ambiante et l'hygrométrie y sont contrôlées. Divers types de précipitations sont reproduits : la pluie, le brouillard, la neige. Le système à l'étude peut également être soumis à un flux radiatif intense provenant du simulateur solaire.

Par ailleurs la veine d'essai dispose d'équipements spécifiques aux études de véhicules automobiles (banc à rouleaux, système extracteur de gaz d'échappement).

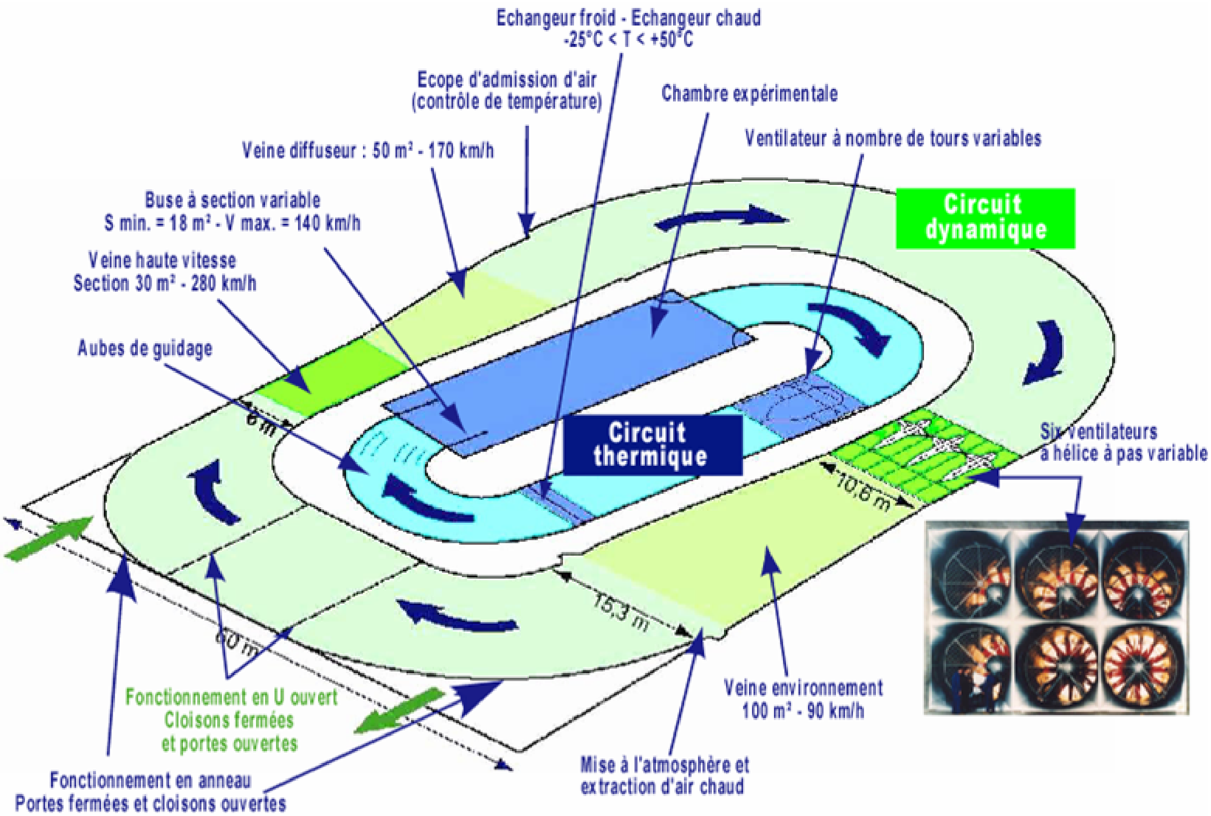


Figure 76. La soufflerie climatique Jules Verne du CSTB.

Nous avons vu au Chapitre 2 que les phénomènes aérodynamiques à l'origine des vibrations de grande amplitude des haubans de pont étaient associés à des changements de régimes d'écoulement, dépendant entre autres du nombre de Reyndolds (en particulier dans le cas du phénomène de galop sec, qui apparaît dans le régime critique) et de la présence de pluie (dans le cas du phénomène pluie-vent). L'étude de ces mécanismes en laboratoire nécessite donc la réalisation d'essais à l'échelle 1, comme nous le verrons au Chapitre 4.
Cependant, seule une portion de hauban peut être placée dans la veine d'essais. C'est en particulier le cas dans la soufflerie atmosphérique présentée dans le paragraphe précédent. L'étude de la corrélation des propriétés de l'écoulement le long d'un hauban en oscillation nécessite cependant l'utilisation d'un modèle suffisamment long. C'est pourquoi les essais dynamiques entrepris au cours de ce doctorat sont réalisés dans la veine haute vitesse de la soufflerie climatique (qui se caractérise de plus par un écoulement relativement homogène).

Bilan

Ce chapitre a brièvement introduit les moyens scientifiques utilisés au cours de ce doctorat pour l'étude de la mise en vibration des haubans de pont. La caractérisation des phénomènes sur site est réalisée sur le Pont de l'Iroise, grâce à l'instrumentation mise en place par le

CSTB. L'étude de l'écoulement autour des haubans est quant à elle menée dans les souffleries atmosphériques et climatiques du CSTB.

Les chapitres suivants développent la démarche adoptée au cours de ce doctorat.

Chapitre 4 : Caractérisation sur site de la mise en vibration des haubans de pont

La première partie de ce travail de thèse est consacrée à l'analyse de la mise en vibration des haubans de pont sur site. L'objectif est de caractériser les phénomènes à l'origine de la mise en vibration des câbles, c'est à dire d'identifier les conditions d'apparition des oscillations (conditions climatiques, trafic) et de caractériser le comportement dynamique associé des haubans. Il s'agit ensuite de définir les axes de recherche à approfondir pour permettre d'identifier les mécanismes à l'origine des vibrations observées, au moyen d'une confrontation entre les mesures réalisées sur le Pont de l'Iroise et les données issues de la bibliographie.

Pour caractériser les phénomènes à l'origine de la mise en mouvement des haubans, les mesures sur le Pont de l'Iroise ont été réalisées en 2 phases principales. Dans un premier temps, l'objectif a été d'étudier le comportement des haubans en fonctionnement normal, c'est à dire en présence de leurs amortisseurs additionnels. Cependant, pour déterminer l'origine des vibrations, l'identification des caractéristiques communes (conditions climatiques, fréquences de vibration des haubans) à un nombre significatif d'épisodes de vibration est nécessaire. L'idée a donc été dans un second temps de favoriser l'apparition des phénomènes vibratoires (tout en garantissant l'intégrité de la structure), en supprimant alternativement les amortisseurs additionnels d'un ou de plusieurs haubans. Les différentes tranches de mesures sont récapitulées dans le Tableau 10.

Pour chacune des phases de mesure, nous avons alors cherché à identifier au moyen d'une méthode statistique (calcul des valeurs moyennes et des écarts-types de chaque signal) les épisodes de vibration parmi la grande quantité de fichiers enregistrés, et d'extraire les conditions climatiques associées (vitesse et direction moyennes du vent, intensités de turbulence …). Le comportement dynamique des haubans et de la structure au cours de ces épisodes de vibration est ensuite analysé par traitement des signaux des différents accéléromètres disposés sur l'ouvrage (intégration, calcul de spectres, analyse temps-fréquence …).

Phases principales	**Tranches**	**Dates de début**	**Dates de fin**	**Configuration**
Analyse du comportement dynamique en fonctionnement normal	1	19/02/04	11/03/05	Haubans équipés de leurs amortisseurs
Mise en évidence des phénomènes vibratoires par suppression des amortisseurs de 1 ou de plusieurs haubans	2	11/03/05	09/02/06	Hauban H3Q22 privé de ses amortisseurs
	3	09/02/06	09/06/06	Hauban H3Q26 privé de ses amortisseurs
	4	09/06/06	05/02/07	Haubans H3Q21, H3Q22, H3Q26 et H4B20 privés de leurs amortisseurs

Tableau 10. Différentes tranches de mesure du monitoring du Pont de l'Iroise.

1. Caractérisation du comportement dynamique des haubans du Pont de l'Iroise en fonctionnement normal

L'objectif de cette première période de mesures est de caractériser le comportement des haubans en présence des amortisseurs (Fig. 77). Sur la période du 19/02/04 au 11/03/05, il s'agit donc d'identifier les conditions climatiques associées aux mouvements principaux des haubans.

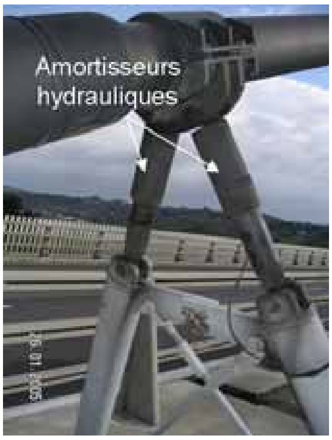


Figure 77. Amortisseurs hydrauliques sur les haubans du Pont de l'Iroise.

Pour cela, la première idée a été de limiter le nombre de fichiers enregistrés. Ainsi pour éviter l'acquisition de données associées à des vitesses de vent trop faibles pour conduire à la mise en vibration des haubans, le seuil de déclenchement des acquisitions associé à la vitesse du vent a été fixé à 15 m/s en juillet 2004, puis relevé à 18 m/s pour la suite de cette première période de mesure. Toute vibration d'amplitude importante des haubans ou de la structure pour une vitesse inférieure à ce seuil est par ailleurs enregistrée, du fait du dépassement des seuils prédéfinis associés aux accéléromètres.

Pour caractériser le comportement dynamique de la structure en fonction des conditions climatiques, la méthode consiste alors dans un premier temps à calculer la moyenne et l'écart-type du signal brut issu de chacun des capteurs disposé sur le pont pour l'ensemble des fichiers enregistrés. La distribution des valeurs des écarts-types associés aux accélérations des haubans, du tablier et du pylône H3 en fonction de la vitesse et de la direction du vent est ensuite analysée.

1.1. Identification des conditions climatiques associées aux accélérations principales des haubans

Cette première étape est destinée à identifier les mouvements des haubans sur l'ensemble du spectre, ainsi que les conditions climatiques associées. Autrement dit, il s'agit de repérer les excitations de l'ensemble des modes des haubans, qu'elles soient associées à de petites ou de grandes amplitudes, et leurs conditions d'apparition.

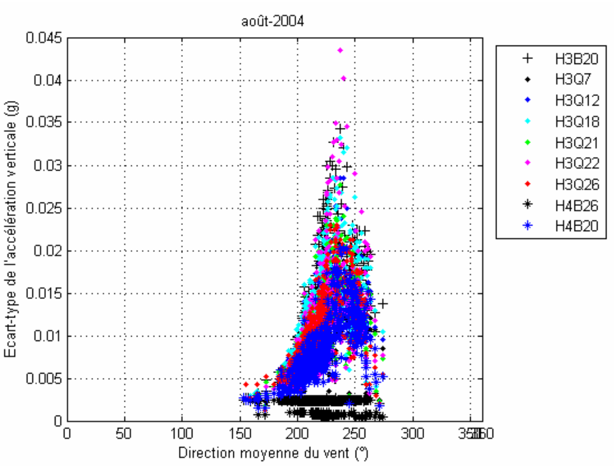
Pour cela les calculs statistiques (moyenne, écart-type) sont effectués sur les signaux d'accélération brut et la distribution des écarts-types en fonction de la direction et de la vitesse moyennes du vent est ensuite analysée. Cette analyse centrée sur les signaux d'accélération permet en effet a priori de repérer à la fois les mouvements de grande amplitude associés aux premières fréquences propres des câbles (déplacements et accélérations importantes), et les mouvements de plus faible amplitude associés aux modes élevés (déplacements faibles, mais accélérations plus importantes).

1.1.1. Identification et explication des directions de vent associées aux accélérations principales des haubans

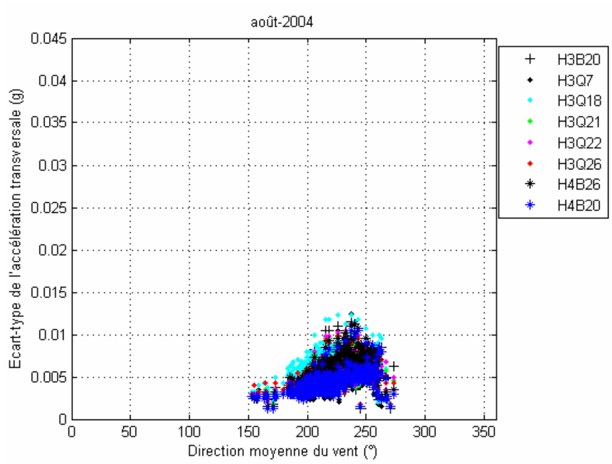
Il s'agit dans un premier temps d'identifier les directions de vent associées aux accélérations maximales des haubans. L'idée est ensuite d'expliquer le comportement particulier des câbles dans ces directions, en considérant les mouvements du pont et en identifiant les propriétés particulières du vent dans les directions correspondant aux mouvements principaux des haubans.

Dans les paragraphes suivants, les données des mois d'août et octobre 2004 sont présentées à titre d'exemple, du fait du grand nombre d'épisodes de vents forts enregistrés.

La distribution des écarts-types des accélérations verticales et horizontales sur l'ensemble des épisodes de vent enregistrés révèle une sensibilité particulière de l'ensemble des haubans aux vents d'ouest (Fig. 78-79). Il apparaît que les valeurs maximales des écarts-types des accélérations sont associées à des mouvements essentiellement verticaux, qui apparaissent pour des directions de vent de l'ordre de 235-240° par rapport au nord. Le pont étant lui-même orienté de 32° par rapport au nord, ces directions correspondent donc à des vents perpendiculaires à l'axe du Pont de l'Iroise. Ce résultat est illustré sur la Figure 80 dans le cas du hauban H3Q22, qui présente des accélérations verticales particulièrement importantes.

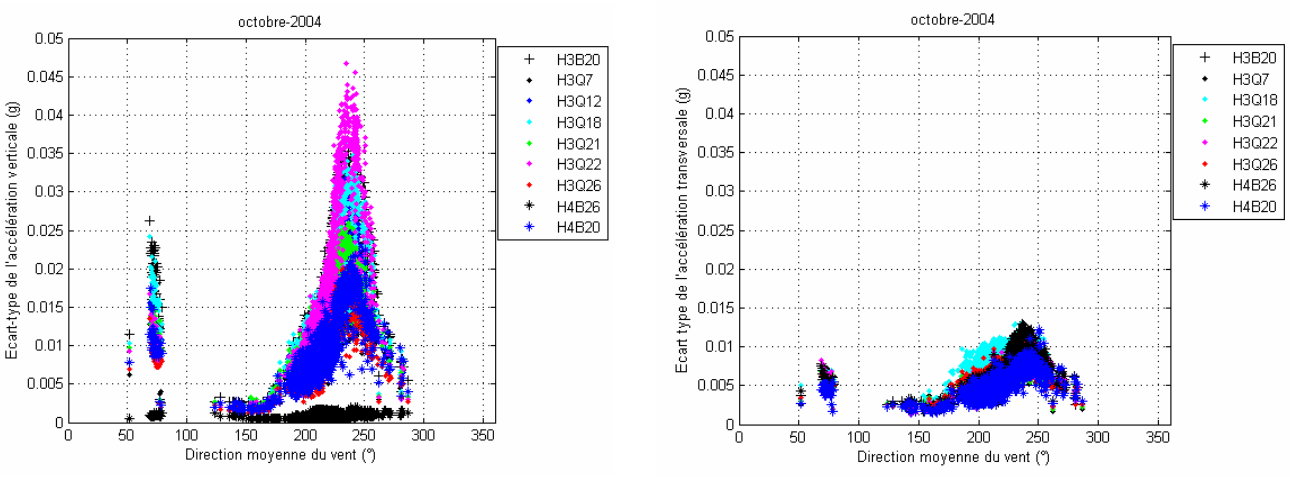


a)



b)

Figure 78. Evolution des écarts-types des accélérations des haubans en présence des amortisseurs en fonction de la direction du vent en août 2004.



a) b)

Figure 79. Evolution des écarts-types des accélérations des haubans en présence des amortisseurs en fonction de la direction du vent en octobre 2004.

Les Figures 79 et 80 indiquent de plus que le phénomène semble symétrique par rapport à l'axe du pont. Nous constatons en effet quelques valeurs d'écarts types d'accélérations verticales supérieures à 0.0125.g ($g = 9.81\ m.s^{-2}$) pour des directions de vent de l'ordre de 60° par rapport au nord. Le nombre de données plus faible dans cette gamme de directions, qui empêche donc d'affirmer avec certitude la symétrie du phénomène par rapport à l'axe du pont, s'explique par la plus faible occurrence d'épisodes de vents forts venant de l'intérieur des terres.

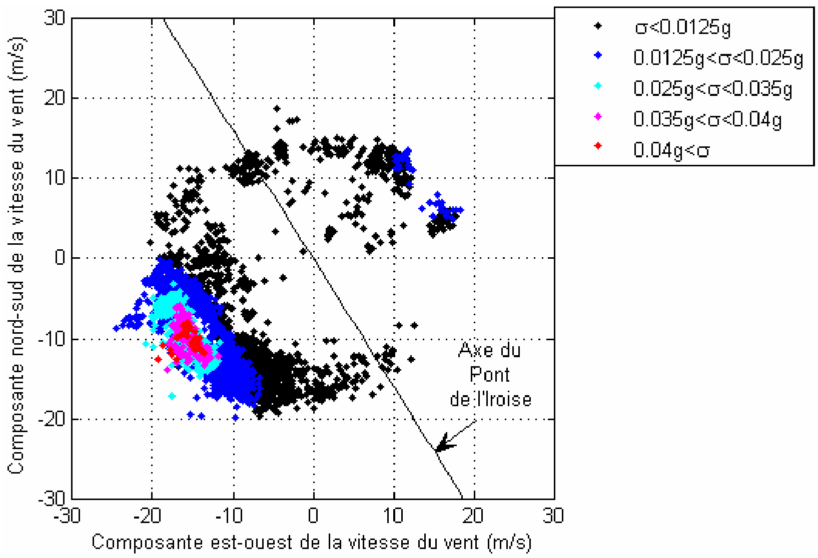
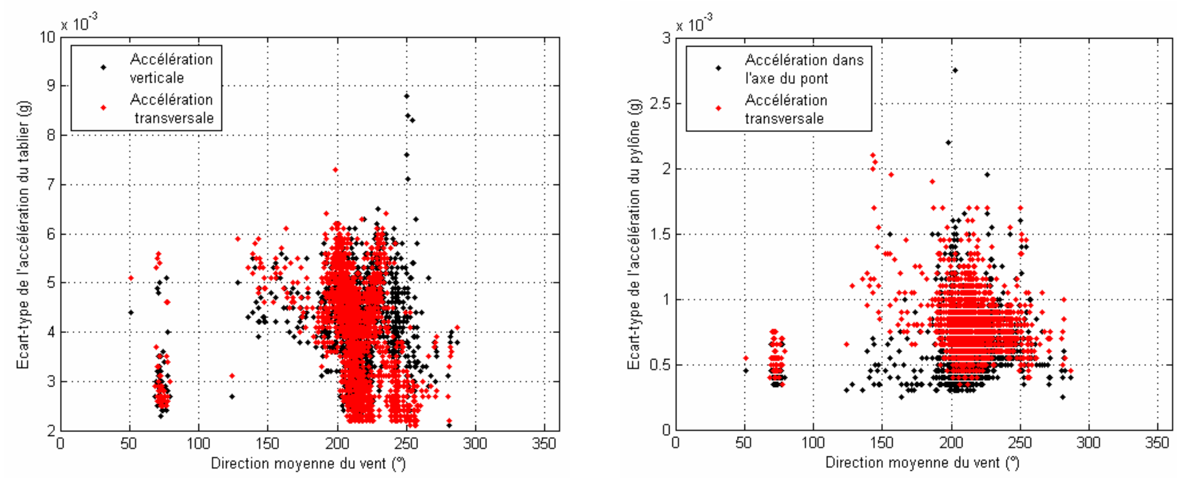


Figure 80. Distribution des écarts-types de l'accélération verticale du hauban H3Q22 en fonction de la direction du vent entre février 2004 et février 2005.

Il s'agit alors d'identifier les causes du comportement particulier des haubans dans la gamme de directions 235-240°. La première étape est de déterminer si le comportement des câbles est conditionné par un comportement particulier de la structure globale dans cette gamme de directions.

La distribution des écarts-types des accélérations du tablier (Fig. 81 a) et du pylône (Fig. 81 b) ne révèle aucun comportement particulier de la structure dans les directions associées aux accélérations principales des câbles. Ce résultat semble donc indiquer que le comportement particulier des haubans du Pont de l'Iroise dans la gamme de direction 235-240° est associé à une action directe du vent sur les câbles (et non par l'intermédiaire des ancrages).

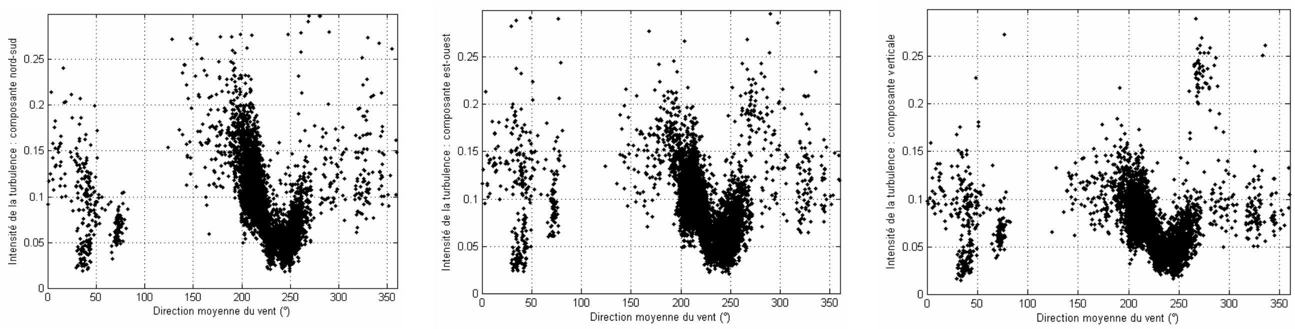


a) b)

Figure 81. Distribution de l'écart-type des accélérations du tablier (a) et du pylône H3 (b) en fonction de la direction du vent en octobre 2004.

La deuxième étape de caractérisation des directions de vent associées aux accélérations principales des haubans passe par l'identification des spécificités de l'écoulement dans ces directions.

En particulier, les intensités de turbulence au cours des différents épisodes de vent enregistrés sont évaluées, à partir des mesures des 3 composantes du vent au sommet du pylône H3. La Figure 82 met alors en évidence des intensités de turbulence plus faibles (inférieures à 10 %) dans les directions associées aux accélérations de haubans les plus importantes, dans la gamme 235-250°. Cette caractéristique s'explique en partie par le fait que ces directions correspondent à des vents dans l'axe de la rivière Elorn, caractérisée par une rugosité de type mer (Chapitre 2).



a) b) c)

Figure 82. Evolution des intensités de turbulence en fonction de la direction du vent entre février 2004 et février 2005.

La Figure 83 confirme que les valeurs importantes de l'écart-type de l'accélération verticale du hauban H3Q22 sont corrélées avec de faibles valeurs de l'intensité de la turbulence.

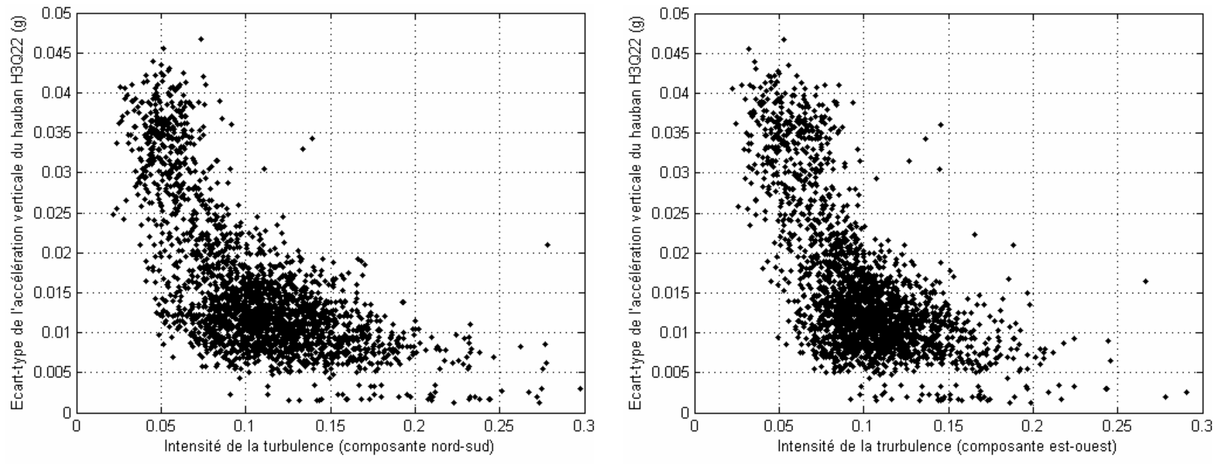


Figure 83. Evolution de l'écart-type de l'accélération verticale du hauban H3Q22 au mois d'octobre 2004 en fonction des intensités de la turbulence.

Le faible taux de turbulence dans la gamme de directions 235-250° pourrait donc partiellement expliquer la plus grande sensibilité des haubans dans ces directions.

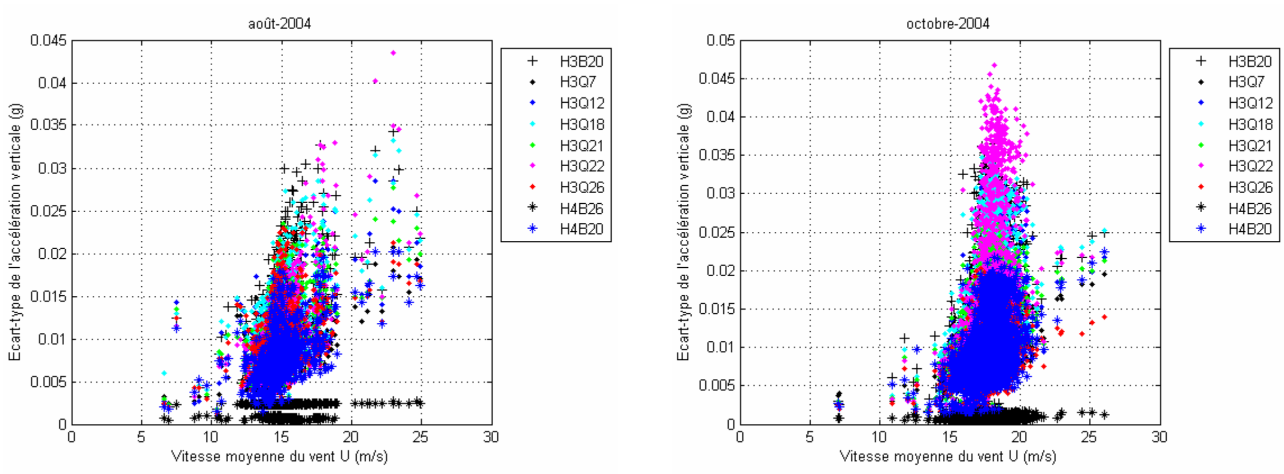
A ce stade, la sensibilité des haubans et de la structure pour des directions voisines de 240° a donc été identifiée, directions caractérisées par des intensités de turbulence plus faibles. De plus les accélérations principales des haubans, essentiellement verticales, semblent associées à une action directe du vent sur les câbles. Toutefois, la seule analyse de la distribution des écarts-types en fonction de la direction du vent ne permet pas de déterminer si ce comportement spécifique est dû à un phénomène aérodynamique particulier, ou simplement à la géographie du site. Il se peut en effet que le comportement particulier identifié dans le paragraphe précédent soit dû à l'occurrence d'épisodes de vent significatifs dans une gamme de directions unique, dans l'axe de la rivière Elorn. La Figure 82 révèle en effet que c'est dans ces directions qu'a été enregistrée la majorité des épisodes de vent fort sur cette première période de mesures.

Pour identifier un éventuel phénomène aérodynamique à l'origine de la mise en mouvement des haubans, il faut alors déterminer si dans les directions identifiées comme « critiques », les accélérations principales des haubans sont également associées à des gammes de vitesses particulières.

1.1.2. Identification des vitesses de vent associées aux accélérations principales des haubans

Il s'agit ici d'évaluer la dépendance du comportement dynamique des haubans en fonction de la vitesse du vent. L'objectif est de déterminer si les haubans sont sensibles à une gamme de vitesses particulière, signe éventuel d'un phénomène aérodynamique. Comme dans le paragraphe précédent, il convient également d'analyser le comportement dynamique de la structure en fonction de la vitesse du vent, afin d'identifier une éventuelle mise en mouvement des haubans par mouvement des ancrages.

La distribution des écarts-types des accélérations des haubans en fonction de la vitesse moyenne du vent (mesurée au sommet du pylône H3) est étudiée mois par mois. Les acquisitions des mois d'août et octobre 2004 mettent en évidence une augmentation des accélérations avec la vitesse du vent (Fig. 84).



a) b)

Figure 84. Evolution des écarts-types des accélérations verticales des haubans en fonction de la vitesse du vent en août (a) et octobre 2004 (b).

Dans le cas du mois d'octobre 2004, la Figure 84 b montre une sensibilité particulière des haubans dans la gamme de vitesses 16-20 m/s. Or les forces exercées par le vent sur une structure varient avec le carré de la vitesse (Chapitre 2). Ainsi pour mettre en évidence un éventuel phénomène aérodynamique, l'analyse de la distribution du rapport σ/U^2 (avec σ l'écart-type de l'accélération verticale du hauban et U la vitesse moyenne du vent) en fonction de la vitesse moyenne du vent se révèle être un meilleur indicateur. La Figure 85 montre ainsi que sur la première tranche de mesures, plusieurs haubans semblent effectivement manifester une sensibilité particulière aux vitesses comprises entre 16 et 20 m/s, mais que cette caractéristique est plus ou moins accentuée selon le hauban considéré. Notons en particulier que le hauban court H3Q7 (Fig. 85 a) ne présente pas de valeurs de l'écart-type de l'accélération verticale particulièrement élevée, tandis que cette tendance est particulièrement marquée pour le hauban H3Q22 (Fig. 85 d). L'origine de ces différences peut provenir en partie des coefficients d'amortissement intrinsèques des haubans.

Signalons de plus que cette analyse reste à nuancer du fait de la faible occurrence de vitesses de vent supérieures à 20 m/s.

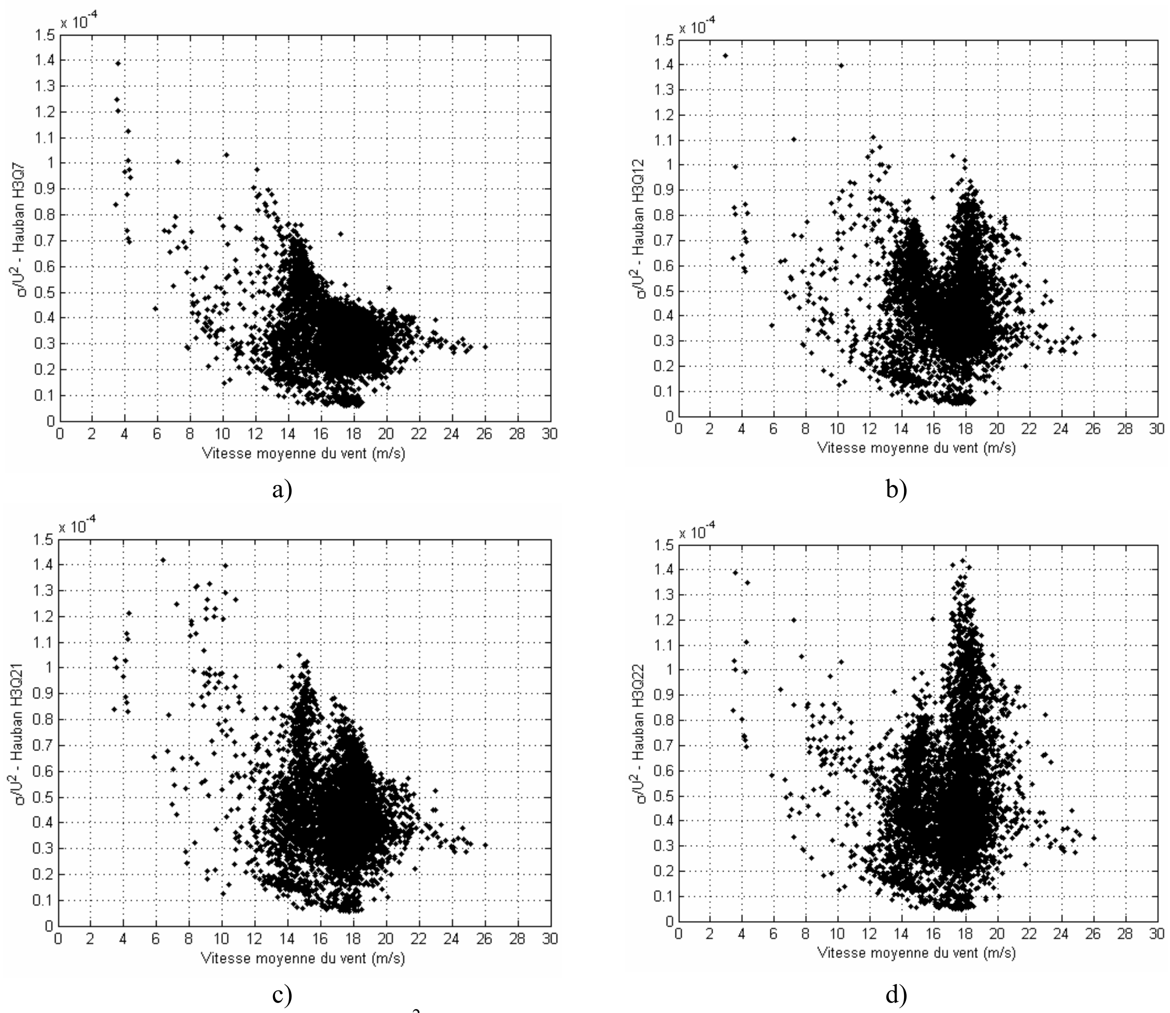


Figure 85. Distribution du rapport σ/U^2 en fonction de la vitesse moyenne du vent entre février 2004 et février 2005 pour les haubans H3Q7 (a), H3Q12 (b), H3Q21 (c) et H3Q22 (d).

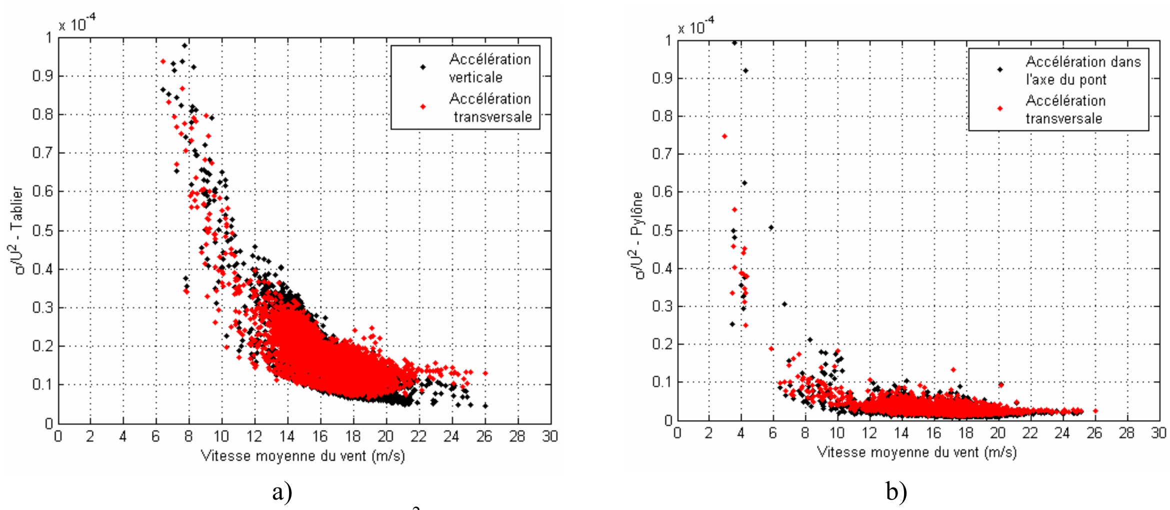


Figure 86. Distribution du rapport σ/U^2 en fonction de la vitesse moyenne du vent entre février 2004 et février 2005 pour le tablier (a) et le pylône H3 (b).

L'analyse précédente montre donc une sensibilité particulière de certains haubans dans la plage de vitesses 16-20 m/s. Il s'agit alors de déterminer si cette caractéristique est liée à des accélérations plus importantes de la structure globale dans cette gamme de vitesses de vent.
La distribution du rapport σ/U^2 dans le cas du tablier et du pylône ne révèle cependant aucun comportement particulier de la structure dans une gamme de vitesses restreinte. Ce résultat confirme donc que l'excitation des haubans est due à un effet direct du vent sur les câbles.

A ce stade, la sensibilité particulière de certains haubans du Pont de l'Iroise à des vitesses de vent comprises entre 16 et 20 m/s a été mise en évidence. Ce résultat, associé à l'apparition, révélée au paragraphe précédent, d'accélérations plus importantes dans une gamme de directions de vent restreinte, peut être le signe de la manifestation d'un phénomène aérodynamique particulier. L'étude conjointe du comportement du tablier et du pylône H3 a de plus montré que les accélérations principales des haubans sont indépendantes de celles des ancrages. Néanmoins, la caractérisation du phénomène reste à compléter par l'analyse plus fine du comportement dynamique des câbles dans les gammes de directions et de vitesses de vent identifiées comme « critiques ». L'objectif est en particulier d'évaluer les fréquences de vibration sollicitées par le vent, ainsi que les amplitudes des mouvements associés.

1.2. Caractérisation du comportement dynamique des haubans

L'analyse des écarts types des accélérations verticales et transversales des haubans du Pont de l'Iroise a montré que le mouvement des câbles était essentiellement vertical (Fig 78-79). Il s'agit désormais de compléter cette première caractérisation par l'évaluation des fréquences et des amplitudes des oscillations des haubans dans les gammes de directions et de vitesses critiques identifiées au cours de cette première tranche de mesures.

La densité spectrale de l'accélération verticale des haubans est donc évaluée, dans les gammes de directions et de vitesses de vent identifiées précédemment. La Figure 87 présente ainsi l'évolution du spectre de l'accélération verticale du hauban H3Q22, dont les Figures 78 et 79 ont montré la sensibilité particulière, en fonction de la vitesse du vent, pour des directions de vent comprises entre 232 et 242°. Pour s'assurer que les spectres présentés sont significatifs, les fichiers sélectionnés répondent à un critère de stationnarité du vent sur la base des variations de directions et de vitesses mesurées au sommet du pylône H3. Les spectres présentés sur la Figure 87 correspondent en effet à des acquisitions de plus de 8 minutes, durant lesquels l'écart maximal entre moyennes sur 30 secondes est de 10° pour la direction et de 20 % pour la vitesse du vent.
Signalons que les vitesses de vent mentionnées sur la Figure 87 correspondent aux vitesses moyennes en milieu de hauban, obtenues à partir des vitesses moyennes enregistrées au sommet du pylône par application de la loi de puissance (équation 97 du Chapitre 2).

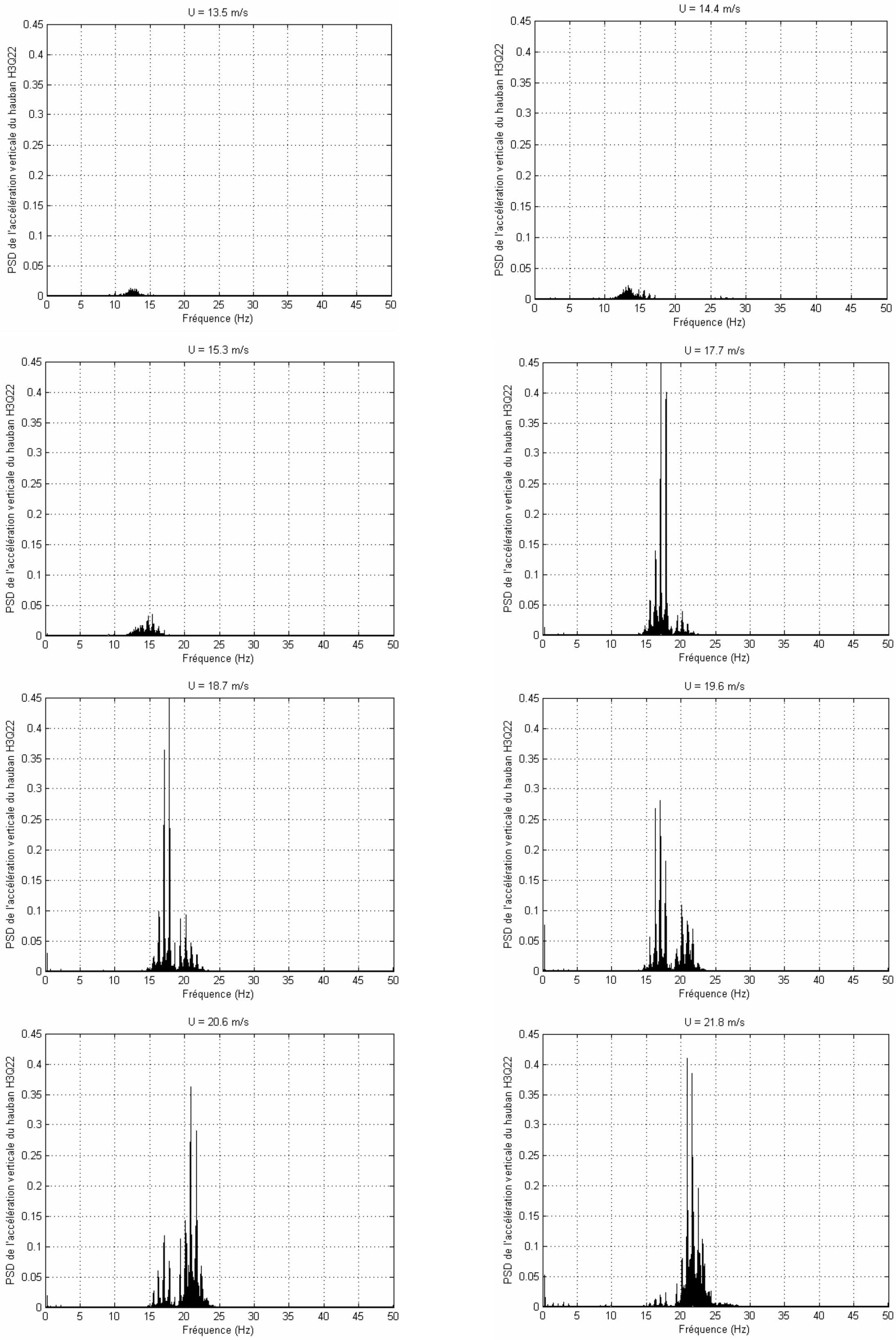


Figure 87. Evolution du spectre de l'accélération verticale du hauban H3Q22 en fonction de la vitesse moyenne du vent.

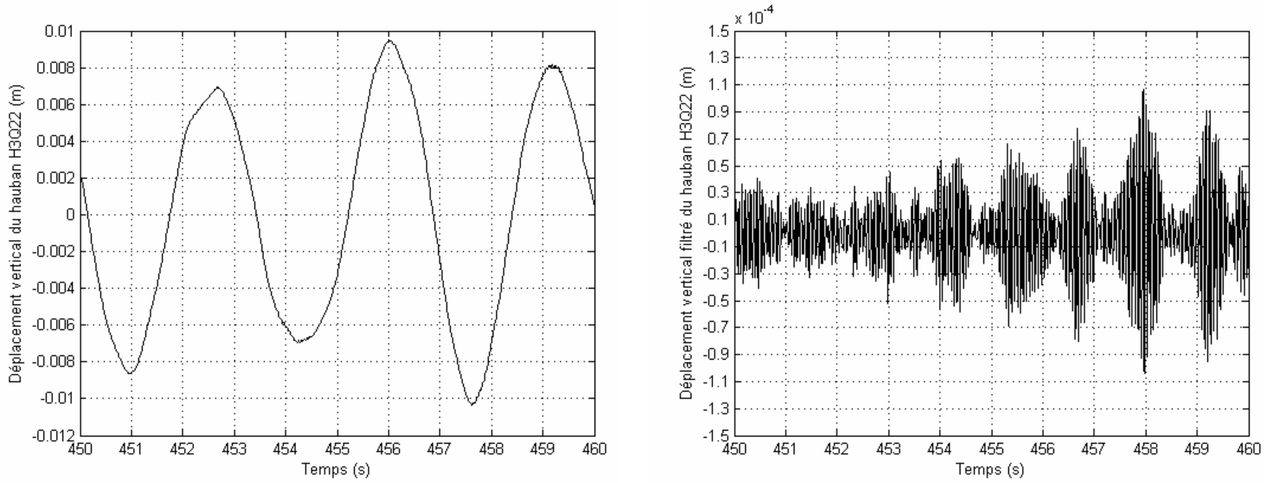
Pour la gamme de vitesses correspondant aux accélérations principales des haubans, entre 16 et 20 m/s environ, nous observons une excitation d'un groupe de fréquences propres élevées (supérieures à 10 Hz). Ainsi par exemple, pour une vitesse moyenne de 18.7 m/s, les modes 21 à 29 du hauban H3Q22, correspondant à des fréquences comprises entre 15.54 et 21.46 Hz, sont excités. Nous constatons par ailleurs une excitation moindre du 25ème mode à 18.59 Hz (qui se manifeste sur les spectres de la Figure 87, entre 17.7 et 20.6 m/s, par l'apparition de deux bandes de fréquences sollicitées entre 15.54 et 18.59 Hz et entre 18.59 et 21.46 Hz). Ce résultat, qui n'apparaît pas sur le spectre des accélérations verticales du hauban calculé à partir des signaux de l'accéléromètre situé à 5 mètres du tablier, s'explique par la position de l'accéléromètre à 10 mètres du tablier à proximité d'un nœud du 25ème mode du hauban.

Lorsque la vitesse du vent augmente, dans la même gamme de directions 232-242°, la Figure 87 met également en évidence un glissement vers le haut des fréquences propres sollicitées du hauban. Ainsi la bande de fréquences excitées est centrée autour d'une fréquence de 12.5 Hz environ pour une vitesse moyenne du vent de 13.5 m/s, et autour d'une fréquence de 21.5 Hz environ pour une vitesse moyenne du vent de 21.8 m/s. Cette caractéristique confirme une nouvelle fois que le phénomène à l'origine des accélérations principales enregistrées sur les haubans du Pont de l'Iroise au cours de cette première tranche de mesures est de nature aérodynamique.

Enfin, l'analyse des spectres de la Figure 87 révèle une augmentation significative de l'énergie associée à l'accélération verticale du hauban lorsque la vitesse moyenne du vent dépasse 15-16 m/s. Nous constatons en particulier un maximum d'énergie pour des vitesses de vent de l'ordre de 18 m/s, ce qui confirme la sensibilité des haubans à la gamme de vitesses 16-20 m/s mise en évidence précédemment. Ce résultat, à mettre en parallèle avec le glissement des fréquences propres sollicitées du hauban lorsque la vitesse du vent augmente, conduit au constat d'une sensibilité plus importante des modes d'ordre élevé (d'ordre supérieur à 21 dans le cas du hauban H3Q22 traité ici à titre d'exemple) que des précédents. Cette caractéristique semble être à attribuer au fonctionnement des amortisseurs hydrauliques des haubans. Une étude préalable [CSTB 2004 a-b] a en effet montré que le type d'amortisseurs utilisés pour les haubans du Pont de l'Iroise n'étaient efficaces que pour les premiers modes.

Le calcul des densités spectrales de puissance des accélérations des haubans du Pont de l'Iroise a donc révélé que le phénomène d'origine aérodynamique responsable des accélérations principales enregistrées au cours de cette première phase de mesures sollicite principalement les modes de câble d'ordres élevés. Il s'agit alors de déterminer si ces oscillations, essentiellement à hautes fréquences, ne se traduisent pas par de faibles déplacements.
Pour cela les déplacements des haubans sont évalués à partir des mesures issues des accéléromètres situés sur les câbles à 10 m du tablier. La méthode consiste à intégrer les signaux d'accélération en prenant garde de supprimer les composantes basses fréquences présentes dans les signaux d'accélération, liées au fonctionnement des capteurs et sans signification physique. Il s'agit donc d'utiliser un filtre passe-haut, dont la fréquence de coupure est choisie de façon à ne pas supprimer des composantes fréquentielles significatives du déplacement des haubans. Dans le cas du Pont de l'Iroise, dont les premières fréquences propres sont de l'ordre de 0.3 Hz, une fréquence de coupure de 0.15 Hz a été choisie de façon à conserver dans les déplacements calculés des haubans les éventuelles composantes basses

fréquences associées aux déplacements des ancrages. Au final, un filtre passe-haut Butterworth d'ordre 6, de fréquence de coupure 0.15 Hz a donc été choisi. Les accélérations sont alors alternativement filtrées passe-haut, intégrées, filtrées une deuxième fois, intégrées à nouveau puis filtrées une 3ème fois pour obtenir les déplacements.
La Figure 87 permet de comparer le déplacement déduit des mesures de l'accélération verticale du hauban H3Q22 et la contribution des modes d'ordre élevé à ce déplacement (obtenue par filtrage passe-bande entre 13 et 25 Hz du signal précédent).



a) b)

Figure 88. Déplacement vertical brut du hauban H3Q22 à 10 m du tablier (a) et déplacement filtré entre 13 et 25 Hz (b). Vitesse moyenne du vent : 18.7 m/s. Direction moyenne du vent : 242.5°.

La Figure 88 montre que les composantes hautes fréquences, associées aux accélérations maximales des haubans, contribuent faiblement aux déplacements. Comme le montre la Figure 88 a, le déplacement du hauban intervient essentiellement à basse fréquence. La fréquence principale du déplacement est en effet ici de l'ordre de 0.3 Hz, fréquence qui correspond approximativement à la fréquence du premier mode de flexion verticale du pont. Le déplacement associé à cette oscillation basse fréquence est de l'ordre du centimètre, tandis que les composantes hautes fréquences sont associées à des déplacements de l'ordre de 3.10^{-3} cm.

L'analyse du spectre des accélérations des haubans en présence des amortisseurs additionnels et l'évaluation des déplacements associés révèlent donc que le phénomène aérodynamique responsable des accélérations principales des haubans au cours de cette première tranche de mesures sollicite principalement les modes d'ordres élevés, et contribue à des déplacements négligeables par rapport aux oscillations à basses fréquences, induites par le mouvement des ancrages. Toutefois, notons que ce résultat peut être lié au fonctionnement des amortisseurs hydrauliques additionnels utilisés sur le Pont de l'Iroise. Des mesures d'amortissement réalisées par le CSTB [2004 a-b] montrent en effet que l'efficacité des amortisseurs diminue fortement pour les fréquences hautes. L'objectif est donc désormais de déterminer si en l'absence d'amortisseurs additionnels, ou en cas de disfonctionnement de ces derniers, le phénomène aérodynamique mis en évidence peut conduire à une excitation de modes d'ordres inférieurs, associée à des déplacements plus importants. Pour cela, l'identification du phénomène mis en jeu, par confrontation des données du Pont de l'Iroise avec les résultats de la bibliographie, est nécessaire.

1.3. Identification du phénomène aérodynamique à l'origine de la mise en mouvement des haubans en fonctionnement normal

Après la caractérisation du phénomène aérodynamique mis en évidence au cours de cette première tranche de mesures, il s'agit ici de l'identifier par confrontation avec la bibliographie, afin d'évaluer le risque de vibrations de grandes amplitudes qu'il représente.

La sollicitation de modes de hauban d'ordre élevé, associée à de petits déplacements, et l'augmentation de ces fréquences avec la vitesse du vent semblent être une manifestation du phénomène de détachement tourbillonnaire. La fréquence des tourbillons de von Karman varie en effet linéairement avec la vitesse du vent selon l'équation 133 du Chapitre 2. Ainsi dans le cas du hauban H3Q22, de diamètre 18 cm, la fréquence du détachement tourbillonnaire est par exemple de l'ordre de 19.6 Hz pour une vitesse de vent de 17.7 m/s et de 23 Hz pour une vitesse de 20.6 m/s. Les pics de fréquences visibles sur les spectres de la Figure 87 correspondent donc approximativement à la fréquence du détachement tourbillonnaire. La répartition de l'énergie sur une large bande de fréquences, et par conséquent l'excitation de plusieurs modes d'ordre élevé, s'explique alors par l'influence de la turbulence atmosphérique (intensité de la turbulence de l'ordre de 10 % dans les directions considérées).

Il s'agit alors de déterminer si le détachement tourbillonnaire peut expliquer les caractéristiques du comportement des haubans mis en évidence dans les paragraphes précédents, et en particulier leur sensibilité aux gammes de directions et de vitesses de vent identifiées précédemment.

Deux caractéristiques du détachement tourbillonnaire semblent pouvoir expliquer la plus grande sensibilité des haubans du Pont de l'Iroise dans la gamme de directions 235-240°.
Tout d'abord, nous avons vu ces directions se caractérisaient par des intensités de turbulence plus faibles (Fig. 82). La plus grande corrélation des tourbillons de von Karman le long des haubans explique donc en partie le comportement particulier de ces derniers dans cette gamme de directions.

Pour justifier la sensibilité particulière des haubans aux vitesses de vent supérieures à 15-16 m/s, l'efficacité moindre des amortisseurs hydrauliques additionnels utilisés sur le Pont de l'Iroise pour contrôler les mouvements à hautes fréquences, induits par exemple par le détachement tourbillonnaire, a été évoquée dans le paragraphe précédent.
Notons qu'une autre explication repose sur la diminution de l'intensité du détachement tourbillonnaire dans le régime critique, mentionnée dans le Chapitre 2. Ainsi, l'énergie plus faible visible sur les spectres de la Figure 87 pour des vitesses comprises entre 13 et 15 m/s pourrait également s'expliquer par le fait que cette gamme de vitesses correspond au régime critique.
Enfin la diminution des écarts-types des accélérations de certains haubans pour des vitesses de vent supérieures à 20 m/s (Fig. 84 b) reste non expliquée. Des valeurs plus importantes des amortissements intrinsèques des modes excités par le détachement tourbillonnaire pour ces vitesses de vent peut être un élément de réponse. Signalons cependant que la faible occurrence d'épisodes de vent avec des vitesses moyennes supérieures à 20 m/s ne permet pas d'affirmer avec certitude la sensibilité moindre des haubans au détachement tourbillonnaire pour cette gamme de vitesses.

Les caractéristiques du phénomène de détachement tourbillonnaire, évoquées dans la bibliographie, ainsi que le fonctionnement des amortisseurs hydrauliques utilisés sur le Pont de l'Iroise permet donc bien d'expliquer le comportement particulier des haubans en fonctionnement normal.

L'identification des conditions climatiques associées aux accélérations principales des haubans, la caractérisation du comportement dynamique de ces derniers et la confrontation de ces données avec la bibliographie a donc permis de déterminer que le détachement tourbillonnaire était responsable de ces accélérations principales des haubans en présence des amortisseurs. Toutefois, selon le Chapitre 2, même en l'absence d'amortisseurs additionnels ou en cas de disfonctionnement de ces derniers, le phénomène de détachement tourbillonnaire sollicite principalement les modes de hauban d'ordre élevé et est donc associé à de faibles déplacements (de l'ordre du millimètre). En particulier, le calcul des déplacements induits par le détachement tourbillonnaire a montré que ces derniers étaient négligeables devant les déplacements à basse fréquence engendrés par le mouvement des ancrages. Il s'agit donc désormais d'analyser plus finement le comportement des haubans à basses fréquences, afin d'identifier d'éventuelles vibrations de plus grande amplitude, qui pourraient expliquer la fissuration des tubes coffrants de certains haubans.

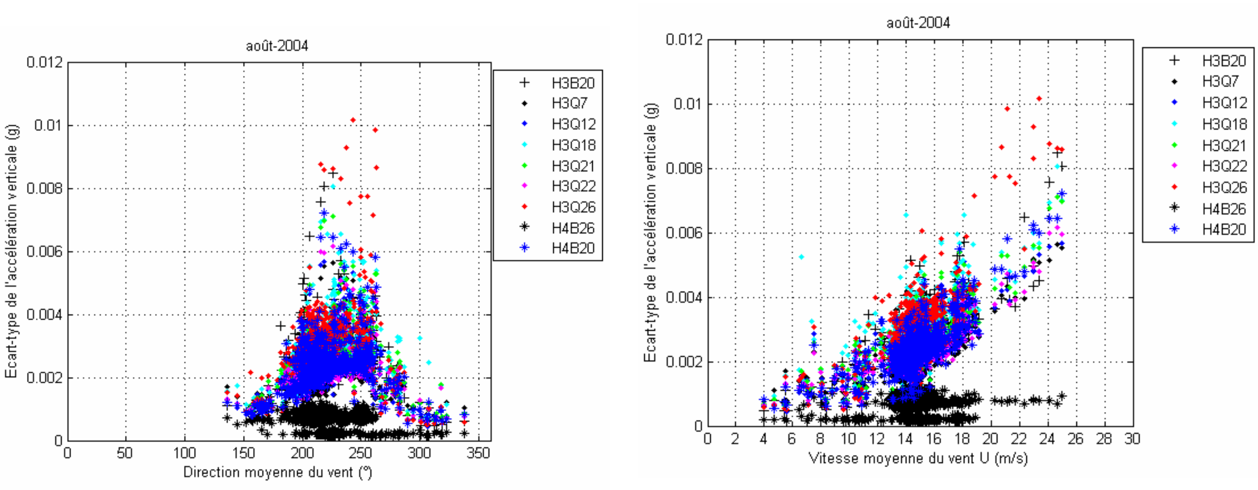
1.4. Caractérisation du comportement au vent des haubans à basse fréquence

L'objectif est ici d'identifier d'éventuels cas de mise en mouvement des haubans suivant leurs premiers modes (pour des fréquences inférieures à 5 Hz) et les conditions climatiques associées.

Il s'agit donc d'éliminer les fichiers relatifs à des cas de mise en vibration des haubans à haute fréquence. Pour cela, les signaux d'accélération des haubans sont filtrés passe-bas avec une fréquence de coupure de 5 Hz (la fréquence propre la plus basse des haubans du Pont de l'Iroise étant de 0.64 Hz). L'idée est ensuite d'appliquer à nouveau la méthode statistique présentée précédemment.

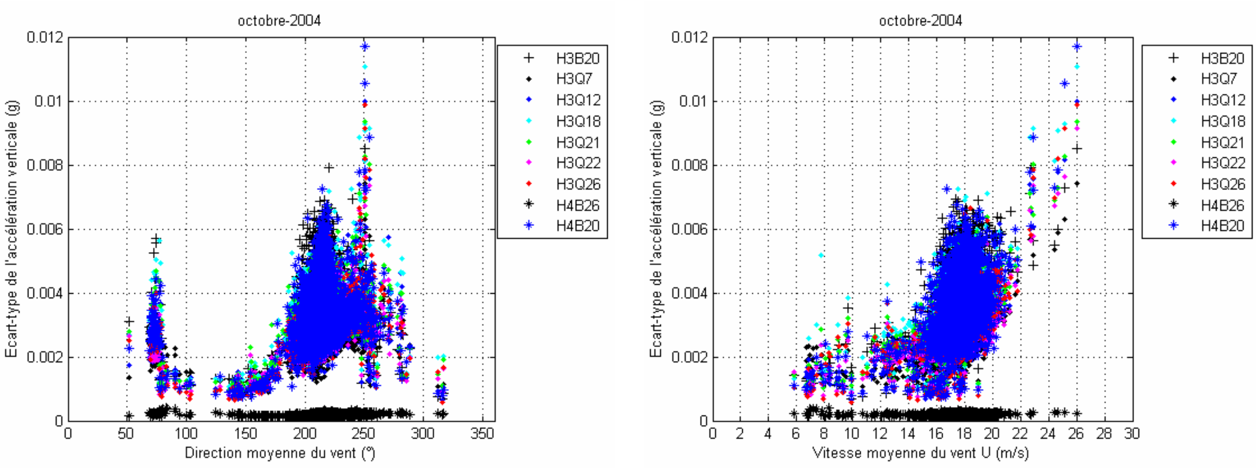
L'analyse du comportement dynamique des haubans à basses fréquences ne révèle alors aucune vibration de grande amplitude. De plus, elle ne met en évidence aucun comportement particulier des haubans par rapport à l'étude précédente menée sur l'ensemble du spectre. Ainsi, les Figures 89 a et 90 a montrent que les mouvements à basses fréquences apparaissent principalement pour des vents perpendiculaires à l'axe du pont (pour des directions comprises entre 220 et 250° environ). Les Figures 89 b et 90 b montrent quant à elles que les premiers modes des haubans ne semblent pas sollicités dans une gamme particulière de vitesses de vent. En particulier, la comparaison de la Figure 90 b et de la Figure 84 b indique que la sensibilité particulière des haubans aux vitesses comprises entre 16 et 20 m/s (mise en évidence au cours de la première analyse) ne semble concerner que les modes d'ordres élevés. Les amplitudes des accélérations des haubans selon leurs premiers modes augmentent quant à elles avec la vitesse du vent. La Figure 90 indique d'ailleurs qu'au mois d'octobre les haubans ont été sollicités principalement dans 2 directions (l'une comprise entre 210 et 220° environ et l'autre autour de 250°), qui correspondent à deux épisodes de vents forts.

En présence des amortisseurs additionnels, le comportement à basses fréquences des haubans semble donc conditionné par celui de la structure, par l'intermédiaire des ancrages, comme nous l'avons vu dans la partie 1.2.



a) b)

Figure 89. Evolution des écarts-types des composantes basses fréquences des accélérations verticales en présence des amortisseurs en fonction de la direction (a) et de la vitesse moyennes (b) du vent en août 2004.



a) b)

Figure 90. Evolution des écarts-types des composantes basses fréquences des accélérations verticales en présence des amortisseurs en fonction de la direction (a) et de la vitesse moyennes (b) du vent en octobre 2004.

L'analyse du comportement des haubans en présence de leurs amortisseurs a donc permis de mettre en évidence leur sensibilité au phénomène de détachement tourbillonnaire pour des vents soufflant perpendiculairement au pont. Toutefois, les vibrations associées sont de faible amplitude et ne peuvent expliquer les fissures observées sur les ancrages des haubans du pont. L'analyse du comportement des haubans à basses fréquences montre par ailleurs que les mouvements principaux des câbles suivent ceux de la structure (mouvements quasi-statiques) et croissent donc avec la vitesse du vent. En particulier aucun phénomène aérodynamique local à l'origine de vibrations de grande amplitude des haubans du pont n'a été recensé au cours de cette première phase de mesures. Le (ou les) phénomène(s) à l'origine de la fissuration des tubes coffrants de certains haubans de l'ouvrage semble(nt) donc rare(s) et intervenir dans des conditions (de vent, de trafic …) très particulières. De façon à expliquer la formation des fissures, il s'agit donc de mettre en évidence ces phénomènes en favorisant, si possible, leur apparition.

2. Mise en évidence de vibrations de grande amplitude et caractérisation des phénomènes

L'objectif est de déterminer si des phénomènes de vibration de grande amplitude peuvent être à l'origine des fissures constatées sur les ancrages des certains haubans (Chapitre 3), puis de les caractériser. Il s'agit donc de favoriser l'apparition de ces phénomènes, afin de disposer d'un ensemble de données significatives suffisant pour identifier les paramètres mécaniques (fréquence de vibration, nombre de Scruton …) et aérodynamiques (vitesse et direction du vent …) déterminants dans la mise en vibration.
Pour cela l'idée est donc de supprimer les amortisseurs additionnels d'un ou de plusieurs haubans, et d'analyser le comportement vibratoire des câbles correspondants (Fig. 91).

Figure 91. Amortisseurs hydrauliques déconnectés pour l'étude des vibrations de grande amplitude.

2.1. Première phase : étude de la mise en vibration du hauban H3Q22

Dans un premier temps, ne disposant pas d'informations sur les éventuels phénomènes de vibration de grande amplitude survenus sur le Pont de l'Iroise et pour garantir l'intégrité de la structure, il est décidé de supprimer les amortisseurs d'un hauban à la fois. L'objectif est d'identifier les causes de la fissuration des ancrages de certains haubans de la nappe H3Q. Les amortisseurs sont donc tout d'abord déconnectés au niveau du hauban H3Q22. Ce hauban est choisi pour trois raisons principales :

- il s'agit du hauban le plus instrumenté : ce câble est en effet équipé de 3 capteurs de déplacements (un au niveau de l'ancrage et 2 au niveau des amortisseurs) et de 4 accéléromètres mesurant les accélérations verticales et transversales à 5 et 10 m du tablier,
- il est proche des haubans pour lesquels des fissures ont été constatées, et présente donc des caractéristiques mécaniques similaires (fréquences, longueur, diamètre),

- ce hauban est apparu le plus sensible aux vents d'ouest au cours de la première phase de mesures (Fig. 78 a-79 a).

2.1.1. Identification des épisodes de vibration et mise en évidence des caractéristiques globales communes

L'objectif est d'identifier, parmi les données enregistrées entre le 11/03/05 et le 09/02/06, les épisodes de vibration de grande amplitude. Il s'agit ensuite de dégager les caractéristiques globales communes à ces différents cas de vibration (fréquences de vibration, directions et vitesses moyennes du vent …), de façon à caractériser le ou les phénomènes vibratoires mis en évidence au cours de cette période de mesure.
L'identification des fichiers relatifs à des cas de mise en vibration est réalisée en 3 étapes. Les écarts-types des accélérations des haubans instrumentés sont tout d'abord évalués, puis pour chaque mois, comparés entre eux, afin de repérer les fichiers pour lesquels l'écart-type du hauban sans amortisseur (ou éventuellement d'un des autres) se distingue de celui des autres signaux d'accélération. Les signaux temporels correspondants sont ensuite analysés pour vérifier que la valeur importante de l'écart type n'est pas dû à du bruit ou à un disfonctionnement du capteur. Enfin le calcul du spectre du signal permet de vérifier que le fichier correspond bien à un cas d'excitation d'une des premières fréquences propres du hauban (inférieure à 5 Hz).
La méthode de caractérisation des vibrations consiste ensuite à analyser la distribution des écarts-types des accélérations des haubans en fonction de la direction et de la vitesse moyennes du vent, de façon à identifier les conditions d'apparition d'un éventuel phénomène aérodynamique.
Enfin pour achever cette première comparaison des différents épisodes de vibration, il s'agit d'étudier le contenu fréquentiel du mouvement des haubans et les déplacements associés. Autrement dit pour chaque épisode de vibration, l'idée est de déterminer le mode principalement excité et d'évaluer l'amplitude maximale associée. Cependant, plusieurs fréquences peuvent être excitées simultanément au cours d'un épisode et les fréquences mises en jeu peuvent différer d'une vibration à l'autre. Aussi les amplitudes au niveau d'un accéléromètre ne sont pas toujours comparables. D'où l'idée d'évaluer pour chaque épisode de vibration les amplitudes modales maximales. La méthode consiste donc à calculer les déplacements des haubans par intégration des signaux d'accélération (par la méthode évoquée précédemment d'intégrations et filtrages successifs). Par filtrage passe-bande autour des 10 premières fréquences du hauban H3Q22, l'évolution temporelle du déplacement du hauban suivant ses 10 premiers modes est ensuite obtenue au niveau de l'accéléromètre. Il faut déterminer l'amplitude modale maximale le long du hauban pour chacun des 10 modes. Pour ce faire, l'hypothèse classique de modes de corde vibrante est utilisée (Chapitre 1). L'amplitude A_k du $k^{\text{ième}}$ mode est ainsi déduite de l'amplitude modale a_k au niveau de l'accéléromètre (à 10 m du tablier) par la formule :

$$A_k = \frac{a_k}{\sin\left(\frac{k.\pi.x_a}{L}\right)} \qquad \text{Équation 146}$$

avec L la longueur du câble et x_a la position de l'accéléromètre le long du hauban (Fig. 92). Cette méthode est réutilisée dans toute la suite de ce chapitre pour l'analyse de l'évolution temporelle des amplitudes modales pour les différents épisodes de vibration présentés.

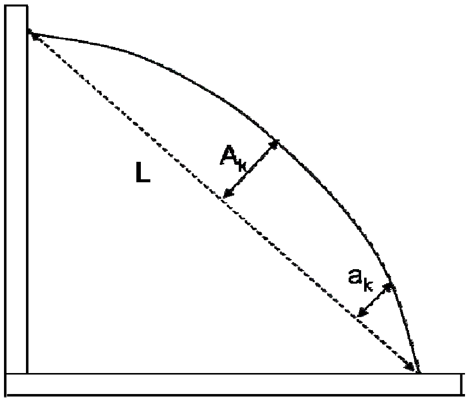
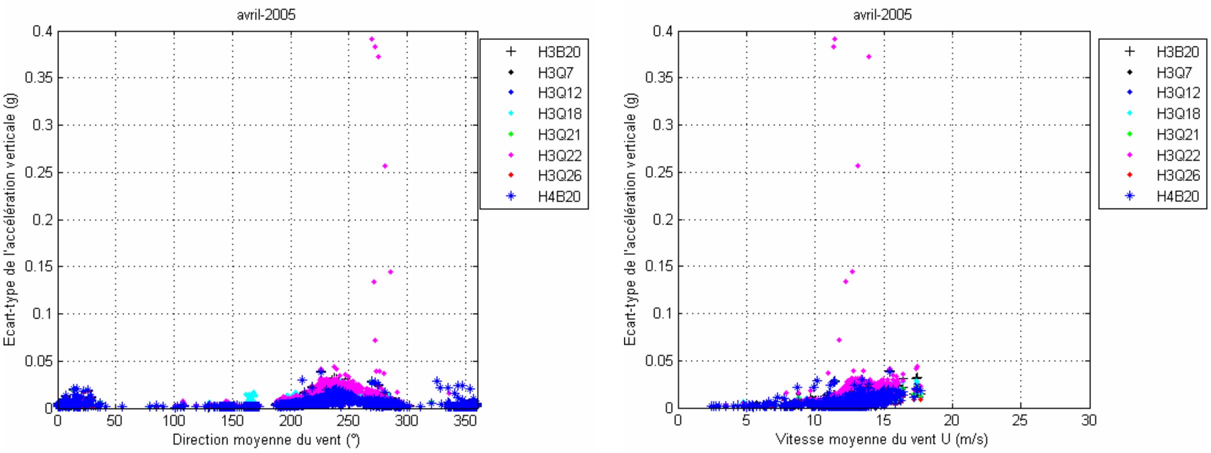


Figure 92. Définition de l'amplitudes a_k mesurée au niveau de l'accéléromètre et de l'amplitude modale maximale A_k dans le cas d'une vibration du hauban suivant son premier mode.

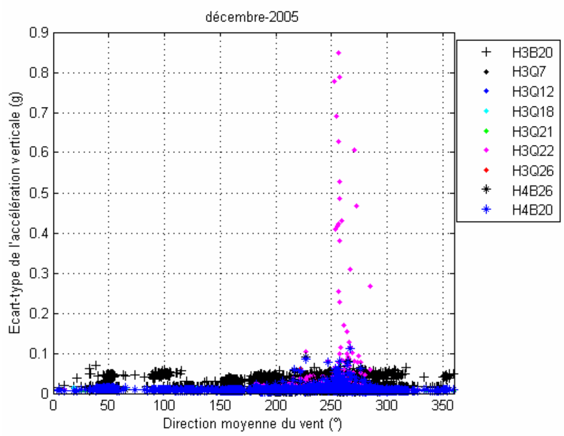
Les Figures 93-94 permettent d'identifier des cas de vibration du hauban H3Q22, caractérisés par des écarts-types en accélération supérieurs à 0.05 g, et les conditions de vent associées pour les mois d'avril et décembre 2005, durant lesquels sont survenus 24 des 27 épisodes de vibrations recensés au cours de cette tranche de mesure. Le premier résultat à signaler est que seul le hauban H3Q22, dont les amortisseurs ont été déconnectés, présente des cas de mise en vibration. L'absence de phénomènes vibratoires sur les autres haubans confirme en particulier l'efficacité des amortisseurs pour contrôler les phénomènes à l'origine des oscillations dans la majorité des cas, résultat déjà mis en évidence au cours de la première tranche de mesures.

L'analyse des Figures 93-94 montre également que les phénomènes à l'origine des vibrations interviennent dans des gammes restreintes de directions et de vitesses de vent, signe d'une dépendance du comportement dynamique du hauban H3Q22 vis-à-vis des conditions climatiques. Ainsi les oscillations apparaissent pour des directions moyennes de vent comprises entre 250 et 280° et pour des vitesses comprises entre 11 et 18 m/s (vitesse mesurée au sommet du pylône H3).

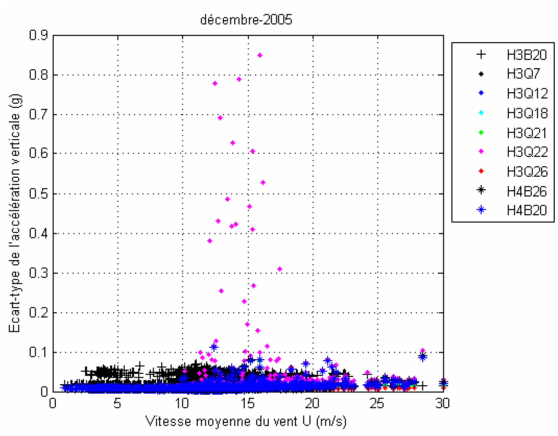


a) b)

Figure 93. Evolution des écarts-types des accélérations verticales des haubans en fonction de la direction et de la vitesse du vent en avril 2005.



a)



b)

Figure 94. Evolution des écarts-types des accélérations verticales des haubans en fonction de la direction et de la vitesse du vent en décembre 2005.

Signalons que la gamme de directions de vent correspondant aux vibrations importantes ne coïncide pas tout à fait avec la normale au pont (238° par rapport au nord), pour laquelle les accélérations les plus importantes ont été enregistrées sur les haubans munis de leurs amortisseurs (Fig. 95). Les directions de vent pour lesquelles les vibrations ont été observées correspondent ainsi à des valeurs de l'angle β (dont la définition est rappelée sur la Fig. 96 a) comprises entre -10 et 40°. De plus dans la majorité des cas, les vibrations surviennent pour des vents soufflant sous le hauban, c'est à dire pour des valeurs positives de β (Fig. 96 a). Ce résultat indique d'ores et déjà que le phénomène aérodynamique associé aux vibrations de grande amplitude diffère du phénomène de détachement tourbillonnaire mis en évidence sur les haubans du pont en présence de leurs amortisseurs au cours de la première tranche de mesures.

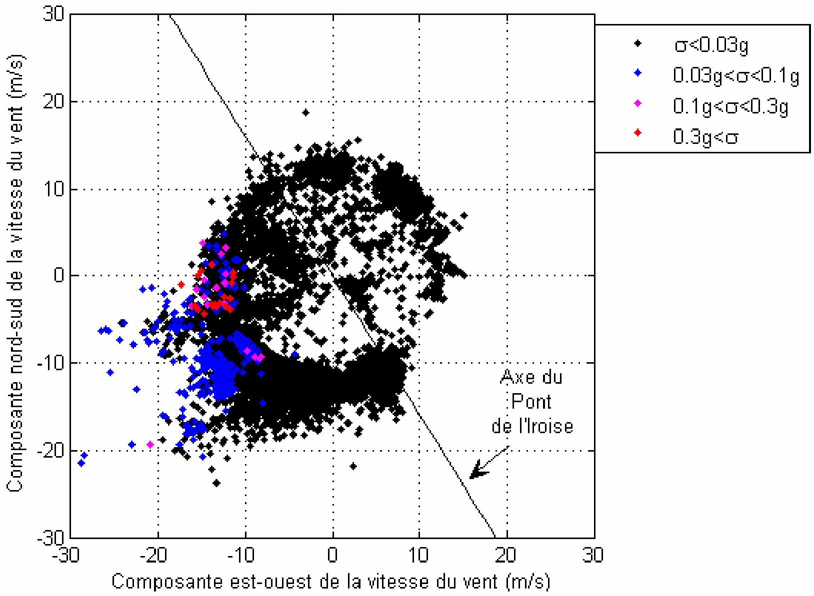
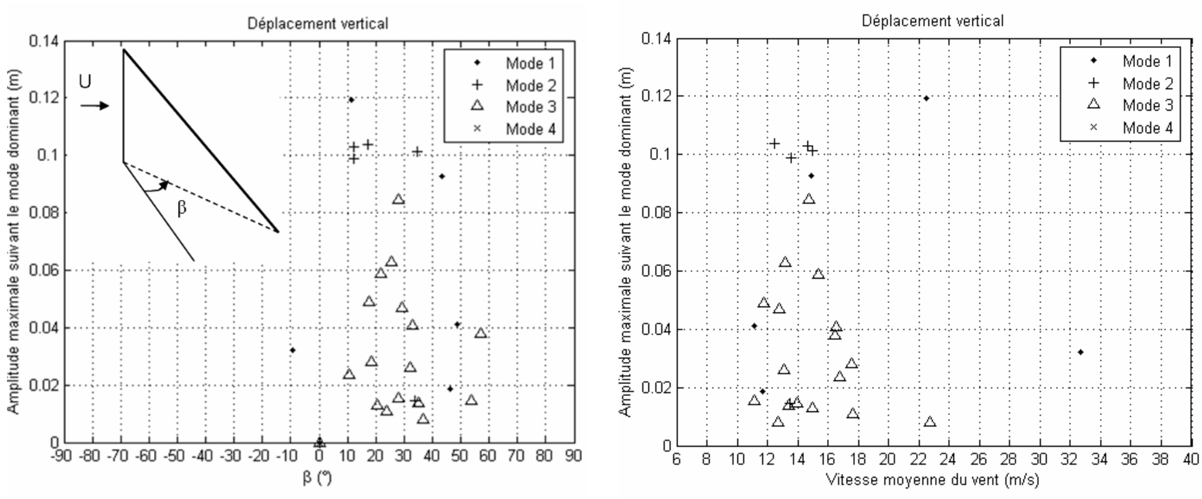


Figure 95. Distribution des écarts-types de l'accélération verticale du hauban H3Q22 en fonction de la direction du vent entre avril 2004 et février 2006.

Le calcul des amplitudes de déplacement modal permet ensuite de vérifier que les épisodes de vibration identifiés correspondent bien à des cas d'excitation des premières fréquences propres du hauban H3Q22. La Figure 96, qui résume la distribution des amplitudes modales verticales maximales en fonction des conditions de vent, montre ainsi que les 3 premiers modes du hauban (à respectivement 0.74, 1.47 et 2.20 Hz) sont sollicités, pour des vitesses et des directions de vent similaires. Il apparaît de plus que le mode 3, à 2.20 Hz, est le plus souvent excité.



a) b)

Figure 96. Amplitudes modales maximales des déplacements verticaux en fonction de β (a) et de la vitesse moyenne du vent (b) lors des épisodes de vibrations du hauban H3Q22 recensés durant la 2ème tranche de mesures.

Notons également que les amplitudes maximales varient selon les épisodes de vibration, les amplitudes crête-crête maximales enregistrées au cours de cette période de mesure étant de l'ordre de 1 diamètre de hauban (une vingtaine de centimètres).
Enfin, signalons que les phénomènes à l'origine des vibrations sont relativement rares. Les épisodes de vibration du hauban H3Q22 enregistrés sur cette deuxième période de mesure ne correspondent en effet qu'à 3 % des fichiers pour lesquels la vitesse moyenne du vent est comprise entre 10 et 18 m/s et la direction entre 250 et 290°. Si les vibrations ont une origine aérodynamique évidente, d'autres paramètres, tels que les déplacements du tablier et du pylône H3, jouent donc vraisemblablement un rôle dans la mise en vibration.

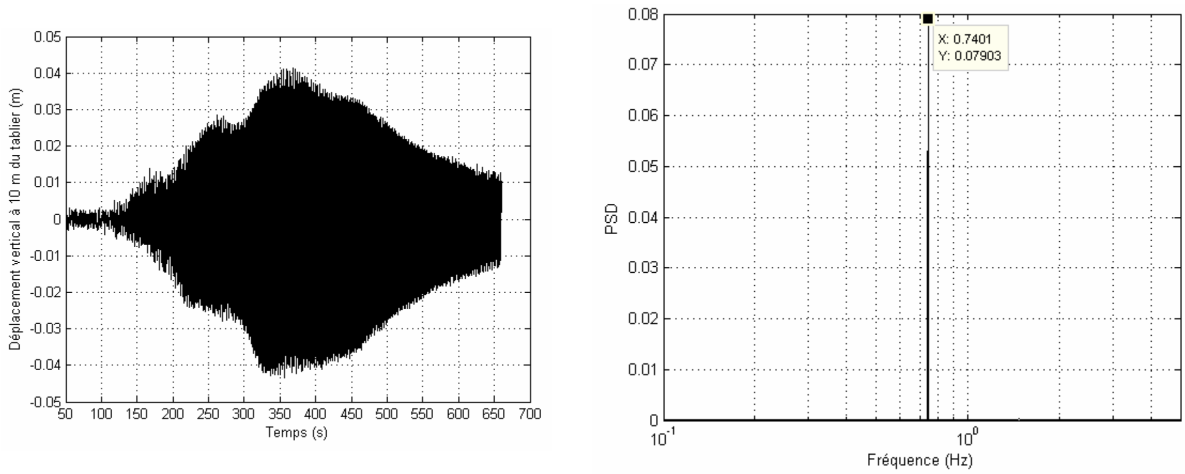
L'analyse des données statistiques relatives aux mesures réalisées au cours de cette période a donc permis de mettre en évidence 27 cas de mise en vibration du hauban H3Q22 suivant ses 3 premiers modes, dans les mêmes gammes restreintes de directions et de vitesses de vent. Ces caractéristiques communes permettent d'avancer que le vent est un facteur déterminant dans la mise en vibration du hauban. Néanmoins, l'analyse du contenu fréquentiel du mouvement des haubans révèle des différences entre les épisodes de vibration, avec selon les cas une excitation principale des modes 1, 2 ou 3. De plus, la comparaison des caractéristiques globales des vibrations (fréquence principale du mouvement, direction et vitesse moyennes du vent, amplitude maximale …) peut dissimuler d'autres différences entre les épisodes de vibrations, relatives à l'évolution de ces caractéristiques au cours du temps. L'objectif est donc de caractériser plus finement l'évolution temporelle du comportement dynamique du hauban, afin d'identifier et de qualifier, dans la mesure du possible, les différents types d'excitations.

2.1.2. Analyse des comportements dynamiques du hauban au cours du temps

En partant du constat que les vibrations mettent en jeu des fréquences propres différentes du hauban H3Q22, les différents types de vibrations sont définis (excitation des modes 1, 2 ou 3). Il s'agit ensuite de déterminer si ces vibrations se manifestent de la même façon au cours du temps. Pour cela, l'évolution du spectre et des amplitudes modales, ainsi que la durée des oscillations et la trajectoire du mouvement sont analysées.
L'étude des caractéristiques moyennes du vent (direction, vitesse) a par ailleurs montré que l'ensemble des vibrations du hauban H3Q22 intervenait dans les mêmes gammes de directions et de vitesses de vent, révélant le caractère déterminant de ces deux paramètres sur la mise en vibration. Il s'agit alors de vérifier cette sensibilité du comportement dynamique des haubans aux conditions climatiques et d'affiner l'identification des valeurs critiques associées en analysant l'évolution de l'amplitude du mouvement en fonction de la direction et de la vitesse du vent au cours du temps.

Sur l'année 2005, les vibrations observées sur le hauban H3Q22 mettent en jeu les trois premiers modes du câble ; le premier, le second ou le troisième étant majoritairement excité (en termes d'amplitude modale et de densité spectrale) selon les cas. Parmi ces épisodes de vibration, survenus dans des conditions de vent similaires, deux scénarios principaux peuvent alors être identifiés.

- Dans le premier cas, seul le premier mode à 0.74 Hz est sollicité. C'est le cas de l'épisode du 19/04/05 à 12h32 présenté sur la Figure 97.



a) b)

Figure 97. Evolution de l'amplitude du déplacement vertical du hauban H3Q22 le 19/04/05 à 12h32 (a) et spectre associé (b). Vitesse moyenne du vent : 13.5 m/s. Direction moyenne du vent : 276°.

- Dans le deuxième cas, les modes 2 et 3, à respectivement 1.47 et 2.20 Hz, sont sollicités. Nous pouvons alors distinguer les cas selon que le mode 2 (exemple du 03/12/05 à 7h44 sur la Figure 98) ou le mode 3 (exemple du 07/12/05 à 18h52 sur la Figure 99) est majoritairement excité.

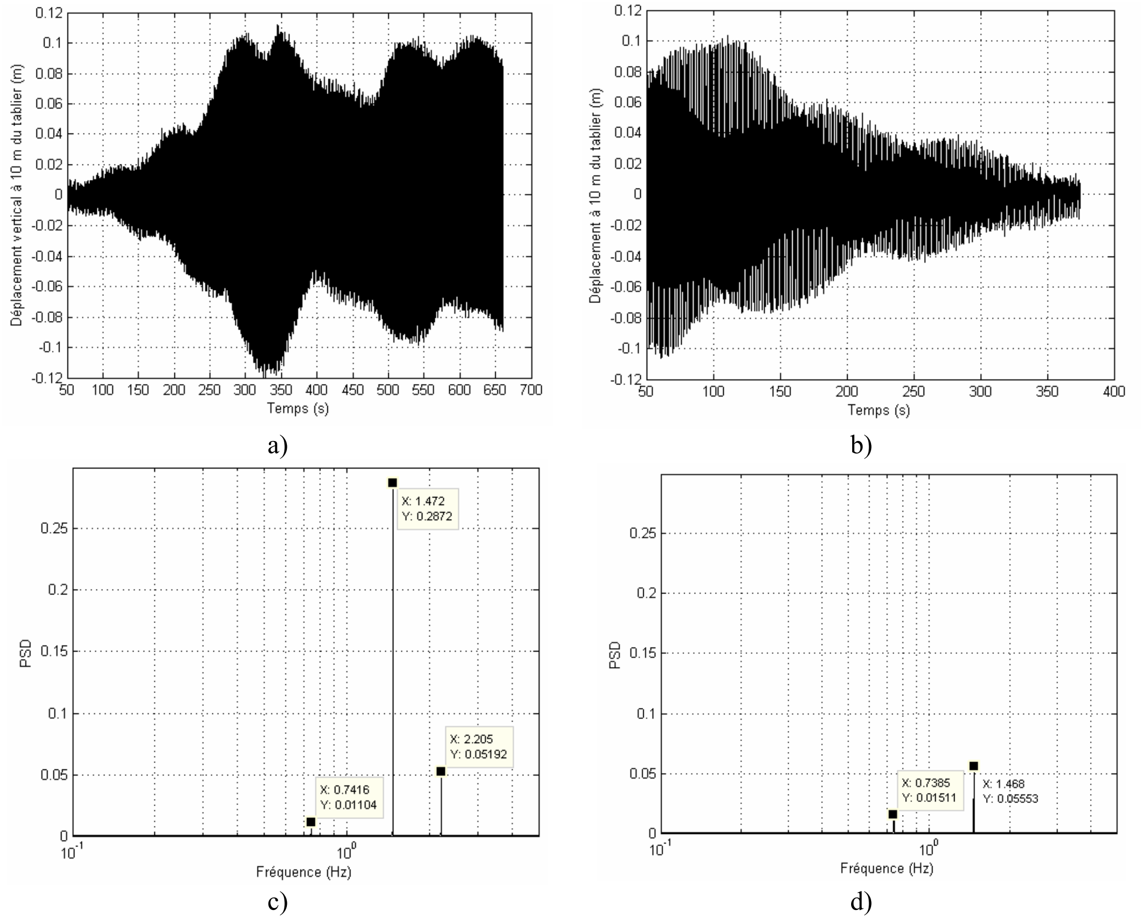


Figure 98. Evolution de l'amplitude du déplacement vertical du hauban H3Q22 le 03/12/05 à 07h44 (a) et 07h54 (b) et spectres associés (c et d). Vitesse moyenne du vent : 15.2 m/s. Direction moyenne du vent : 272°.

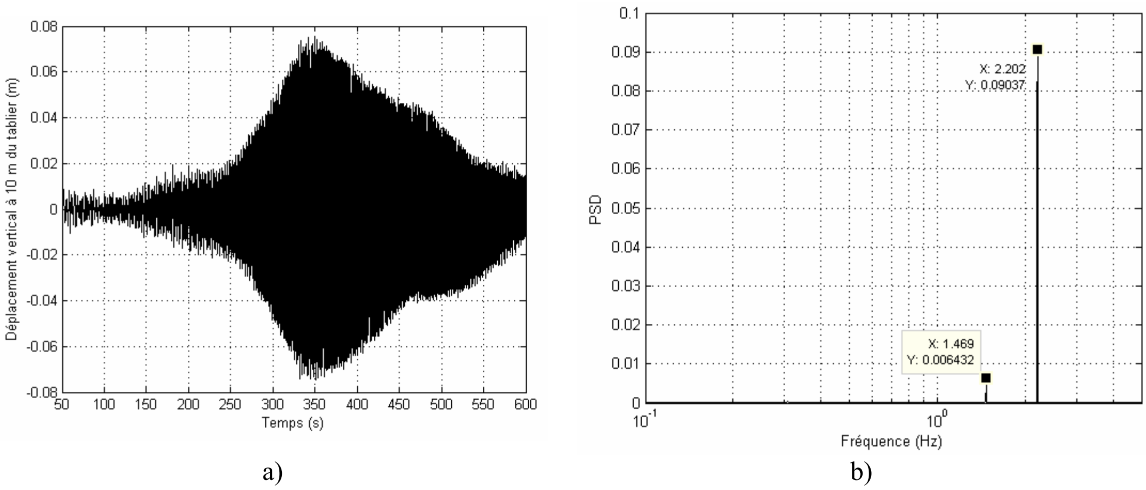
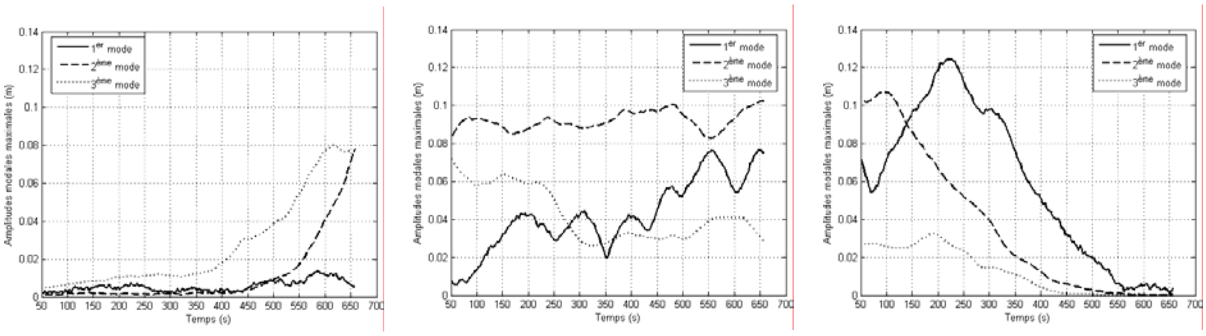


Figure 99. Evolution de l'amplitude du déplacement vertical du hauban H3Q22 le 07/12/05 à 18h52 (a) et spectre associé (b). Vitesse moyenne du vent : 12.7 m/s. Direction moyenne du vent : 259°.

Notons que le premier scénario est marginal par rapport au second : seules deux excitations de ce type se sont en effet manifestées en 2005, sur 27 recensées.

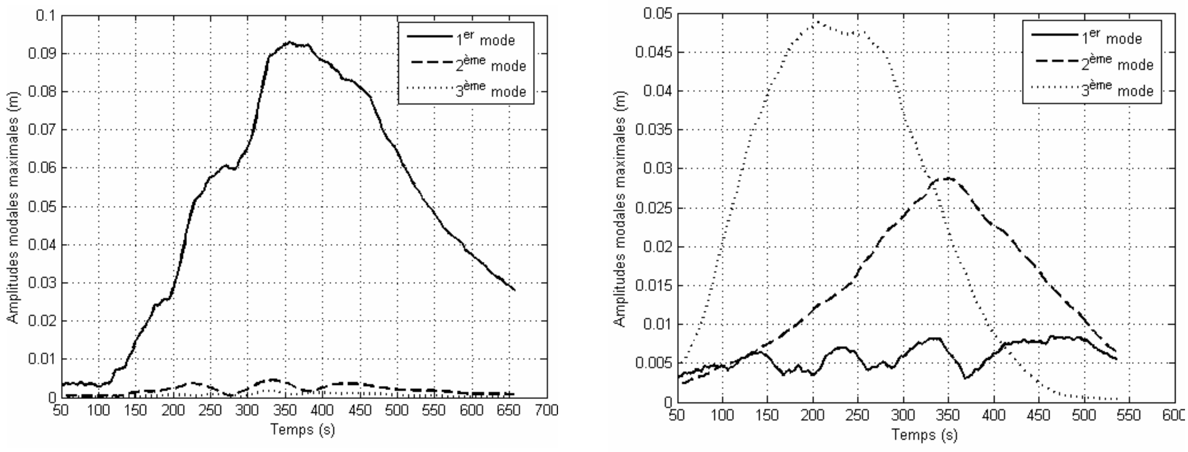
Dans la grande majorité des cas (23 épisodes sur 27), les vibrations sont du deuxième type, avec une chronologie similaire, illustrée sur la Figure 100 dans le cas de l'épisode du 30/12/05 à 15h16 : nous observons une augmentation rapide de son amplitude selon le mode 3 à 2.20 Hz, accompagnée d'une augmentation plus lente de son amplitude selon le mode 2. Lorsque le mode 3 a atteint une certaine amplitude, qui varie entre 3 et 8 cm selon l'épisode, l'amplitude modale correspondante commence à diminuer. L'amplitude suivant le mode 2 continue alors à croître jusqu'à une valeur comprise entre 8 et 12 cm suivant l'épisode, puis subit brusquement une diminution similaire. Dans certains cas, l'excitation des modes 2 et 3 s'accompagne également d'une croissance lente de l'amplitude suivant le premier mode. Lorsque l'amplitude du mode 2 a atteint son maximum, celle du mode 1 continue à croître, puis subit également une brusque diminution.



a) b) c)

Figure 100. Evolution des amplitudes modales maximales du hauban H3Q22 le 30/12/05 à 15h16 (a), 15h26 (b) et 15h36 (c). Vitesse moyenne du vent : 16.1 m/s. Direction moyenne du vent : 257°.

Par ailleurs, la vibration du hauban H3Q22 suivant ses modes 1 et 3 est de courte durée. Une fois la valeur maximale atteinte, l'amplitude modale correspondante ne se stabilise pas plus de 100 secondes. Ce résultat est confirmé sur la Figure 101, dans le cas des vibrations du 19/04/05 à 12h32 (scénario 1) et du 23/05/05 à 6h56 (scénario 2).

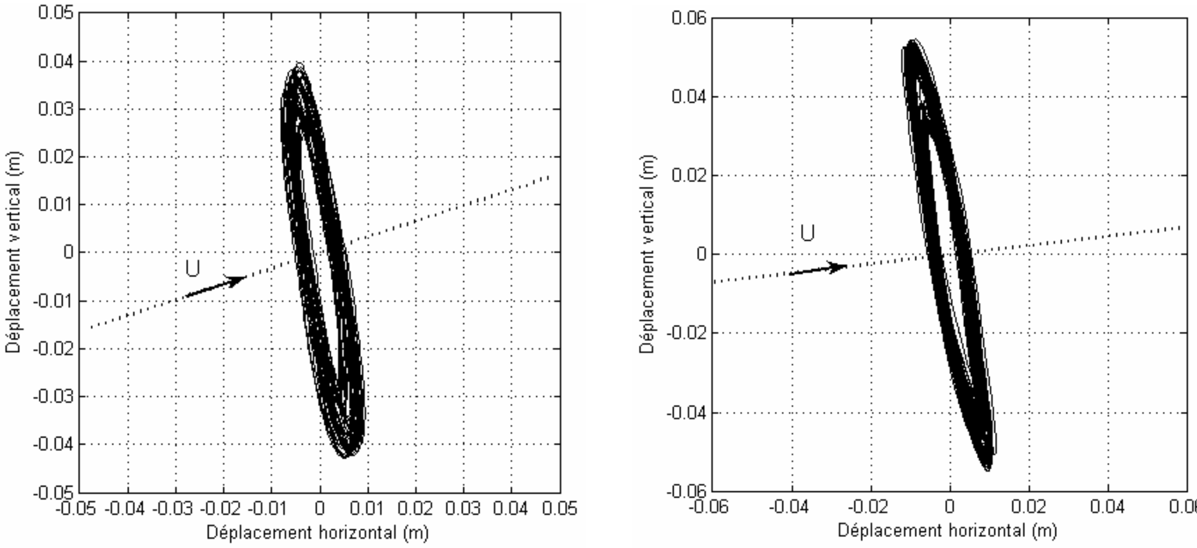


a) b)

Figure 101. Evolution des amplitudes modales maximales du hauban H3Q22 le 19/04/05 à 12h32 (a) et le 23/05/05 à 06h56 (b).

La durée des vibrations du hauban H3Q22 suivant le mode 2 peut quant à elle être plus longue (de l'ordre de 10 minutes), comme l'indique la Figure 100. Dans la majorité des cas les vibrations durent au total une dizaine de minute, avec l'excitation successive des différents modes.

De façon à caractériser plus finement les différents comportements vibratoires du hauban H3Q22, la trajectoire du câble à 10 m du tablier est ensuite calculée par intégration des signaux des accéléromètres verticaux et transversaux disposés sur le câble (par la méthode présentée au paragraphe 2.1.1. de ce chapitre). Le mouvement vibratoire du hauban H3Q22 se révèle alors essentiellement vertical et perpendiculaire à l'écoulement, quel que soit le mode excité. La Figure 102 présente la trajectoire du hauban dans le plan de sa section dans le cas du scénario 1 (excitation du mode 1 le 19/04/05 à 12h32) et dans le cas du scénario 2 (excitation du mode 3 le 23/05/05 à 6h56).

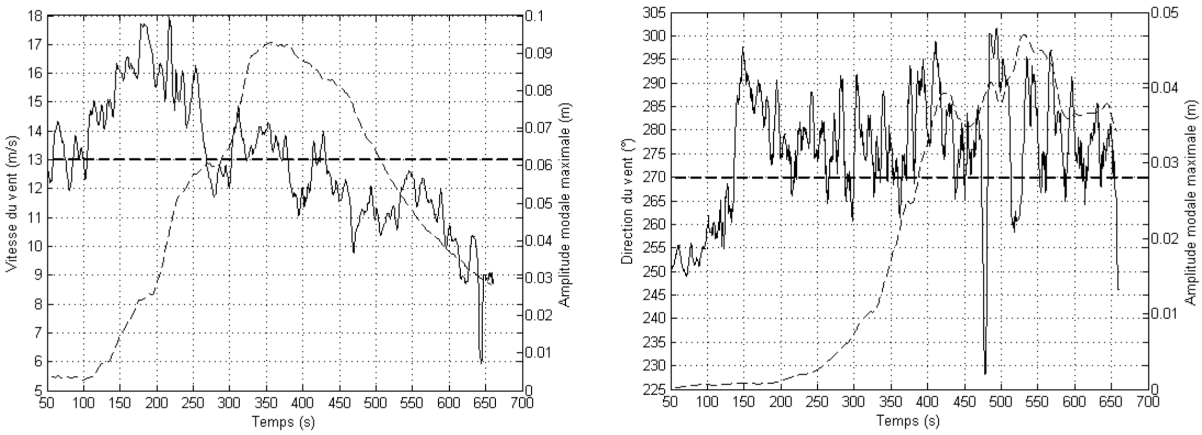


a) b)

Figure 102. Exemples de trajectoire du hauban H3Q22 au cours des vibrations du 19/04/05 à 12h32 (a) et du 23/05/05 à 06h56 (b).

L'analyse des signaux temporels d'accélération du hauban H3Q22 a donc permis de caractériser plus finement les différents scénarios de vibration. L'analyse des conditions climatiques associées aux vibrations a par ailleurs montré que les oscillations intervenaient dans les mêmes gammes de directions et de vitesses moyennes de vent, quel que soit le mode de hauban excité. Il s'agit désormais de vérifier ce résultat en analysant l'évolution de l'amplitude du mouvement au cours du temps pour les différents scénarios en fonction de la vitesse du vent. L'objectif est également, de cette façon, de préciser les gammes de valeurs de la direction et de la vitesse du vent (au milieu du hauban) pour lesquelles un accroissement de l'amplitude des oscillations apparaît.

Pour cela, la vitesse du vent au milieu du hauban H3Q22 est évaluée par application de la loi de puissance (équation 97 du Chapitre 2) aux mesures de la vitesse instantanée réalisées au sommet du pylône H3. Les valeurs instantanées de la direction du vent proviennent quant à elles directement d'un calcul à partir des mesures effectuées par l'anémomètre des 3 composantes de la vitesse. Les signaux de direction et de vitesse instantanées sont ensuite lissés par application d'une moyenne glissante (sur une période de 5 secondes). Les évolutions au cours du temps de la direction du vent, ou de la vitesse, et de l'amplitude modale associée à la fréquence propre du hauban principalement sollicitée sont ensuite représentées sur un même graphique. L'analyse de ces courbes pour l'ensemble des épisodes de vibration identifiés montre que les phases de croissance de l'amplitude du hauban ne sont pas systématiquement corrélées avec les variations de la direction et de la vitesse du vent. Néanmoins, la Figure 103 a montre que dans certains cas, comme ici le 19/04/05 à 12h32, l'amplitude du hauban croît dès que la vitesse du vent dépasse 13 m/s. La Figure 103 b présente quant à elle le cas du 18/04/05 à 1h03. Sur cet exemple, nous voyons que les vibrations semblent débuter lorsque la direction du vent se stabilise au-dessus d'une valeur de 270° environ (soit une valeur de l'angle β de l'ordre de 30°). La courte durée des épisodes de vibration semble ainsi liée au fait que le vent est instationnaire au cours des épisodes. Inversement, le 30/12/05 à 7h56, le hauban H3Q22 a subi une vibration de plus d'une heure, dans des conditions de vent particulièrement stables.



a) b)

Figure 103. Sensibilité du comportement du hauban H3Q22 à la vitesse (a) et à la direction du vent (b).

L'analyse du comportement dynamique du hauban H3Q22 a donc révélé 3 scénarios de vibration, avec, selon les cas, une excitation principale des modes 1, 2 ou 3. L'analyse des conditions climatiques associées à ces différents épisodes de vibration a également permis de montrer que les vibrations surviennent dans les mêmes gammes de directions et de vitesses de vent, quel que soit le mode de câble sollicité. La direction et la vitesse du vent semblent donc être des paramètres déterminants dans la mise en vibration du hauban H3Q22. Toutefois, il a également été signalé que ce phénomène vibratoire était rare et que d'autres paramètres, tels que le trafic ou les mouvements de la structure, pouvaient influer sur la mise en mouvement du hauban. En particulier, rappelons qu'à ce stade des vibrations ont seulement été constatées sur le hauban H3Q22, privé de ces amortisseurs. L'amortissement intrinsèque du hauban semble donc influer fortement sur le phénomène à l'origine des vibrations. Afin de déterminer plus finement la nature du phénomène, il s'agit donc désormais d'identifier les autres paramètres déterminants dans la mise en mouvement. Ainsi, l'idée est d'évaluer l'influence des fréquences propres des haubans sur le phénomène. Pour ce faire, les amortisseurs du hauban H3Q22 ont été remis en place et ceux du hauban H3Q26 ont été supprimés durant la 2ème phase de mesures.

2.2. Deuxième phase : étude de la mise en vibration du hauban H3Q26

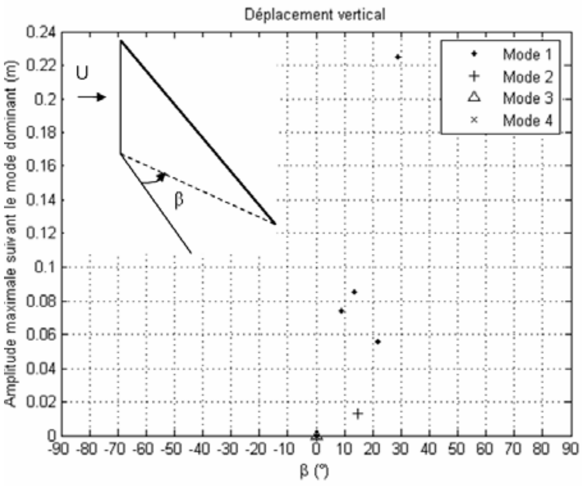
La question est ici de savoir si les vibrations recensées sur le hauban H3Q22 sont uniquement liées aux propriétés aérodynamiques du câble, ou si la valeur des fréquences propres influe sur la mise en vibration. Nous avons vu au Chapitre 2 que les phénomènes aérodynamiques à l'origine des vibrations de grande amplitude (chute de traînée, phénomène pluie-vent, galop des câbles inclinés secs) ne reposent pas sur des résonances et ne sont donc pas associés à une fréquence particulière de vibration. Il s'agit donc de déterminer si un hauban similaire (avec une inclinaison, un diamètre et un amortissement du même ordre que ceux du hauban H3Q22), mais avec des fréquences propres différentes, peut également être mis en vibration. Puis, le cas échéant, l'idée est de comparer le comportement dynamique de ce hauban avec celui du hauban H3Q22 pour déterminer si les 2 câbles sont soumis au même phénomène.
Les amortisseurs du hauban H3Q26 ont ainsi été supprimés et ceux du hauban H3Q22 remis en place. Entre le 09/02/06 et le 09/06/06, nous nous sommes alors intéressés au comportement dynamique du hauban H3Q26. Ce hauban a été choisi pour trois raisons : il fait partie des haubans instrumentés par le CSTB; il présente des fréquences propres différentes de celles du hauban H3Q22 (Tableau 11); des fissures ont été constatées au niveau de son ancrage bas.

Hauban	**1ère fréquence propre (Hz)**	**2ème fréquence propre (Hz)**	**3ème fréquence propre (Hz)**
H3Q22	0.74	1.47	2.20
H3Q26	0.64	1.28	1.92

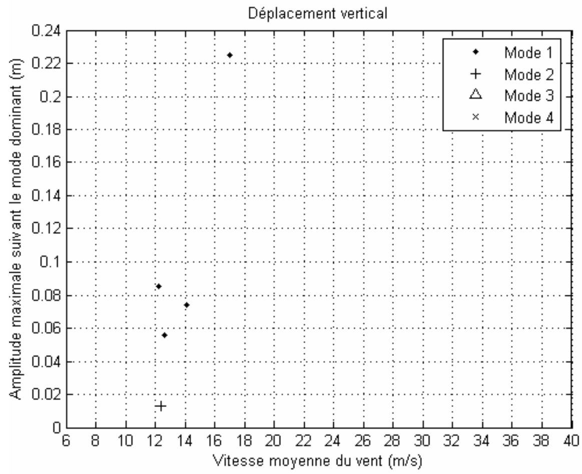
Tableau 11. Comparaison des fréquences des 3 premiers modes des haubans H3Q22 et H3Q26 privés de leurs amortisseurs.

2.2.1. Première caractérisation des vibrations

Comme pour le hauban H3Q22, il s'agit dans un premier temps de dégager les caractéristiques générales des épisodes de vibration du hauban H3Q26 recensés. Les conditions de vent moyennes associées aux mouvements, les modes du hauban principalement sollicités et les amplitudes maximales correspondantes sont donc identifiés, puis comparés aux caractéristiques des épisodes de vibration du hauban H3Q22.
Sur cette tranche de mesures de 4 mois, seuls 5 épisodes de vibration du hauban H3Q26 ont été recensés, les autres câbles de l'ouvrage semblant être stabilisés par les amortisseurs additionnels. Les caractéristiques générales de ces oscillations, obtenues grâce aux méthodes exposées dans la partie relative à l'étude des vibrations du hauban H3Q22, sont résumées sur la Figure 104.



a)



b)

Figure 104. Amplitudes modales maximales des déplacements verticaux en fonction de β (a) et de la vitesse moyenne du vent (b) lors des épisodes de vibrations du hauban H3Q26 recensés durant la 3ème tranche de mesures.

Les conditions climatiques associées aux 5 cas de mise en vibration du hauban H3Q26 recensés durant cette période sont similaires à celles identifiées dans le cas du hauban H3Q22. Ces vibrations sont intervenues pour des valeurs moyennes de β comprises entre 10 et 30° environ, et des vitesses moyennes comprises entre 12 et 15 m/s. Les amplitudes modales maximales associées sont de plus du même ordre de grandeur (amplitude crête-crête inférieure à un diamètre de câble), excepté pour l'épisode de vibration du 20/05/06 à 8h45, où une amplitude modale maximale exceptionnelle de 23 cm a été enregistrée. Cependant, contrairement au cas du hauban H3Q22, les vibrations font intervenir essentiellement le 1er mode de vibration du hauban, à 0.64 Hz. Une seule vibration a fait intervenir majoritairement le 2ème mode du câble à 1.28 Hz, avec une amplitude faible de l'ordre du centimètre (le 15/02/06 à 15h32).

Comme pour le hauban H3Q22, il s'agit maintenant de d'analyser les signaux temporels afin d'affiner la caractérisation de ces épisodes de vibration et pour identifier les éventuelles différences avec le comportement du hauban H3Q22.

2.2.2. Caractérisation du comportement dynamique du hauban H3Q26 au cours du temps

Comme précédemment, afin de qualifier l'évolution du comportement dynamique du hauban H3Q26 au cours du temps pour les différents épisodes de vibration, les amplitudes modales des 3 premiers modes, ainsi que les trajectoires associées du câble sont évaluées.
Suivant la Figure 105, le comportement du hauban H3Q26 se rapproche de celui du hauban H3Q22 pour le scénario 1 (excitation du mode 1 à 0.74 Hz). Nous constatons en effet une excitation du premier mode exclusivement, avec une vibration de courte durée, caractérisée par un retour rapide à l'équilibre une fois l'amplitude maximale atteinte.

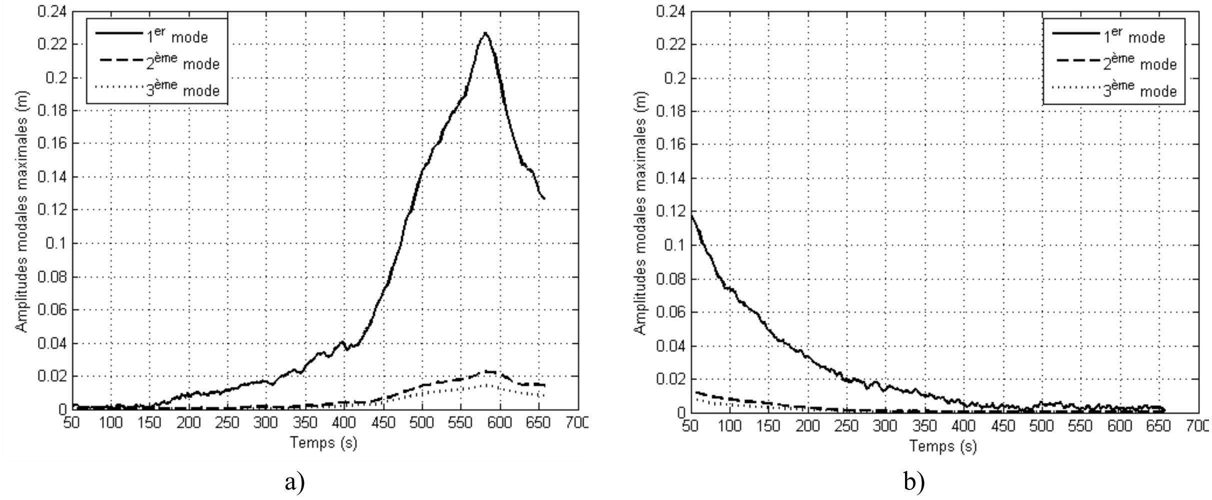


Figure 105. Evolution des amplitudes modales maximales du hauban H3Q26 au cours de l'épisode de vibration du 20/05/06 à 8h45 (a) et 8h55 (b). Vitesse moyenne du vent : 17 m/s. Direction moyenne du vent : 257°.

Le calcul de la trajectoire du hauban révèle que le mouvement ne s'effectue pas dans la même direction que dans le cas du hauban H3Q22. Ce mouvement reste essentiellement vertical, mais il n'est plus perpendiculaire à l'écoulement (Fig. 106). Cette différence peut alors provenir, soit des caractéristiques mécaniques du hauban, soit de la manifestation de phénomènes différents sur les deux câbles.

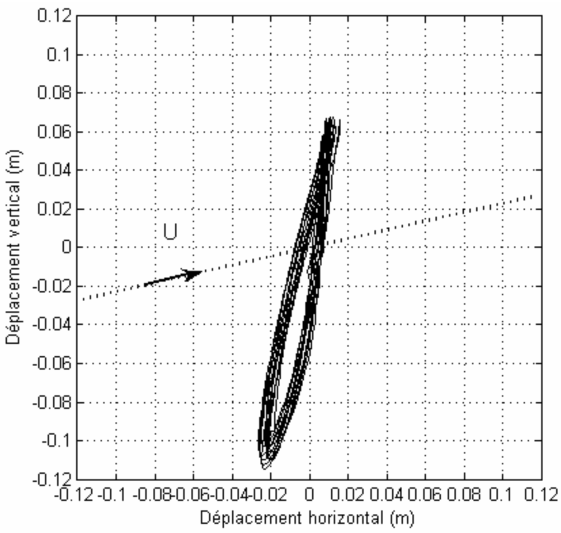


Figure 106. Trajectoire du hauban H3Q26 au cours des vibrations du 20/05/06 à 8h45.

La suppression des amortisseurs sur le hauban H3Q26 et le suivi de son comportement dynamique entre le 09/02/06 et le 09/06/06, a donc permis de mettre en évidence sa mise en vibration à 5 reprises dans les mêmes conditions climatiques que pour le hauban H3Q22. Ce résultat semble confirmer l'influence d'un phénomène aérodynamique sur les câbles longs de la nappe H3Q, pour des directions de vent comprises entre 250 et 280° environ, et des vitesses de vent comprises entre 13 et 18 m/s.

Dans l'hypothèse où les deux câbles sont soumis au même phénomène, l'excitation du hauban H3Q26, dont les fréquences propres sont différentes de celles du hauban H3Q22, semble indiquer que la valeur des fréquences propres des haubans n'intervient pas réellement dans la mise en vibration des câbles.

Toutefois, le comportement dynamique des haubans H3Q22 et H3Q26 présente également quelques différences (fréquences sollicitées, amplitudes, trajectoires). De plus jusqu'ici, le comportement dynamique des haubans H3Q22 et H3Q26 a été étudié séparément, en supprimant leurs amortisseurs alternativement. La question est donc désormais de déterminer si ces 2 câbles sont réellement soumis au même phénomène, en comparant leur comportement dynamique au cours d'un même épisode de vent. Dans le même ordre d'idée, il s'agit de savoir si la mise en vibration des haubans longs du Pont de l'Iroise est uniquement conditionnée par leur taux d'amortissement. Autrement dit nous allons chercher à déterminer si la suppression des amortisseurs additionnels de plusieurs haubans peut conduire à des cas de vibration simultanée de plusieurs câbles. Dans le cas contraire, l'objectif est d'identifier les paramètres mécaniques et aérodynamiques déterminants dans la mise en vibration. Pour ce faire les amortisseurs des haubans H3Q21, H3Q22, H3Q26 et H4B20 ont été déconnectés entre le 09/06/06 et le 05/02/07, et une analyse comparée de leur comportement vibratoire a été conduite.

2.3. Troisième phase : confrontation du comportement dynamique des haubans H3Q21, H3Q22, H3Q26 et H4B20

Les mesures réalisées au cours des 2 premières tranches ont permis de mettre en évidence la mise en vibration des haubans H3Q22 et H3Q26. Néanmoins, l'analyse des épisodes de vibration a montré qu'à chaque fois, seul le hauban privé de ses amortisseurs est mis en mouvement. Une des questions est donc de savoir si ce mouvement local n'est pas une manifestation de l'énergie emmagasinée par la structure globale, du fait d'un amortissement structurel plus faible d'un des éléments de la structure. L'idée est donc d'étudier si en supprimant simultanément les amortisseurs de plusieurs haubans, cette énergie se répartit sur les différents câbles, ou si elle se manifeste préférentiellement par le mouvement d'un des haubans. Autrement dit, l'objectif est déterminer si les différents haubans sont soumis au même phénomène, associé à la dynamique de la structure globale, ou si au contraire ces oscillations sont liées à des phénomènes locaux, associés aux caractéristiques mécaniques (fréquences propres) et/ou aérodynamiques (diamètre, nombre de Scruton, orientation par rapport au vent) propres à chaque hauban. Il convient alors de les identifier.

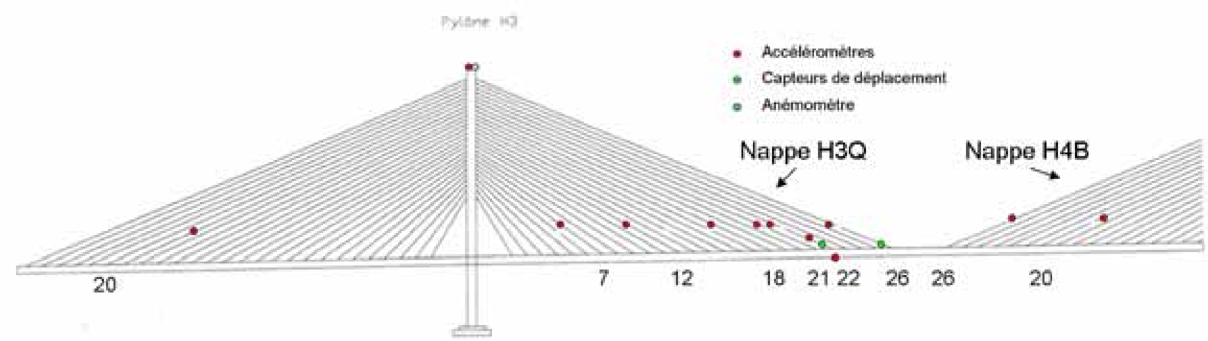


Figure 107. Localisation des haubans instrumentés par le CSTB.

Pour déterminer l'influence de ces paramètres mécaniques et aérodynamiques sur la sensibilité des haubans aux vibrations, le comportement dynamique de 4 haubans, parmi les 9 instrumentés par le CSTB, est étudié simultanément. Les amortisseurs des haubans H3Q21, H3Q22, H3Q26 et H4B20 (dont la localisation est rappelée sur la Fig. 107) ont ainsi été supprimés simultanément entre le 09/06/06 et le 05/02/07, pour favoriser l'apparition de phénomènes vibratoires. Ces haubans ont été choisis, de telle sorte que la comparaison au même instant du comportement dynamique des haubans fournisse des informations quant à l'influence des différents paramètres sur la sensibilité des câbles aux vibrations. Le Tableau 12 montre ainsi que la comparaison, pour le même épisode de vent, du comportement dynamique des haubans H3Q21 et H3Q22 (de diamètre, d'inclinaison et de fréquences similaires) permet d'évaluer l'influence du nombre de Scruton du câble sur son comportement. La confrontation du comportement des haubans H3Q22 et H3Q26 permet quant à elle d'évaluer le rôle joué par les fréquences propres des haubans dans le phénomène. Enfin la comparaison du comportement vibratoire des haubans H3Q22 et H4B20 permet d'analyser si le signe de l'angle β (associé à l'orientation du hauban par rapport au vent) est déterminant dans la mise en vibration (les haubans H3Q22 et H4B20 n'appartenant pas à la même nappe, pour un même épisode de vent, le vent soufflera en effet « sous » le hauban H3Q22 et « derrière » le H4B20, ou inversement).

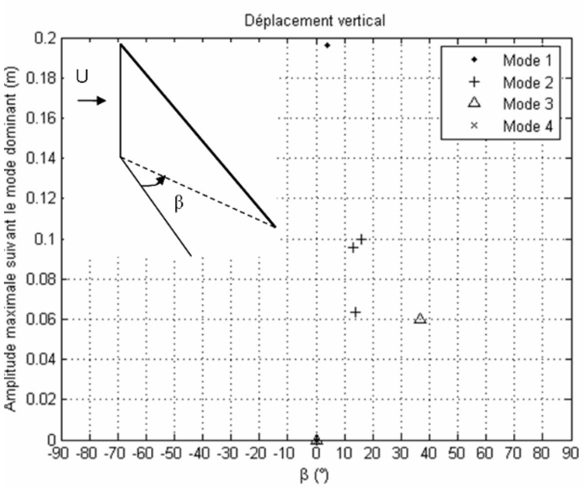
Hauban	**1ère fréquence propre (Hz)**	**S_c**	**Inclinaison (°)**	**Diamètre (m)**
H3Q21	0.75	85	25.4	0.18
H3Q22	0.74	46	25.2	0.18
H3Q26	0.64	58	24.7	0.20
H4B20	0.80	?	25.7	0.18

Tableau 12. Caractéristiques principales des haubans privés de leurs amortisseurs durant la 4ème tranche de mesures.

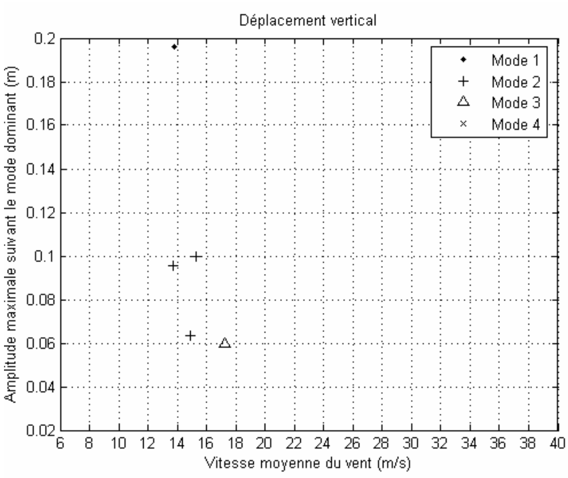
2.3.1. Identification des épisodes de vibration et caractérisation du comportement dynamique des haubans

En utilisant les méthodes introduites précédemment, il s'agit dans un premier temps d'identifier les cas de vibration au cours de cette période de mesure, ainsi que les haubans concernés. L'objectif est ensuite de déterminer les conditions climatiques associées à ces oscillations et de procéder à une première caractérisation du comportement dynamique des haubans sollicités (modes concernés, amplitudes modales maximales enregistrées).

L'analyse des écarts-types des accélérations des haubans au cours de cette période de 8 mois ne révèle que 5 épisodes de vibration, avec à chaque fois, sur les 4 câbles privés de leurs amortisseurs, la mise en vibration du seul hauban H3Q22. Les conditions moyennes de vent relatives aux cas de vibrations du hauban H3Q22 sont présentées sur la Figure 108.



a)



b)

Figure 108. Amplitudes modales maximales des déplacements verticaux en fonction de β (a) et de la vitesse moyenne du vent (b) lors des épisodes de vibrations du hauban H3Q22 recensés durant la 4ème tranche de mesures.

Pour le hauban sollicité, les conditions climatiques « critiques » sont donc semblables à celles identifiées au cours de la 2ème tranche de mesures, lorsque le hauban H3Q22 était le seul câble privé de ses amortisseurs. Les vibrations interviennent en effet pour des directions de vent moyennes comprises entre 10 et 40°, et des vitesses de vent moyennes comprises entre 13 et 18 m/s environ.

Par ailleurs, le hauban H3Q22 est sollicité suivant ses 3 premiers modes, selon le scénario 2 défini au cours de la 2ème tranche de mesures (nous observons une excitation successive des modes 3, 2 et 1). Le phénomène est particulièrement critique durant l'épisode du 07/12/06, avec une amplitude modale maximale enregistrée d'une vingtaine de centimètres (Fig. 109).

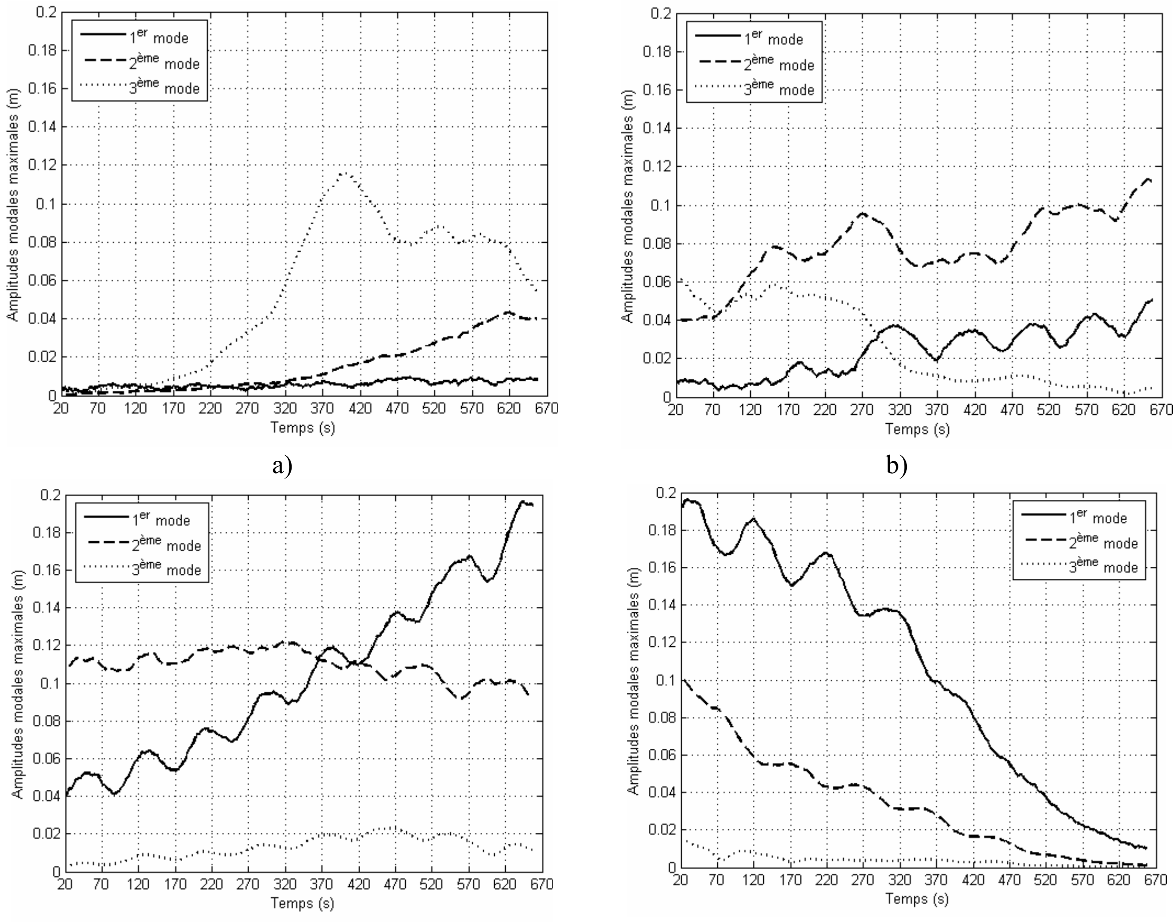


Figure 109. Evolution des amplitudes modales maximales du hauban H3Q22 au cours de l'épisode de vibration du 07/12/06 à 6h25 (a), 6h36 (b), 6h46 (c) et 6h56 (d). Vitesse moyenne du vent : 13 m/s. Direction moyenne du vent : 252°.

Cette première analyse des signaux enregistrés au cours de cette période de mesure a donc permis d'identifier que le hauban H3Q22 présente une sensibilité particulière et que les vibrations surviennent dans les conditions de vent identifiées comme « critiques » dès la 2ème tranche de mesures.

Afin d'approfondir la caractérisation du phénomène, le paragraphe suivant identifie les paramètres mécaniques et géométriques des haubans qui semblent déterminants dans la mise en vibration.

2.3.2. Identification des paramètres mécaniques et aérodynamiques déterminants dans la mise en vibration

L'idée est ici de procéder à une comparaison de la réponse dynamique des haubans privés de leurs amortisseurs durant les mêmes épisodes de vent, de façon à identifier les paramètres mécaniques et aérodynamiques influençant la mise en vibration des câbles. Les comportements des haubans sont donc comparés deux à deux, de façon à évaluer à chaque fois l'influence du paramètre différenciant les deux câbles considérés.

La comparaison du comportement dynamique des haubans H3Q22 et H3Q26 permet dans un premier temps d'approfondir les résultats de l'analyse des mesures des 2ème et 3ème tranches. La mise en vibration exclusive du hauban H3Q22 au cours de cette période, ainsi que les différences mises en évidence précédemment dans le comportement dynamique de ces deux haubans au cours des 2ème et 3ème périodes de mesure, semblent indiquer que les oscillations de ces deux câbles sont liées à des mécanismes différents. Comme le montre le Tableau 12, les haubans H3Q22 et H3Q26 sont très similaires d'un point de vue aérodynamique (inclinaison, orientation par rapport à l'écoulement) et présentent des nombres de Scruton du même ordre de grandeur (Le Tableau 2 présente le nombre de Scruton calculé à partir de l'amortissement du 1er mode. Le nombre de Scruton calculé à partir de l'amortissement du 3ème mode du hauban H3Q22, qui semble être le plus sensible aux vibrations, est de 52.). La plus forte sensibilité du hauban H3Q22 semble donc être associée aux valeurs de ses fréquences propres. Ce résultat peut être en particulier le signe de phénomènes de résonance avec le tablier et/ou le pylône.

La comparaison de la réponse des haubans H3Q21 et H3Q22 permet quant à elle d'évaluer l'influence du nombre de Scruton des câbles sur le phénomène à l'origine des vibrations. Pour chaque tranche de mesures, l'excitation exclusive des haubans privés de leurs amortisseurs avait déjà montré l'influence du coefficient d'amortissement. La comparaison du comportement de 2 haubans privés simultanément de leurs amortisseurs additionnels permet d'affiner ce résultat. Il semble que les vibrations disparaissent pour un nombre de Scruton supérieur à 85.

Enfin la comparaison du comportement vibratoire des haubans H3Q22 et H4B20 est moins significative du fait de différences sur plusieurs paramètres de ces haubans (en particulier l'amortissement du hauban H4B20 n'a pas été évaluée précisément). Notons néanmoins que ces 2 haubans présentent des fréquences de vibration différentes, ce qui pourrait, comme pour le hauban H3Q26, expliquer la moindre sensibilité du hauban H4B20. De plus, les haubans H3Q22 et H4B20 sont orientés différemment : pour un même épisode de vent, lorsque β est positif pour le hauban H3Q22, il est négatif sur H4B20. Ce résultat pourrait donc indiquer que le phénomène observé ne se manifeste que lorsque le vent souffle « sous » le hauban (comme c'est le cas pour le phénomène pluie-vent). Cependant, parmi les épisodes de vent enregistrés dans les directions correspondant à des valeurs positives de β pour le hauban H4B20, aucune oscillation significative de ce câble n'a été recensée. D'autres paramètres influent donc probablement sur la moindre sensibilité du hauban H4B20.

L'analyse des données enregistrées lors de la première tranche de mesures a montré que les haubans du Pont de l'Iroise munis de leurs amortisseurs additionnels étaient soumis essentiellement au phénomène de détachement tourbillonnaire, à l'origine d'oscillations de faible amplitude. Les mesures réalisées par la suite ont mis en évidence des cas de vibrations de plus grande amplitude des haubans privés de leurs amortisseurs, avec une sensibilité particulière du hauban H3Q22. Ces vibrations ont alors été caractérisées. En particulier, l'apparition de la majorité des épisodes de vibration dans des conditions similaires de directions et de vitesses de vent laisse penser qu'un phénomène aérodynamique intervient dans la mise en vibration. Cependant, le comportement particulier du hauban H3Q22 est potentiellement le signe de l'influence d'autres phénomènes, tels que des résonances avec la structure.

Après cette caractérisation des vibrations observées sur le site, il s'agit donc désormais d'identifier dans la bibliographie les phénomènes éventuellement responsables de ces vibrations.

3. Identification des phénomènes à l'origine des vibrations

L'objectif de cette partie est d'identifier, parmi les différents phénomènes à l'origine de la mise en vibration des haubans de pont évoqués dans la bibliographie (Chapitres 1 et 2), ceux qui pourraient engendrer la mise en mouvement des haubans du Pont de l'Iroise. Il s'agit donc de dégager les caractéristiques communes, mais également les différences, entre les phénomènes vibratoires mis en évidence sur le Pont de l'Iroise et les phénomènes de mise en vibration indirecte ou directe des haubans par le vent cités respectivement dans les Chapitres 1 et 2.
L'une des caractéristiques principales des vibrations mises en évidence sur le pont étant leur apparition dans des mêmes gammes de directions et de vitesses de vent, l'influence d'un phénomène aérodynamique dans la mise en mouvement des câbles semble évidente. La comparaison entre les phénomènes observés sur site et ceux présentés dans la bibliographie débute donc par les phénomènes aérodynamiques. L'éventualité de l'influence d'une excitation paramétrique ou, de façon plus générale, d'une interaction avec la structure est ensuite abordée.

3.1. Excitation induite par la turbulence atmosphérique ?

Comme sur tout pont à haubans, l'excitation des câbles par la turbulence atmosphérique, qui correspond à la sollicitation ambiante des haubans par le vent, se manifeste sur le Pont de l'Iroise.
Cependant d'après la bibliographie (Chapitre 2, partie 4.2.), bien que la turbulence atmosphérique engendre des mouvements à basse fréquence (< 1 Hz), les amplitudes associées restent faible (de l'ordre du millimètre). Ce phénomène ne peut donc pas expliquer les cas de vibration de grande amplitude des haubans du Pont de l'Iroise, et en particulier les cas de mise en vibration importante du hauban H3Q22 suivant son 3ème mode à 2.20 Hz.

3.2. Le détachement tourbillonnaire ?

Nous avons vu que le phénomène se manifestait sur les haubans du Pont de l'Iroise, grâce aux mesures réalisées lors de la première partie du monitoring. Le détachement tourbillonnaire est alors apparu maximal pour des vents soufflant perpendiculairement à l'axe du pont, directions qui, dans le cas du Pont de l'Iroise, se caractérisent par des intensités de turbulence plus faibles (de l'ordre de 10 %).
Toutefois il a été évoqué dans le Chapitre 2 (partie 4.3.1.) que le détachement tourbillonnaire sollicitait principalement les modes d'ordre élevé des haubans (suivant la formule 133) et induisait des déplacements négligeables (de l'ordre du centimètre). Ce résultat est confirmé par les mesures réalisées au cours de la première tranche de mesures.
Le détachement tourbillonnaire ne peut donc pas expliquer les cas de vibration de grande amplitude des haubans du Pont de l'Iroise signalés lors des 2ème, 3ème et 4ème périodes de mesures.

3.3. Le détachement tourbillonnaire tridimensionnel ?

Nous avons vu que les vibrations des haubans se manifestaient pour des vitesses de vent supérieures à 13 m/s. Suivant la formule 133 du Chapitre 2, la fréquence du détachement tourbillonnaire lors de ces épisodes de vibration est donc supérieure à 13 Hz pour un hauban de diamètre 20 cm (et 14.4 Hz pour un hauban de diamètre 18 cm), en supposant une valeur du nombre de Strouhal de 0.2.
Selon la bibliographie (Chapitre 2, partie 4.3.2.), le détachement tourbillonnaire tridimensionnel (mis en évidence uniquement en soufflerie) se manifesterait pour une fréquence égale au tiers (ou au quart) de la fréquence du détachement tourbillonnaire, soit ici pour des fréquences propres de hauban supérieures à 3 Hz. Or les fréquences sollicitées lors des épisodes de vibration des haubans du Pont de l'Iroise s'échelonnent entre 0.64 Hz (première fréquence propre du hauban H3Q26) et 2.20 Hz (3ème fréquence propre du hauban H3Q22). Le détachement tourbillonnaire tridimensionnel ne semble donc pas à l'origine de la mise en vibration des haubans du Pont de l'Iroise.

3.4. Les interférences de sillage ?

Il a été évoqué, dans la partie 4.3.3. du Chapitre 2, que des effets de sillage pouvaient se manifester sur des haubans situés dans le sillage d'autres éléments de structure (dont la présence modifie l'écoulement à l'amont du hauban).
Toutefois, les vibrations de grande amplitude mises en évidence sur les haubans du Pont de l'Iroise interviennent pour des vents quasiment perpendiculaire à l'axe du pont et donc des nappes de haubans. Ainsi les haubans concernés ne se situent dans le sillage d'aucun élément de structure et les interférences de sillage ne peuvent expliquer leur mise en vibration.

3.5. Le phénomène de chute de traînée ?

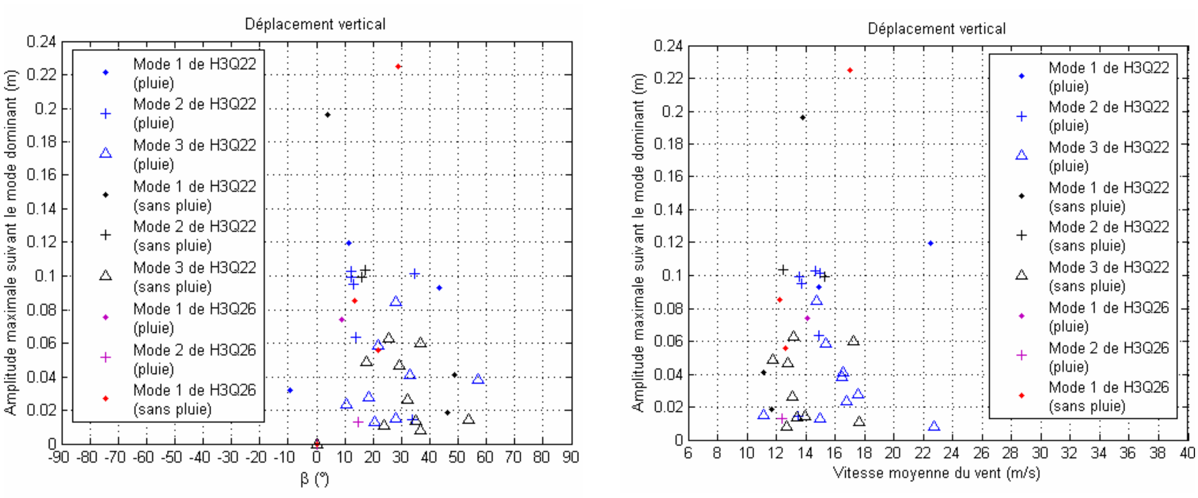
Ce phénomène se manifeste pour des cylindres à section circulaire dans le régime critique, qui correspond approximativement, pour les haubans du Pont de l'Iroise, à la gamme de vitesses de vent pour laquelle les vibrations ont été enregistrées.
Cependant, selon le Chapitre 2 (partie 4.4.1.), le phénomène de chute de traînée se traduit théoriquement par un mouvement du câble dans la direction de l'écoulement. Or les trajectoires des haubans du Pont de l'Iroise en vibration ne vérifient pas cette propriété.
Le phénomène de chute de traînée, tel que présenté dans la bibliographie, ne semble donc pas pouvoir engendrer les vibrations enregistrées sur le Pont de l'Iroise. Nous verrons cependant au Chapitre 6 que la diminution du coefficient de traînée dans le régime critique (« drag crisis ») peut jouer un rôle dans la mise en mouvement des câbles du pont.

3.6. Le phénomène pluie-vent ?

Plusieurs caractéristiques des vibrations des haubans du Pont de l'Iroise sont en accord avec celles du phénomène pluie-vent répertoriées dans la littérature.
Tout d'abord, comme pour la mise en vibration des haubans de pont par l'action conjointe du vent et de la pluie (Chapitre 2, partie 4.4.2.), les vibrations se manifestent dans des gammes restreintes de directions et de vitesses de vent.

De plus les directions de vent associées aux épisodes de vibration sur le Pont de l'Iroise, correspondent approximativement à celles associées au phénomène pluie-vent. Les vibrations sont en effet apparues pour des valeurs de β comprises entre 10 et 40°, soit pour le hauban H3Q22 incliné de 25.2° par rapport à l'horizontal, des valeurs de β^* comprises entre 9 et 35°. Notons de plus que la plupart des vibrations apparaissent pour des vents soufflants « sous » le hauban concerné (valeurs positives de l'angle β). Cette caractéristique du phénomène pluie-vent est liée à la formation du filet d'eau sur la partie supérieure du hauban (indispensable à l'initiation du phénomène) uniquement pour des valeurs positives de β. Remarquons cependant que ce résultat ne pourrait être qu'une coïncidence sur le Pont de l'Iroise. En effet, l'essentiel des vibrations ont été observées sur les haubans de la nappe H3Q et la grande majorité des vents forts sur le site du Pont de l'Iroise se manifeste pour des vents d'ouest (275° par rapport au nord), qui correspondent à des valeurs positives de β pour cette nappe de haubans.
Par ailleurs les vibrations des haubans du Pont de l'Iroise mettent en jeu des fréquences comprises entre 0.64 et 2.20 Hz. Ce résultat est en accord avec les observations de Main et al. [2001], selon lesquelles le phénomène pluie-vent solliciterait principalement les fréquences propres de hauban comprises entre 1 et 3 Hz.

Toutefois les vibrations observées sur les haubans du Pont de l'Iroise présentent également quelques caractéristiques qui semblent contredire l'hypothèse d'une manifestation du phénomène pluie-vent.
En particulier, les vitesses de vent associées aux vibrations des haubans du Pont de l'Iroise sont comprises entre 11 et 16 m/s environ, tandis que Main et al. [2001] évoquent des cas de mise en vibration des haubans du Pont Fred Hartman (de diamètre similaire à ceux du Pont de l'Iroise) pour des vitesses inférieures, comprises entre 6 et 11 m/s environ. Ce résultat est confirmé par les essais réalisés en soufflerie par Flamand [1993].
De plus selon Main et al. [2001], le phénomène pluie-vent sollicite essentiellement un mode de câble à la fois. Cette propriété n'est pas vérifiée sur le hauban H3Q22, dont le comportement vibratoire se caractérise souvent par deux, voire trois composantes fréquentielles (excitation des modes 2 et 3, et parfois du mode 1). Cette caractéristique ne semble pas compatible, en particulier, avec une synchronisation du mouvement du filet d'eau et l'oscillation du câble, mécanisme à l'origine du phénomène pluie-vent [Cosentino 2003]. Le phénomène pourrait en revanche expliquer les quelques cas signalés de vibrations des haubans H3Q26 et H4B20.
Enfin, et surtout, l'analyse des données de la station météorologique de l'aéroport Guipavas révèle que les vibrations des haubans du Pont de l'Iroise semblent se manifester à la fois en présence et en l'absence de pluie. Certaines vidéos réalisées sur l'ouvrage confirment ce résultat. Ainsi, selon les données météorologiques, sur 37 épisodes de vibration recensés au total, nous dénombrons 20 épisodes avec pluie et 17 par temps sec. La Figure 110 montre de plus qu'aucune différence majeure n'apparaît sur le comportement dynamique des haubans sollicités entre ces 2 cas de figure. La pluie ne semble donc pas modifier significativement le phénomène.



a) b)

Figure 110. Influence de la pluie sur le comportement vibratoire des haubans du Pont de l'Iroise.

3.7. Le galop des câbles inclinés secs ?

Nous venons de voir que les vibrations des haubans du Pont de l'Iroise présentent des similarités avec le phénomène pluie-vent, mais que ces vibrations se manifestent à la fois en présence et en l'absence de pluie. Ce résultat conduit alors naturellement à suspecter une manifestation du phénomène de galop des câbles inclinés secs évoqué dans la partie 4.4.3. du Chapitre 2. Bien que ce phénomène ait à ce jour été principalement mis en évidence en soufflerie, le mécanisme aérodynamique à l'origine des vibrations sur le Pont de l'Iroise semble vérifier les mêmes propriétés que le galop sec. A savoir :

- une mise en vibration des haubans à basse fréquence et avec des amplitudes importantes (de l'ordre de 1 à 2 diamètres respectivement dans le cas des haubans H3Q22 et H3Q26),
- une manifestation en l'absence de pluie,
- une mise en vibration de haubans orientés par rapport au vent ($\beta \neq 0$),
- une manifestation dans le régime critique.

Cette dernière caractéristique reste à vérifier, car les mesures d'accélération des haubans et de la vitesse du vent réalisées sur l'ouvrage ne permettent pas à elles seules d'identifier le régime d'écoulement au moment des vibrations. Signalons toutefois deux arguments qui semblent confirmer que les vibrations interviennent dans ce régime d'écoulement.

Tout d'abord, la gamme de vitesses de vent associées aux vibrations enregistrées sur le site semble être légèrement supérieure à celle correspondant au phénomène pluie-vent. Or selon Cosentino [2003], ce phénomène se manifeste à la transition entre le régime subcritique et le régime critique.

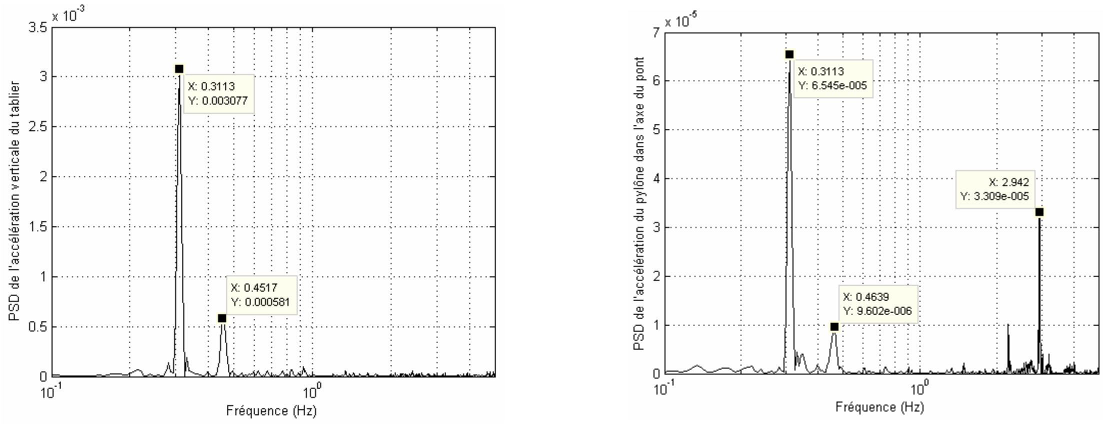
Ensuite en accord avec l'étude du spectre des haubans en fonction de la vitesse moyenne du vent (Fig. 87), il semble que le détachement tourbillonnaire soit moins important entre 13 et 16 m/s que pour des vitesses supérieures. Or l'une des caractéristiques du régime critique est justement la disparition du détachement tourbillonnaire, avant sa réapparition dans le régime supercritique.

Malgré le manque d'informations relatives à la manifestation sur site du phénomène de galop des câbles inclinés secs, il semble donc raisonnable de suspecter un lien entre les cas de vibrations de grande amplitude mis en évidence en soufflerie en l'absence de pluie et le phénomène aérodynamique à l'origine de la mise en mouvement des haubans du Pont de l'Iroise.

3.8. Phénomènes de résonance, d'excitation paramétrique et d'interaction hauban-structure ?

Après avoir identifié, parmi les phénomènes aérodynamiques évoqués dans la bibliographie, l'origine probable de la sensibilité particulière des haubans du Pont de l'Iroise à certaines conditions climatiques, il reste maintenant à définir les causes possibles du comportement particulier du hauban H3Q22. En effet, si l'influence d'un phénomène aérodynamique dans la mise en vibration des haubans du Pont de l'Iroise est évidente, la plus grande sensibilité du hauban H3Q22 aux épisodes de vibration (alors qu'il possède des caractéristiques aérodynamiques semblables à celles des haubans H3Q21 et H3Q26, entre autres) et la répétition d'un même scénario (excitation des modes 3, puis 2, puis 1) sont le signe de l'influence d'autres phénomènes, tels que des interactions avec la structure (Nous avons vu en effet que la différence de comportement entre les haubans H3Q22 et H3Q26 étaient probablement liée à leurs fréquences propres différentes.).

L'analyse du comportement dynamique du Pont de l'Iroise lors des épisodes de vibration révèle cependant que les déplacements verticaux du tablier, s'ils peuvent parfois atteindre 1 ou 2 cm, sont associés aux deux premiers modes de flexion verticale de l'ouvrage à 0.308 et 0.445 Hz respectivement (Fig. 111 a). Les déplacements du pylône dans l'axe du pont font intervenir quant à eux, en plus des composantes de flexion de la structure globale, une composante à 2.94 Hz (Fig. 111 b). Nous verrons au Chapitre 7 qu'une campagne d'essais sur le Pont de l'Iroise, réalisée au cours de cette thèse, a permis de montrer que cette fréquence correspond à un mode local de pylône (deuxième mode de flexion), dont l'excitation est liée au passage de véhicules sur l'ouvrage.

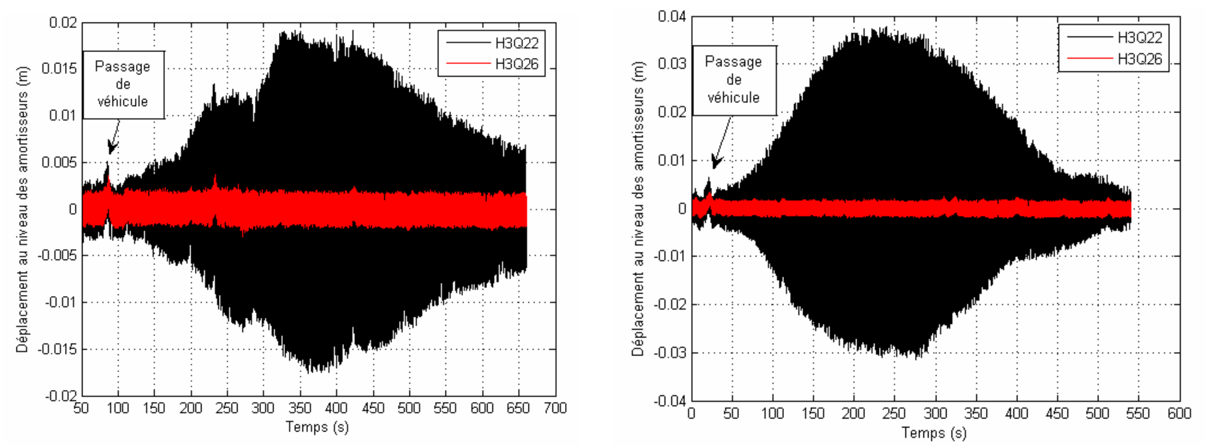


a) b)

Figure 111. Densité spectrale de puissance de l'accélération verticale du tablier (a) et de l'accélération du pylône H3 dans l'axe du pont (b) le 18/04/05 à 01h03. Vitesse moyenne du vent : 13.9 m/s. Direction moyenne du vent : 275°.

Des résonances (fréquence du mouvement des ancrages égale à celle du câble) ou des phénomènes d'excitations paramétriques (fréquence de la structure égale au double d'une des fréquences propres du hauban), mentionnés dans la partie 4.2. du chapitre 1, ne peuvent donc pas expliquer la majorité des vibrations observées sur le Pont de l'Iroise. Seule la fréquence

du mode de pylône à 2.94 Hz, qui correspond au double de la 2ème fréquence propre du hauban H3Q22 (ou à sa 4ème fréquence propre) peut conduire à une excitation paramétrique du 2ème mode de ce câble au passage de véhicules sur le pont, et pourrait expliquer les quelques rares cas où l'amplitude suivant le mode 2 prend le pas sur celle du 3ème.
Notons d'ailleurs que le passage de véhicules sur l'ouvrage semble être un des facteurs déclencheurs des vibrations. L'analyse du signal des capteurs de déplacement situés au bas des haubans H3Q22 et H3Q26 (au niveau des ancrages ou des amortisseurs) révèle en effet que les vibrations se développent souvent après le passage d'un véhicule à proximité du hauban. La Figure 112 illustre ce résultat dans le cas d'une excitation du hauban H3Q22 suivant son 1er mode (exemple du 19/04/05 à 12h32, Fig. 112 a) et dans le cas correspondant au 2ème scénario (exemple du 23/05/05 à 6h56, Fig. 112 b). Ainsi, nous voyons d'ores et déjà que si le vent semble jouer un rôle dans la mise en vibration du hauban H3Q22, les effets du trafic sont également à prendre en compte.



a) b)

Figure 112. Passage de véhicules au moment de la mise en vibration.

Remarquons enfin que la somme des fréquences des 2 premiers modes de flexion de la structure (F_1 = 0.308 Hz et F_2 = 0.445 Hz), principalement excités par le vent, correspond approximativement à la première fréquence propre du hauban H3Q22, f_1 = 0.74 Hz. Cette caractéristique dynamique de la structure, associée au fait que le mode de pylône excité par le trafic correspond lui-même au double de la 2ème fréquence propre du hauban H3Q22 (ou à la fréquence du 4ème mode du câble), peut donc favoriser l'apparition de phénomènes d'interaction entre ce hauban et le pont, et en particulier des phénomènes de résonances par combinaison évoqués dans la partie 4.2. du Chapitre 1. Ces phénomènes de résonances (non linéaires) entre la structure, soumise au vent et au trafic, et le hauban H3Q22 peuvent donc expliquer le comportement particulier de ce dernier. Ces points seront abordés au Chapitre 7 de ce mémoire.

4. Bilan et définition des axes de recherches complémentaires nécessaires pour la compréhension des phénomènes vibratoires mis en évidence sur le Pont de l'Iroise

Les différentes tranches de mesures sur le Pont de l'Iroise ont permis de caractériser le comportement dynamique des haubans du pont. L'analyse des mesures effectuées sur les

haubans munis de leurs amortisseurs a ainsi révélé que les câbles étaient alors principalement soumis au phénomène de détachement tourbillonnaire, associé à des oscillations de faible amplitude (de l'ordre du millimètre). La suppression des amortisseurs de certains haubans a ensuite conduit à la mise en évidence de vibrations de plus grande amplitude (de l'ordre de 1 à 2 diamètres), qui pourraient être à l'origine des fissures constatées précédemment sur les ancrages de certains haubans du pont. La comparaison des caractéristiques des différents épisodes de vibration (conditions climatiques associées, comportement dynamique des haubans) a permis de conclure à la manifestation d'un phénomène aérodynamique local sur les haubans du Pont de l'Iroise. La confrontation des caractéristiques du phénomène observé sur site avec la bibliographie conduit alors à suspecter une manifestation du phénomène de galop des câbles inclinés secs (vibrations dans le régime critique dans une gamme de directions restreintes, manifestation de vibration indépendamment de la présence de pluie).
L'étude des vibrations observées sur le Pont de l'Iroise réalisée dans ce chapitre constitue, à notre connaissance, la première caractérisation du phénomène sur site.
Par ailleurs, le comportement particulier du hauban H3Q22 (plus forte occurrence des vibrations, excitation des 3 premiers modes du câble) semble être le signe, en plus du phénomène aérodynamique auquel sont soumis les autres haubans longs du Pont de l'Iroise, de l'influence d'interactions entre le hauban et la structure, soumise au vent et/ou au trafic.

Les paramètres déterminants intervenant dans la mise en vibration des haubans du Pont de l'Iroise semblent donc désormais identifiés.
Néanmoins, la proposition de moyens de contrôle adaptés des vibrations passe désormais par l'approfondissement de 3 axes de recherche :

- **L'étude du phénomène de galop des câbles inclinés secs**. Le phénomène a pour l'instant été uniquement étudié en soufflerie et les résultats des études semblent contradictoires (conditions climatiques associées, comportement divergent ou mouvement d'amplitude limitée). La caractérisation du phénomène sur site, et en particulier l'identification des gammes de directions et de vitesses de vent associées aux vibrations, permet aujourd'hui d'envisager une étude plus ciblée en soufflerie.
- **L'étude de l'influence conjointe du phénomène de galop sec et d'interactions structure/câble.** Les vibrations du hauban H3Q22 du Pont de l'Iroise se manifestent dans les gammes de directions et de vitesses de vent associées au phénomène aérodynamique identifié, mais coïncident également avec l'excitation de 3 modes de la structure. Une interaction entre les 2 phénomènes évoqués est donc suspectées d'être à l'origine du comportement particulier de ce hauban.

Les 2 derniers axes de recherche évoqués permettront de proposer une explication aux vibrations observées sur le Pont de l'Iroise et illustreront le fait que le comportement dynamique d'un hauban de pont, même soumis à un phénomène aérodynamique local, est dépendant du comportement global de la structure. Ces points sont abordés au Chapitre 7.
Le thème central de ce travail de doctorat reste néanmoins l'étude du phénomène de galop des câbles inclinés secs, sur la base de la caractérisation du phénomène sur site réalisée au cours de ce chapitre. La première étape consiste à identifier dans l'écoulement autour du hauban, dans les gammes de directions et de vitesses de vent identifiées sur site, les propriétés pouvant conduire à l'initiation des oscillations. Le Chapitre 5 constitue donc une contribution à l'étude de l'écoulement autour de cylindres inclinés secs (et orientés par rapport au vent) dans le régime critique.

Chapitre 5 : Caractérisation de l’écoulement autour d’un hauban incliné

L’étude du comportement au vent des haubans du Pont de l’Iroise a permis de mettre en évidence un phénomène aérodynamique à l’origine de la mise en vibration des câbles, indépendamment de la présence de pluie. La confrontation des données sur site avec la bibliographie laisse supposer que ces vibrations sont dues au phénomène de galop des câbles inclinés secs, qui fait l’objet, actuellement, de plusieurs études en soufflerie [Cheng et al. 2003 a-b; Jakobsen et al. 2005 ; Larose et al. 2003, 2005 ; Matsumoto et al. 2005 b; Zasso et al. 2005]. Néanmoins à ce jour, aucune manifestation de ce phénomène sur site n’a été identifiée avec certitude. La question se pose donc de la représentativité des phénomènes mis en évidence en soufflerie vis-à-vis du comportement réel des haubans de pont.
L’observation de cas de vibrations en l’absence de pluie sur les haubans du Pont de l’Iroise permet aujourd’hui d’envisager la démarche inverse. L’identification sur site des conditions d’apparition des vibrations (direction, vitesse du vent, inclinaison du hauban) permet en effet de définir un protocole d’essais en soufflerie à même d’identifier dans l’écoulement les mécanismes réellement responsables de la mise en vibration des haubans de pont.
L’étude de l’influence du vent sur les phénomènes vibratoires mis en évidence sur le Pont de l’Iroise passe alors par 2 étapes :

- l’identification des caractéristiques de l’écoulement responsables de l’initiation du phénomène : autrement dit, il s’agit de comprendre les mécanismes intervenant dans la transition entre l’état d’équilibre et la mise en mouvement du hauban par le vent,
- l’évaluation de l’influence de l’écoulement sur le mouvement du hauban, une fois ce dernier amorcé : cette étude porte alors sur les interactions entre les forces induites par le vent sur le hauban et les oscillations de ce dernier (phénomène aéroélastique).

L’idée étant, à terme, de contrôler la mise en vibration, il s’agit principalement, dans un premier temps, d’identifier les propriétés de l’écoulement à l’origine du mouvement. Pour cela, il faut distinguer, dans les efforts exercés par le vent sur le hauban, la part liée uniquement aux propriétés de l’écoulement et la part associée au mouvement. Or, dès lors que le hauban oscille, l’écoulement et le mouvement du câble interagissent. Il a donc été choisi d’étudier l’écoulement autour d’un hauban statique. L’objectif est de caractériser l’écoulement dans le régime critique pour différentes directions de vent, afin d’en dégager les particularités dans les conditions associées aux vibrations observées sur site.

1. Définition du protocole expérimental

L’objectif est dans un premier temps de définir un protocole expérimental permettant d’identifier, dans l’écoulement autour du hauban, les mécanismes particuliers intervenant dans les conditions de vent associées aux vibrations observées sur site. Il s’agit de compléter les connaissances actuelles sur l’écoulement autour des cylindres à section circulaire inclinés dans le régime critique, dans lequel se manifeste le galop des câbles inclinés secs suspecté d’intervenir dans la mise en vibration des haubans du Pont de l’Iroise. Les paragraphes suivants exposent et justifient la méthode utilisée pour ce faire.

1.1. Choix du modèle de hauban

L'un des objectifs de ces essais en soufflerie étant l'étude d'un régime d'écoulement particulier autour du hauban (le régime critique), le modèle utilisé en soufflerie doit en particulier respecter la condition de similitude de Reynolds. Autrement dit, en notant D_{site} et $D_{soufflerie}$ le diamètre respectif des haubans sur le pont et en soufflerie, les vitesses du vent sur site U_{site} et en laboratoire $U_{soufflerie}$ doivent vérifier la relation :

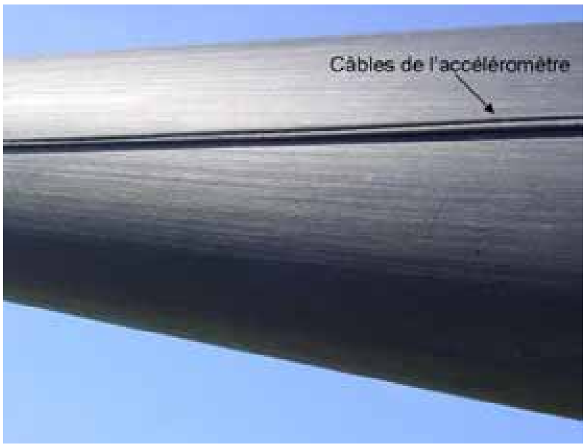
$$R_e = \frac{U_{site}.D_{site}}{\nu} = \frac{U_{soufflerie}.D_{soufflerie}}{\nu} \qquad \text{Équation 147}$$

avec ν la viscosité cinématique de l'air. Ainsi l'utilisation en soufflerie d'un modèle de hauban de diamètre inférieur à celui d'un câble réel nécessiterait d'effectuer les essais à des vitesses de vent supérieures à celles enregistrées sur site. Nous verrons par ailleurs qu'il a été décidé de réaliser les mesures pour une faible intensité de turbulence. Dans ces conditions, le Chapitre 2 (partie 3.4.2.) permet de prévoir que le régime critique se manifestera déjà pour des valeurs du nombre de Reynolds supérieures au cas réel. Pour ces deux raisons le diamètre du modèle de hauban choisi, D = 200 mm, est similaire à celui des haubans longs du Pont de l'Iroise.
Nous verrons que le modèle de hauban utilisé pour les essais mesure environ 4.10 mètres de long. Ainsi dans la soufflerie atmosphérique du CSTB (dont la section est de 8 m²), le coefficient de blocage dans la configuration la plus défavorable (lorsque le hauban est positionné perpendiculairement à l'écoulement) est de l'ordre de 10 %.

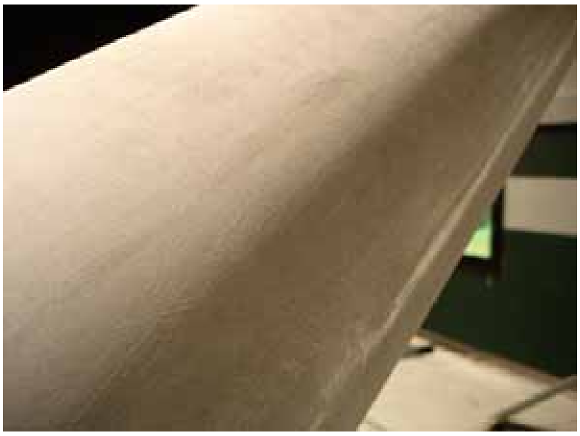
Remarquons ensuite que jusqu'ici la plupart des études ont été réalisées en émettant l'hypothèse que seul l'angle φ (défini sur la Figure 35 du Chapitre 2), entre la direction du vent et l'axe du câble, avait une influence sur l'écoulement. Ainsi, plusieurs campagnes d'essais ont été réalisées sur des cylindres horizontaux [Larose et al. 2005; Zasso et al. 2005] ou au contraire très inclinés [Cheng et al 2003 b], principalement pour des raisons de commodité d'essais. Cependant cette hypothèse n'a pas été vérifiée à notre connaissance. Pour éviter tout biais lié à l'inclinaison du modèle, l'inclinaison de ce dernier a été choisie en accord avec celle des haubans longs du Pont de l'Iroise soumis aux vibrations. L'inclinaison des haubans H3Q22 et H3Q26 étant respectivement de 25.2° et 24.7°, celle choisie pour le modèle en soufflerie est de 25°. Ce choix constitue donc une différence notable par rapport aux essais évoqués dans la bibliographie.

Une autre caractéristique de la maquette ayant une influence sur l'écoulement est sa rugosité de surface. L'un des objectifs de ces essais étant de compléter les connaissances actuelles sur l'aérodynamique des cylindres à section circulaire, il a été décidé de réaliser des essais sur un cylindre lisse. L'utilisation d'une telle maquette, placée dans un écoulement faiblement turbulent, doit en effet permettre de mettre en évidence l'ensemble des mécanismes intervenant autour d'un cylindre incliné et orienté par rapport au vent. Cet objectif, ainsi que des arguments pratiques (facilité d'usinage du matériau) et économiques (matériau peu onéreux permettant éventuellement la préparation de plusieurs maquettes), ont conduit à réaliser les essais en soufflerie sur un tube PVC. De façon à augmenter légèrement la rugosité du modèle et s'assurer de l'homogénéité de son état de surface, le modèle a été passé à la feuille de verre avant les essais.

L'influence d'une plus grande rugosité de la gaine de hauban (ainsi que de l'effet de la pollution sur son état de surface) pourrait être évaluée ultérieurement par comparaison avec les résultats des essais présentés dans ce chapitre. La Figure 113 permet de comparer la surface d'une gaine en polyéthylène de hauban réel (Fig. 113 a) et celle des modèles utilisés pour les essais (Fig. 113 b).



a)

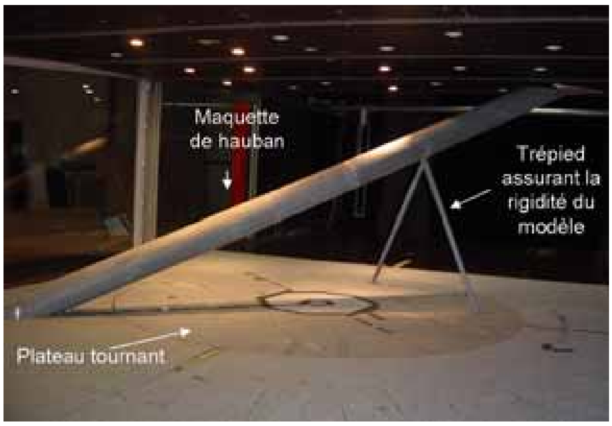


b)

Figure 113. Etat de surface d'un hauban du Pont de l'Iroise (a) et des modèles utilisés en soufflerie (b).

Enfin, pour éviter toute interaction entre l'écoulement et des mouvements parasites du modèle, la maquette est rigidifiée au maximum. Ainsi, en plus des fixations du modèle sur le plancher et le plafond de la soufflerie (Fig. 114 a), un trépied métallique est utilisé pour empêcher tout mouvement de flexion. La Figure 114 b présente le modèle dans la soufflerie atmosphérique du CSTB.

a)



b)

Figure 114. Fixation du modèle sur le plancher (a) et positionnement de la maquette dans la soufflerie atmosphérique du CSTB (b).

1.2. Détermination du type de mesures à réaliser

L'objectif est d'identifier, dans l'écoulement, les spécificités associées aux gammes de directions et de vitesses de vent correspondant aux vibrations observées sur le site du Pont de l'Iroise. Une comparaison entre les actions du vent à l'intérieur et à l'extérieur de ces zones

critiques est donc nécessaire, et passe naturellement par l'évaluation des forces (moyennes et instantanées) exercées par le vent sur le hauban.
Néanmoins, l'étude porte plus particulièrement sur les caractéristiques de l'écoulement dans le régime critique, dans lequel la manifestation de phénomènes très localisés (formation de bulles laminaires, migration des points de décollement) sur la circonférence du cylindre a été mentionnée dans le Chapitre 2 de ce mémoire. La description fine des mécanismes à l'origine de la mise en vibration des haubans dans ce régime d'écoulement nécessite donc, en plus de l'évaluation des forces exercées par le vent, une caractérisation de l'écoulement sur la circonférence du câble.
Il a donc été choisi, pour cette campagne d'essais en soufflerie, d'effectuer des mesures de pression à la surface de la maquette de hauban. Les efforts sont ensuite déduits par intégration des pressions sur la circonférence du modèle, suivant une méthode décrite dans la suite de ce chapitre.
Pour réaliser ces mesures, le cylindre est équipé de deux couronnes de 30 prises de pression, espacées régulièrement de 12° (Figure 115). Ces prises de pression sont reliées à des capteurs PSI à 32 voies (un capteur par couronne).

Figure 115. Prises de pression sur la circonférence de la maquette de hauban.

De façon à réaliser les mesures en dehors des zones d'influence des parois de la soufflerie, les couronnes sont disposées dans la partie centrale du modèle, en milieu de veine d'essais (Fig. 116).

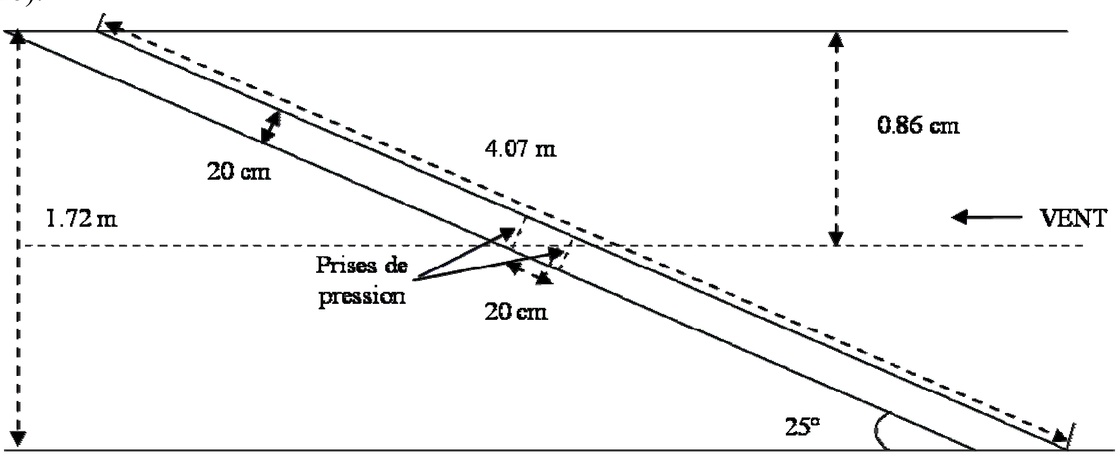


Figure 116. Schéma du dispositif expérimental.

L'utilisation de deux couronnes faiblement espacées de 20 cm doit permettre, en plus de s'assurer de la validité des mesures, de détecter d'éventuels phénomènes de propagation de l'écoulement le long du hauban.

La fréquence d'acquisition est de 200Hz. Elle permet de déceler l'ensemble des caractéristiques de l'écoulement autour du hauban, et en particulier le détachement tourbillonnaire (dont la fréquence est de l'ordre de 25 Hz pour une vitesse de vent de 25 m/s et un hauban de diamètre 20 cm, selon l'équation 133 du Chapitre 2). Les acquisitions sont effectuées sur une durée de deux minutes, permettant de mettre en évidence d'éventuels phénomènes instationnaires, tout en garantissant une taille raisonnable des fichiers d'acquisition.

1.3. Modélisation de la turbulence

Afin de mettre en évidence l'ensemble des propriétés de l'écoulement autour d'un cylindre incliné et orienté par rapport au vent dans le régime critique, il a été décidé de réaliser les essais avec la plus faible intensité de turbulence possible. La disposition de plaques lisses dans la soufflerie atmosphérique en amont du modèle permet d'obtenir une intensité de turbulence I_u très faible, de l'ordre de 0.75 %. Cette valeur a été obtenue par mesures au fil chaud à l'emplacement des couronnes de pression (avant le positionnement de la maquette dans la veine d'essais) pour l'ensemble des vitesses de vent à tester.

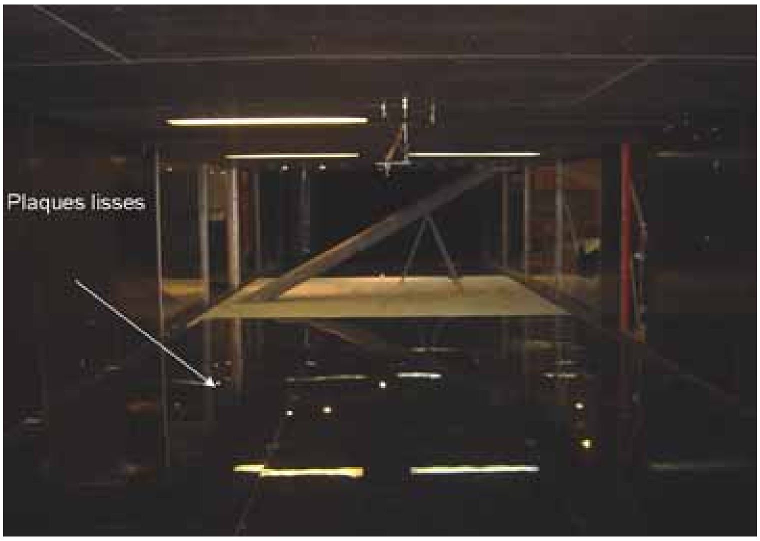


Figure 117. Dispositif , à l'amont du modèle, pour diminuer l'intensité de la turbulence dans la soufflerie atmosphérique.

L'influence de l'intensité de turbulence sur les propriétés de l'écoulement autour du hauban mises en évidence au cours de ce chapitre devrait, tout comme celle de la rugosité du modèle, faire l'objet d'essais complémentaires.

1.4. Récapitulatif des essais réalisés

L'identification des spécificités de l'écoulement dans les conditions de vent associées aux vibrations observées sur site est l'objectif de ces essais en soufflerie. Les vibrations ayant été observées au voisinage du régime critique, il s'agit donc d'étudier l'écoulement autour du hauban dans ce régime, à la fois dans les gammes de directions de vent « critiques » et en dehors.

Les paramètres variables au cours de ces essais de mesure de pression sont donc :
- le nombre de Reynolds,
- la direction du vent, dont la valeur est modifiée par rotation de la maquette dans la soufflerie (utilisation du plateau tournant présenté sur la Fig. 114 b).

Rappelons que les vibrations mises en évidence sur le Pont de l'Iroise, évoquées au Chapitre 4 de ce mémoire, interviennent pour des valeurs de l'orientation β du hauban par rapport au vent comprises entre 0 et 40° environ. Par ailleurs, le phénomène observé sur site se manifeste indépendamment de la présence de pluie. Ainsi contrairement au phénomène pluie-vent, dont l'origine est liée à la formation et à l'oscillation d'un filet d'eau sur la partie supérieure du câble pour des valeurs positives de l'angle β (lorsque le vent souffle « sous » le hauban), le galop des câbles inclinés secs est supposé indépendant du signe de β. Miyata et al [1994] ont d'ailleurs mis en évidence des cas de vibration en l'absence de pluie pour des valeurs négatives de β. Pour éviter une perturbation de l'écoulement par le trépied utilisé pour assurer la rigidité de la maquette (Fig. 114 b), les mesures de pression sont donc effectuées pour des valeurs négatives de β. En soufflerie, le vent souffle donc « derrière » le hauban.

Dans ces conditions, deux campagnes d'essais sont réalisées pour caractériser le comportement du hauban dans le régime critique. La première a pour objectif d'étudier l'évolution des propriétés de l'écoulement dans le régime critique en fonction de β en dehors et à proximité de la gamme de directions correspondant aux vibrations observées sur site. La seconde campagne de mesures doit quant à elle permettre d'identifier, par comparaison, les spécificités de l'écoulement dans la gamme de valeurs de β identifiée comme critique sur le site du Pont de l'Iroise.

Les Tableaux 13 et 14 récapitulent les essais réalisés au cours des deux campagnes.

β testés (°)	**Vitesses testées (m/s)**
67, 65, 63, 61, 59, 57, 55	12, 13, 14, 15, 16, 16.5, 17, 17.5, 18, 18.5, 19, 19.5, 20, 22, 24
52	13, 14, 14.5, 15, 16, 16.5, 17, 17.5, 18, 18.5, 19, 19.5, 20, 22, 24, 26
50	15, 16, 16.5, 17, 17.5, 18, 18.5, 19, 19.5, 20, 21, 22.5, 24, 26
48	14, 15, 16, 16.5, 17, 17.5, 18, 18.5, 19, 19.5, 20, 21, 22, 23, 24, 26
45	16, 18, 19, 19.5, 20, 20.5, 21, 21.5, 22, 22.5, 23, 23.5, 24, 25, 26
42	14, 15, 16, 16.5, 17, 17.5, 18, 18.5, 19, 19.5, 20, 21, 22, 23, 24, 26
40	14, 15, 16, 16.5, 17, 17.5, 18, 18.5, 19, 19.5, 20, 21, 22, 23, 24, 26
38 et 35	17, 17.5, 18, 18.5, 19, 19.5, 20, 21, 22, 23, 24, 26
33	14, 15, 16, 16.5, 17, 17.5, 18, 18.5, 19, 19.5, 20, 21, 22, 23, 24, 26

Tableau 13. Tableau récapitulatif des essais réalisés durant la 1ère campagne.

β testés (°)	**Vitesses testées (m/s)**
33.5	12, 14, 15, 16, 16.5, 17, 17.5, 18, 18.5, 19, 19.5, 20, 21, 22, 23, 24, 26
30	12, 14, 15, 16, 16.5, 17, 17.5, 18, 18.5, 19, 19.5, 20, 21, 22, 22.5, 23, 23.5, 24, 25, 26
27.5, 25 et 22.5	16, 17, 18, 18.5, 19, 19.5, 20, 20.5, 21, 21.5, 22, 22.5, 23, 23.5, 24, 25, 26
20	16, 17, 17.5, 18, 18.5, 19, 19.5, 20, 20.5, 21, 21.5, 22, 22.5, 23, 23.5, 24, 25, 26
17.5	16, 17, 17.5, 18, 18.5, 19, 19.5, 20, 20.5, 21, 21.5, 22, 22.5, 23, 23.25, 23.5, 24, 25, 26
12.5	16, 17, 18, 18.5, 19, 19.25, 19.5, 20, 20.5, 21, 21.5, 22, 22.5, 23, 23.5, 24, 24.5, 25, 26
7.5	18, 19, 19.5, 20, 20.5, 21, 21.5, 22, 22.5, 23, 23.5, 24, 25, 26
2.5	20, 21, 21.5, 22, 22.5, 23, 23.5, 24, 25, 26

Tableau 14. Tableau récapitulatif des essais réalisés durant la $2^{ème}$ campagne.

Lors des essais, la vitesse du vent est déduite des mesures de la pression dynamique effectuées par un tube de pitot fixé au plafond de la soufflerie, à l'amont de la maquette (Fig. 118 a). La simulation en soufflerie des vitesses de vent mentionnées dans les Tableaux 13 et 14 au niveau des couronnes de pression nécessite donc, avant l'installation de la maquette dans la veine d'essais, un recalage entre les pressions dynamiques mesurées au niveau du plafond et au niveau des couronnes de pression, à 78 et 86 cm du sol (Fig. 118 b).

a)

b)

Figure 118. Tube de pitot au plafond de la soufflerie pour la mesure de la pression dynamique lors des essais (a) et tube de pitot mobile pour le recalage en pressions (b).

Le protocole expérimental ainsi que les moyens d'essais ont été introduits dans les paragraphes précédents. Les parties suivantes présentent les différents résultats obtenus.

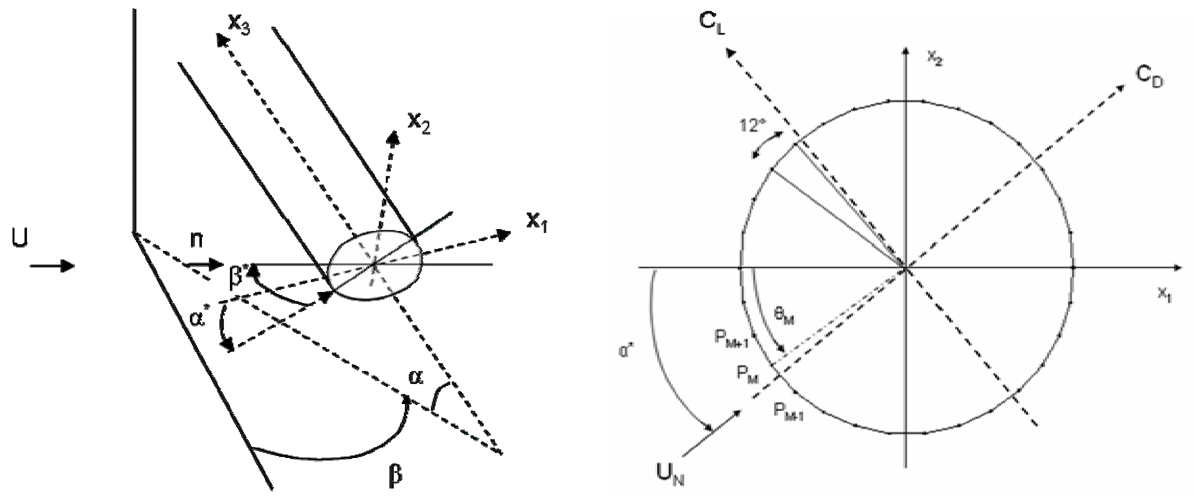
Nous avons vu au Chapitre 4 que les vibrations des haubans du Pont de l'Iroise intervenaient dans une gamme restreinte de directions de vent ($0 < \beta < 40°$). La première étape de cette étude du régime critique des câbles inclinés et orientés par rapport au vent est donc consacrée à l'influence de l'orientation du modèle de hauban par rapport à l'écoulement.

2. Analyse de l'influence de la direction du vent sur le régime critique d'un câble incliné

Le Chapitre 2 a mis en évidence que le régime critique, caractéristique de l'écoulement autour des cylindres à section circulaire, se manifestait par une diminution importante du coefficient de traînée C_D. Il est également apparu que ce régime d'écoulement dépendait en particulier de la rugosité du cylindre, de l'intensité de la turbulence et de l'orientation du câble par rapport à l'écoulement (partie 3.4. du Chapitre 2), bien que l'analyse de l'influence de ce dernier paramètre reste à approfondir dans le cas des cylindres inclinés.
La faible rugosité de surface de la maquette choisie pour ces essais, ainsi que la faible intensité de turbulence souhaitée pour l'étude en laboratoire de l'écoulement autour du hauban, sont responsables d'un décalage du régime critique vers des valeurs supérieures du nombre de Reynolds par rapport au cas réel. L'étude du régime critique en soufflerie nécessite donc dans un premier temps de localiser la gamme de valeurs de R_e correspondant à la diminution du coefficient de traînée pour chaque direction testée. La comparaison du comportement de C_D pour les différentes orientations du hauban doit alors permettre une première caractérisation du régime critique des cylindres inclinés et orientés par rapport au vent.

2.1. Présentation de la méthode de localisation du régime critique

Les essais sont réalisés de la façon suivante. Les mesures de pression et le calcul du coefficient de traînée C_D sont effectués pour quelques vitesses de vent, puis une fois la chute de traînée localisée, des essais complémentaires à des vitesses différentes sont menés pour obtenir une caractérisation plus fine de l'évolution des coefficients aérodynamiques en fonction du nombre de Reynolds dans le régime critique.
La méthode consiste à évaluer le coefficient de traînée moyen pour chacun des essais. Ce calcul repose tout d'abord sur l'évaluation de la pression moyenne au niveau de chaque prise de pression (sur chacune des couronnes). Il s'agit ensuite de projeter chacune de ces pressions dans la direction de la composante U_N de la vitesse du vent dans le plan de la couronne. La Figure 119 défini les angles utilisés pour le calcul des coefficients aérodynamiques.



a) b)

Figure 119. Définition des angles de référence.

La position du point d'arrêt (point de la circonférence du hauban de pression maximum) est approximée par la formule :

$$\alpha^* = \theta_M - 12.\frac{p_{M+1} - p_{M-1}}{p_{M-1} + p_M + p_{M+1}} \qquad \text{Équation 148}$$

avec M l'indice correspondant à la la prise de pression sur laquelle est enregistrée la pression moyenne maximale et p_j la pression mesurée au niveau de la $j^{ème}$ prise de pression de la couronne considérée. Le coefficient de traînée est alors obtenu par la formule :

$$C_D(U) = \frac{\sum_{i=1}^{30} p_i.\cos(\alpha^* - \theta_i)}{1/2.\rho.D.U^2} \qquad \text{Équation 149}$$

avec U la vitesse moyenne du vent incident au niveau de la couronne considérée, ρ la densité de l'air et D la diamètre du modèle de hauban. L'évolution dans le régime critique des coefficients de traînée ainsi obtenus en fonction de β est présentée dans le paragraphe suivant.

2.2. Etude de l'influence de l'orientation du hauban sur la chute de traînée

Nous l'avons vu, le premier objectif de cette étude du coefficient de traînée est d'identifier la gamme de valeurs du nombre de Reynolds correspondant au régime critique pour chaque direction de vent testée (c'est à dire pour chaque valeur de l'angle β défini sur la Figure 118 a). L'analyse de l'évolution du comportement de C_D dans le régime critique en fonction de β permet alors une première caractérisation des spécificités de l'écoulement autour d'un câble incliné et orienté par rapport au vent.

Il s'agit tout d'abord d'évaluer l'influence de la direction de l'écoulement sur la gamme de valeurs de R_e correspondant au régime critique. La Figure 120 met en évidence un glissement de la chute de traînée vers des nombres de Reynolds plus faibles lorsque nous nous écartons du cas classiquement étudié d'un vent soufflant perpendiculairement au cylindre (β = 0°). Ainsi il apparaît que pour β = -12.5° la chute de traînée débute pour $R_e = 2.8\times10^5$, tandis qu'elle est déjà achevée pour $R_e = 2.4\times10^5$ pour β = -67°. Ce résultat est similaire à celui signalé par Bursnall & Loftin [1951] dans le cas d'un cylindre horizontal (α =0°) et orienté par rapport à l'écoulement, et confirmé par Sondergaard [1992] pour un cylindre incliné (toutefois seulement 4 valeurs de β avaient alors été testées pour une inclinaison du cylindre de 25 ° : β = -90°, β = -80°, β = -60° et β = -30°).

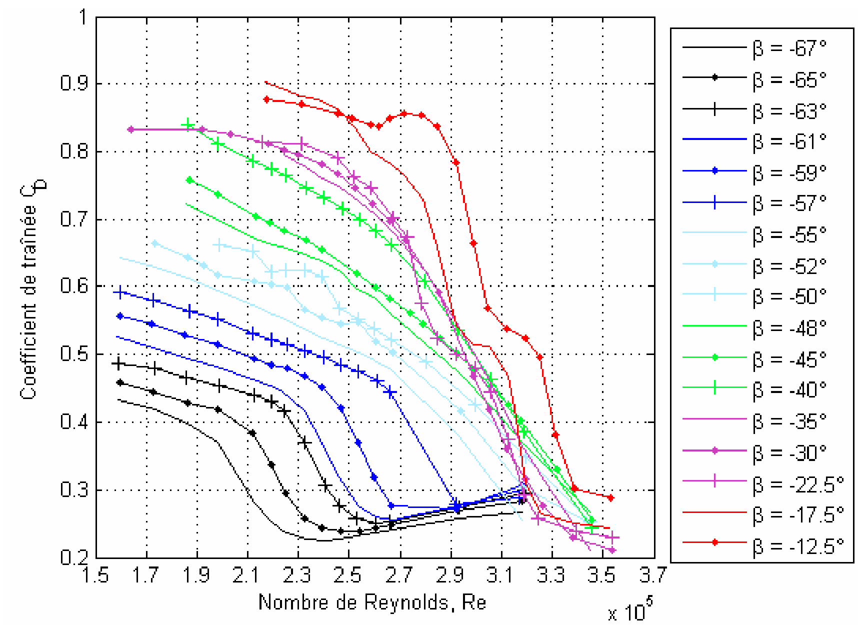


Figure 120. Evolution du coefficient de traînée (sur la couronne haute) en fonction du nombre de Reynolds dans le régime critique pour différentes directions de vent.

La Figure 120 indique également que la valeur de C_D dans le régime subcritique (avant la chute de traînée) tend à être plus faible lorsque β diminue. Par ailleurs, les études relatives à l'écoulement autour de cylindres orientés par rapport au vent (β ≠ 0) ont montré que les caractéristiques des couches limites laminaires perpendiculairement à l'axe du cylindre pouvaient être considérées indépendantes de la composante axiale de la vitesse [Jones 1947; Sears 1948; Wild 1949]. L'ESDU [1980] suggère ainsi que dans ce régime d'écoulement, le coefficient de traînée ne dépend que de la composante de la vitesse dans l'axe du cylindre (Fig. 121).

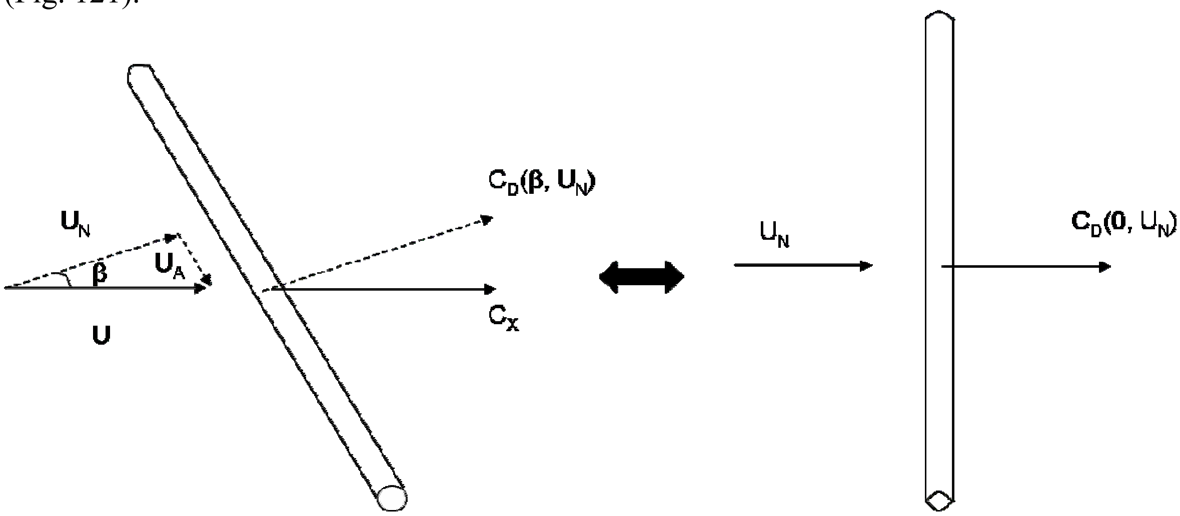


Figure 121. Indépendance du coefficient de traînée vis-à-vis de l'orientation du cylindre dans le régime subcritique.

Ce résultat se traduit dans le régime subcritique par la relation :

$$C_D(\beta, U_N) = C_D(0, U_N) \qquad \text{Équation 150}$$

Il s'agit alors de vérifier ce résultat dans notre cas, pour un cylindre incliné et orienté par rapport à l'écoulement. Dans cette configuration, la Figure 119 a montre que l'angle β dans l'équation 150 doit être remplacé par l'angle β^*. Selon Carassale et al. [2005 a-b], cet angle est relié à l'inclinaison α et à l'orientation β du hauban par l'équation :

$$\sin(\beta^*) = \cos(\alpha).\sin(\beta) \qquad \text{Équation 151}$$

Dans l'hypothèse où le coefficient $C_D(\beta^*, U_N)$ n'est pas influencé par l'écoulement axial le long du hauban, le coefficient de traînée équivalent $C_D(0, U_N)$ du cylindre placé perpendiculairement à l'écoulement devrait donc vérifier la formule :

$$C_D(0,U_N) = C_D(\beta^*,U_N) = C_D(\beta^*,U.\cos(\beta^*)) = \frac{C_D(\beta^*,U)}{\cos^2(\beta^*)} \qquad \text{Équation 152}$$

La Figure 122 présente l'évolution du paramètre $\frac{C_D(\beta^*,U)}{\cos^2(\beta^*)}$ en fonction du nombre de Reynolds normal, défini par la relation :

$$R_{eN} = \frac{U_N D}{\nu} \qquad \text{Équation 153}$$

Il apparaît que les différences de traînée constatées sur la Figure 120 dans le régime subcritique (avant la diminution de C_D) s'atténuent significativement lorsque nous comparons le coefficient de traînée équivalent au cas du hauban perpendiculaire à l'écoulement pour des valeurs de β inférieures à -52° (c'est-à-dire dans notre cas des valeurs de β^* inférieures à -45°). Pour cette gamme de directions, nous constatons donc dans le régime subcritique que l'évolution du coefficient de traînée en fonction de β semble bien ne dépendre que des variations de la composante U_N de la vitesse du vent. Notons cependant que la valeur du coefficient $\frac{C_D(\beta^*,U)}{\cos^2(\beta^*)}$ obtenue dans le régime subcritique par l'équation 152 est supérieure à la valeur de 1.2 mesurée classiquement sur un cylindre disposé perpendiculairement à l'écoulement. Bursnall & Loftin [1951] témoignent d'un résultat similaire sur un cylindre horizontal et orienté d'un angle $\beta^* = 60°$ par rapport à l'écoulement. Les auteurs avancent que bien que les couches laminaires soient indépendantes de l'écoulement axial dans ce régime (conformément aux études de Jones [1947], Sears [1948] et Wild [1949]), ce résultat peut s'expliquer par l'influence sur le sillage turbulent de cette composante de l'écoulement le long du hauban. Les valeurs importantes du rapport $\frac{C_D(\beta^*,U)}{\cos^2(\beta^*)}$ constatées sur la Figure 122 pour des valeurs de β inférieures à -52° s'expliqueraient donc par la composante axiale de la vitesse, particulièrement significative pour des valeurs élevées de $|\beta^*|$ (la composante axiale de la vitesse vérifie en effet : $U_A = U.\sin(|\beta^*|)$).

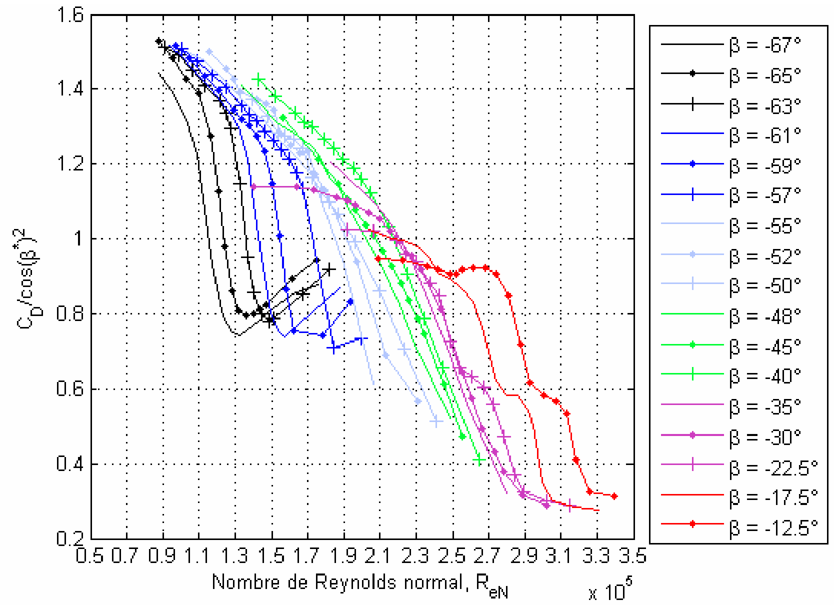


Figure 122. Evolution du coefficient de traînée équivalent $C_D(0, U_N)$ (sur la couronne haute) en fonction du nombre de Reynolds normal dans le régime critique pour différentes directions de vent.

Pour des valeurs de β supérieures à -52°, le Figure 122 met en évidence une diminution significative du coefficient $\frac{C_D(\beta^*,U)}{\cos^2(\beta^*)}$ dans le régime subcritique, qui témoigne une nouvelle fois de l'influence de l'écoulement axial. Ce résultat confirme et précise une tendance observable sur les quelques mesures réalisées par Bursnall & Loftin [1951] sur un cylindre horizontal. Comme pour le cas où β est inférieur à -52°, l'écoulement axial semble à l'origine d'une augmentation de la traînée d'autant plus importante que la composante axiale U_A de la vitesse est grande.

Notons enfin que pour des valeurs de β supérieures à -30°, le coefficient $\frac{C_D(\beta^*,U)}{\cos^2(\beta^*)}$ dans le régime subcritique est plus faible que le coefficient de traînée classiquement mesuré sur un cylindre placé perpendiculairement à l'écoulement. Autrement dit, pour -30° < β < 0°, la composante axiale de l'écoulement semble engendrer une diminution de la traînée. Ce résultat est également apparent sur un cylindre horizontal d'après Bursnall & Loftin [1951], mais de façon moins marquée (dans ce cas C_D reste supérieur à 1). L'analyse des distributions de pression autour du hauban permettra dans les parties suivantes d'approfondir l'interprétation des résultats précédents.

Les paragraphes précédents ont donc mis en évidence que la force de traînée sur un cylindre incliné et orienté par rapport au vent ne peut être considérée totalement indépendante de la composante axiale de l'écoulement dans le régime subcritique. Néanmoins il apparaît que le caractère tridimensionnel de l'écoulement est encore bien plus marqué dans le régime critique.

Ce résultat se manifeste tout d'abord sur la Figure 122 par la dépendance vis-à-vis de β du nombre de Reynolds critique R_{eNcrit} pour lequel apparaît la chute de traînée. En effet, comme le signalent Bursnall & Loftin [1951], Sondergaard [1992] et Larose & Zan [2001], la valeur de R_{eNcrit} diminue lorsque |β| augmente. Le caractère tridimensionnel de l'écoulement autour d'un hauban incliné et orienté par rapport au vent a donc tendance à décaler le régime critique pour des valeurs plus faibles du nombre de Reynolds.

La Figure 122 semble également mettre en évidence une augmentation significative du coefficient de traînée dans le régime supercritique lorsque β diminue, bien que pour certaines directions testées ce régime ne semble pas tout à fait atteint pour les vitesses étudiées.
Ces deux résultats montrent finalement que l'orientation par rapport au vent d'un cylindre incliné a un effet similaire à celui de la rugosité (décalage du régime critique vers des valeurs inférieures du nombre de Reynolds et augmentation du coefficient de traînée en fin de régime critique et en début de supercritique), à ceci près que les changements d'orientations du cylindre s'accompagnent également d'une modification du coefficient de traînée dans le régime subcritique.

Enfin, l'analyse des Figures 121 et 122 montre que le comportement du coefficient de traînée dans le régime critique peut être caractérisé suivant trois gammes de directions de vent :

- pour des valeurs de β inférieures à -57, -55° (c'est à dire des valeurs de $|\beta^*|$ supérieures à 45°) : le régime critique se manifeste par une brusque diminution du coefficient de traînée,
- pour des valeurs de β comprises entre -55 et -35° environ (soit pour $30° < |\beta^*| < 45°$), la chute de traînée est plus progressive et il est alors impossible de définir un nombre de Reynolds critique pour laquelle débute la diminution de C_D,
- enfin pour β compris entre -35 et 0° ($0° < |\beta^*| < 30°$), la chute de traînée est à nouveau plus marquée et se traduit par deux brusques diminutions successives de C_D. Les résultats de Schewe [1983] et Zdravkovitch [1997] introduits au Chapitre 2 montrent que nous nous rapprochons alors du cas d'un cylindre perpendiculaire à l'écoulement.

L'un des objectifs de ce chapitre est de comprendre comment se manifeste la double transition intervenant dans l'écoulement autour du hauban dans la 3ème gamme de directions, qui correspond aux cas de vibrations observés sur le Pont de l'Iroise. Il s'agit également d'évaluer l'influence de l'inclinaison et de l'orientation du hauban par rapport au cas d'un cylindre placé perpendiculairement à l'écoulement.

Cette première caractérisation du régime critique autour d'un hauban incliné et orienté par rapport au vent a permis, pour chaque orientation testée, de localiser la chute de traînée en fonction du nombre de Reynolds. L'analyse montre que l'écoulement autour d'un cylindre incliné et orienté par rapport au vent présente un caractère tridimensionnel. Contrairement aux résultats présents dans la littérature, il semble alors que la composante de l'écoulement dans l'axe du câble ait une influence sur le coefficient de traînée dès le régime subcritique, en particulier pour des valeurs de $|\beta^*|$ inférieures à 45°. Cette composante axiale influe de façon encore plus significative sur le régime critique. L'analyse montre ainsi que l'écoulement autour du hauban semble d'ores et déjà différent à l'extérieur et à l'intérieur de la gamme de directions correspondant aux vibrations de haubans observées sur site. Pour identifier les mécanismes spécifiques intervenant pour les orientations du hauban associées aux vibrations, il s'agit donc désormais de caractériser plus finement l'écoulement dans le régime critique (évaluation des coefficients de traînée et de portance moyens et instantanés, représentation des distributions de pression sur la circonférence du hauban) dans 3 zones différentes :

- à l'extérieur de la gamme identifiée comme « critique » sur le site du Pont de l'Iroise,
- à proximité de cette gamme : il s'agit alors d'étudier les transitions intervenant dans l'écoulement,
- à l'intérieur de la zone critique.

De façon à obtenir des éléments de comparaison pour l'identification des spécificités de l'écoulement dans la gamme de directions critique, les paragraphes suivants présentent tout d'abord les résultats obtenus en dehors de cette zone.

3. Caractérisation de l'écoulement autour du hauban dans le régime critique en dehors de la gamme de directions associée aux vibrations observées sur site

3.1. Etude de l'évolution des coefficients aérodynamiques en fonction du nombre de Reynolds

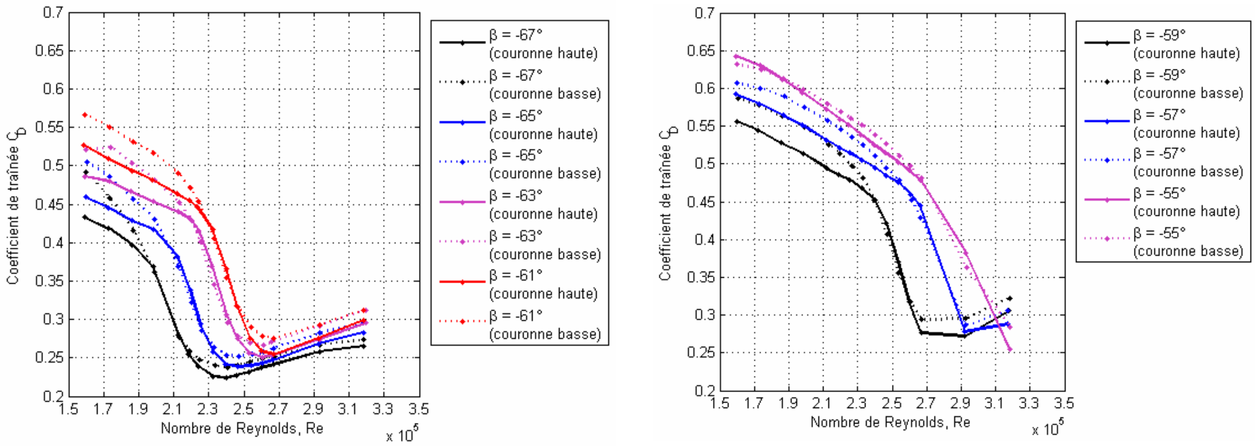
La caractérisation de l'écoulement dans chacune des trois gammes de directions passe tout d'abord par l'analyse comparée de l'évolution des coefficients de traînée C_D et de portance C_L moyens en fonction du nombre de Reynolds sur les deux couronnes de pression. L'objectif est en particulier de déterminer si les mécanismes intervenant dans l'écoulement sont uniformes le long du hauban.

Nous avons vu dans le paragraphe précédent comment la chute de traînée caractéristique du régime critique était modifiée par le caractère tridimensionnel de l'écoulement autour du hauban incliné et orienté par rapport au vent. Il s'agit ici de comparer le comportement du coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds sur les deux couronnes.

Dans la gamme de directions étudiée dans ce paragraphe, pour $\beta < -55°$, la Figure 123 montre alors que le coefficient C_D est systématiquement supérieur sur la couronne basse en début de régime critique et que cet écart tend à s'atténuer lorsque β augmente. En début de régime critique, lors de la diminution de traînée, cet écart diminue, pour réapparaître de façon moins marquée en début de régime supercritique.

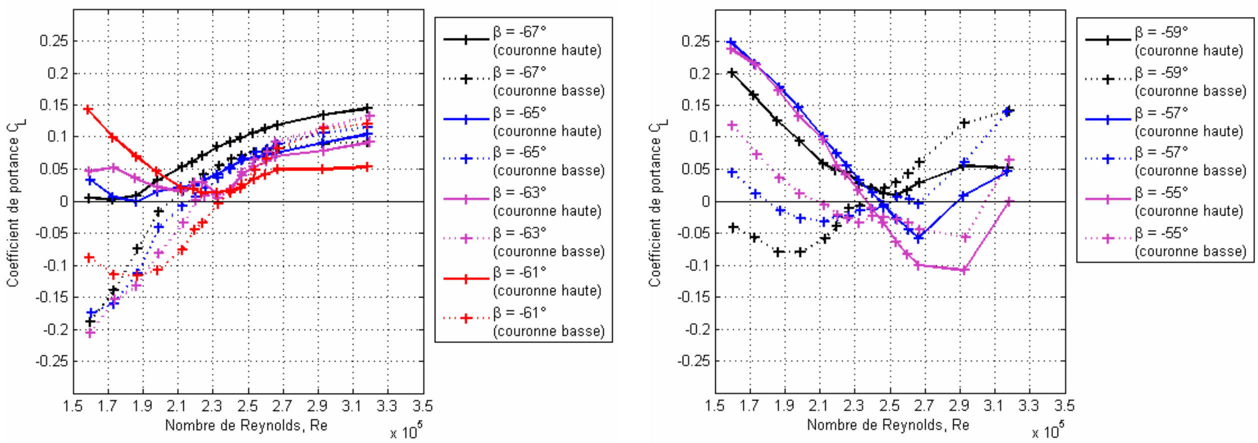
De même, nous constatons sur la Figure 124 une grande dispersion des mesures du coefficient de portance pour $R_e < 2.3\times10^5$. Ainsi pour $\beta = -67°$ et $R_e = 1.6\times10^5$, le coefficient de portance est quasiment nul sur la couronne haute, tandis qu'il présente une valeur négative non négligeable sur la couronne basse (Fig. 125 a). Pour la même valeur de $R_e = 1.6\times10^5$, le coefficient de portance augmente progressivement avec l'orientation β sur les deux couronnes, pour atteindre des valeurs positives non négligeables pour $\beta = -55°$ (Fig. 125 b). La différence entre les deux couronnes s'atténue ensuite pour des valeurs plus importantes du nombre de Reynolds. Les coefficients aérodynamiques mesurés sur les deux couronnes suivent alors la même tendance.

Pour $R_e > 2.5\times10^5$, notons par ailleurs que le coefficient de portance au niveau de la couronne haute pour β = -57° et des deux couronnes pour β = -55° commence à prendre des valeurs négatives. Nous verrons dans les parties suivantes que cette tendance se confirmera en s'accentuant dans les autres gammes de directions de vent (pour des valeurs supérieures de β).



a) b)

Figure 123. Comparaison de l'évolution du coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds sur les deux couronnes de pression en dehors de la gamme de directions critiques.



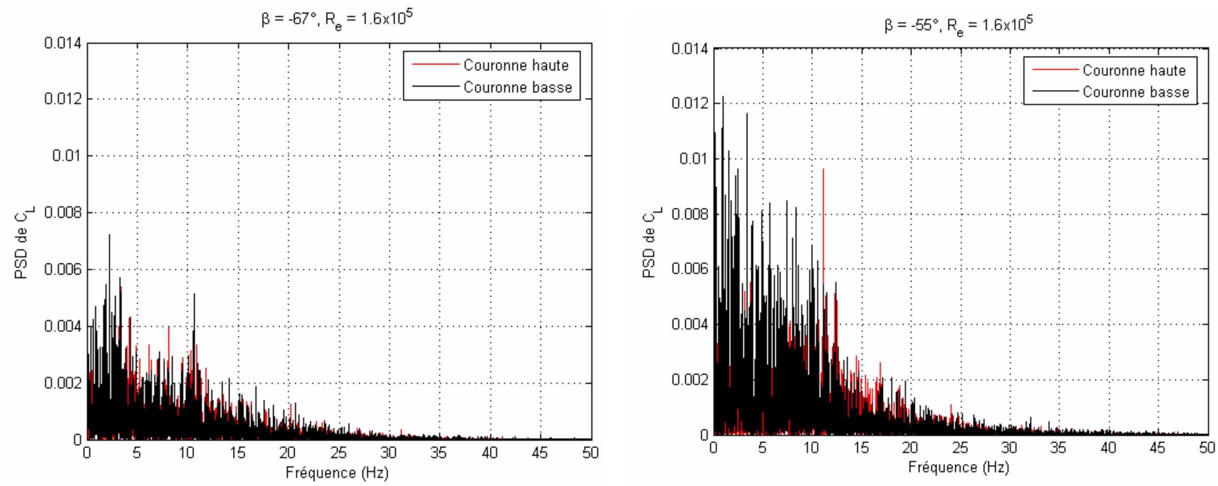
a) b)

Figure 124. Comparaison de l'évolution du coefficient de portance en fonction du nombre de Reynolds sur les deux couronnes de pression en dehors de la gamme de directions critiques.

L'origine des différences observées au niveau des deux couronnes en début de régime critique (pour $R_e = 1.6\times10^5$) n'est pas clairement identifiée. Signalons néanmoins que les résultats présentés ne semblent pas pouvoir être attribués à un effet de blocage. Pour les valeurs de β considérées, le coefficient de blocage est en effet de l'ordre de 8 %.

Notons également que les valeurs des coefficients aérodynamiques obtenues en début de régime critique, malgré leur dispersion au niveau des deux couronnes, suivent une même tendance en fonction de l'orientation du hauban. La composante axiale de la vitesse du vent, qui, nous l'avons vu dans le paragraphe précédent, est particulièrement importante pour les orientations du hauban considérées ici, est peut-être à l'origine des différences constatées au niveau des deux couronnes (il se peut par exemple qu'un écoulement axial se développe en spirale le long du hauban et affecte ainsi différemment la distribution de pression au niveau des deux couronnes). Une analyse plus fine de ces caractéristiques serait nécessaire (par l'utilisation de couronnes de pression supplémentaires ou par visualisation grâce à un procédé PIV). L'étude de ces propriétés de l'écoulement, qui se manifestent dans des gammes de directions différentes de celles correspondant aux vibrations de haubans observées sur site, n'a cependant pas été approfondie au cours de ce doctorat.

Toutefois, de façon à pouvoir comparer les phénomènes intervenant dans les autres gammes de directions (présentés dans les paragraphes suivant de ce chapitre) avec ceux associés aux valeurs importantes de |β|, une analyse spectrale des coefficients aérodynamiques a été réalisée. Il s'agissait en particulier d'identifier tout phénomène périodique (détachement tourbillonnaire bidimensionnel et tridimensionnel) pouvant engendrer la mise en vibration d'un hauban dans les conditions de vent considérées dans cette partie. Le calcul des densités spectrales ne révèle cependant aucun phénomène de ce type. En particulier, aucun détachement tourbillonnaire bien défini n'apparaît dans la gamme de directions et de vitesses de vent considérée ici, comme le montre la Figure 126.



a) b)

Figure 125. Densité spectrale de puissance du coefficient de portance en début de régime critique pour β = -67° (a) et β = -55° (b).

Afin de compléter l'analyse du comportement des coefficients aérodynamiques dans le régime critique pour cette première gamme de directions de vent, le paragraphe suivant présente l'évolution des distributions de pression moyennes autour du hauban. Il s'agit en particulier de comprendre comment se traduisent sur le champ de pression les coefficients de portance signalés dans le régime subcritique (pour toutes les valeurs de β) et dans le régime critique (pour β = -55°).

3.2. Etude des distributions de pression

Ce paragraphe est destiné à fournir un élément de comparaison pour l'interprétation des champs de pression mesurés autour du hauban pour des valeurs supérieures de β. Il s'agit en particulier d'identifier les dissymétries dans les distributions de pression, à l'origine de l'apparition des coefficients de portance.

La Figure 127 présente le cas $\beta = -67°$. (Notons que sur les graphiques de distribution de pression présentés dans ce mémoire, les pressions positives sont représentées à l'intérieur et les pressions négatives à l'extérieur du cercle figurant la section de hauban.) Dans cette configuration, nous voyons que la transition entre le régime subcritique et le régime critique ne passe pas par un état intermédiaire associé à une distribution de pression dissymétrique autour du hauban. En effet, le changement de régime se traduit par une diminution des pressions négatives dans le sillage et par l'apparition simultanée de deux lobes de pression négative de part et d'autre du hauban (pour $R_e = 2.13\times10^5$ et $R_e = 2.40\times10^5$).
En revanche pour $\beta = -55°$, la Figure 128 montre l'existence d'un état dissymétrique du champ de pression pour $R_e = 2.93\times10^5$ avant la formation des deux lobes de pression négative à la fin du régime critique. Cette dissymétrie, qui explique le coefficient de portance négatif observé sur la Figure 124 b, se manifeste par des pressions négatives plus importantes sur la partie inférieure du hauban. Nous verrons dans les paragraphes suivant que ce phénomène s'accentue pour des valeurs supérieures de β.

Rappelons que Bursnall & Loftin [1951] ont montré que les bulles laminaires, liées à des recollements de couche limite dans le régime critique pour des cylindres placés perpendiculairement à l'écoulement, disparaissent dans le cas d'un cylindre horizontal orienté par rapport au vent pour des valeurs de β^* supérieures à 45°. Dans le cas où $\beta^* = 0°$, l'apparition d'une bulle laminaire d'un côté du hauban (avant un deuxième recollement de l'autre côté pour des valeurs supérieures de R_e) est responsable de l'apparition d'un coefficient de portance dans le régime TrBL1 [Schewe 1983, Zdravkovitch 1997]. L'absence d'état intermédiaire associé à une distribution de pression dissymétrique dans le cas $\beta = -67°$ semble donc confirmer le résultat de Bursnall & Loftin [1951] dans le cas d'un cylindre incliné et orienté par rapport au vent.
Le coefficient de portance négatif observé dans le cas $\beta = -55°$ et $R_e = 2.93\times10^5$ pourrait quant à lui s'expliquer par la manifestation d'un décollement laminaire anticipé sur la partie inférieure du hauban, du fait du caractère elliptique de la section de hauban « vue » par le vent. Ce point sera développé dans les paragraphes suivants de ce chapitre.

Notons enfin la dissymétrie du champ de pression autour du hauban pour $\beta = -55°$ et $R_e = 1.60\times10^5$ (Fig. 128). Dans cette configuration, le hauban est dans le régime subcritique et aucun recollement de couche limite ne peut à priori expliquer l'apparition d'un coefficient de portance. Des études complémentaires seraient nécessaires pour clarifier ce point, mais cette caractéristique peut également être associée au caractère elliptique de la section au vent du câble.

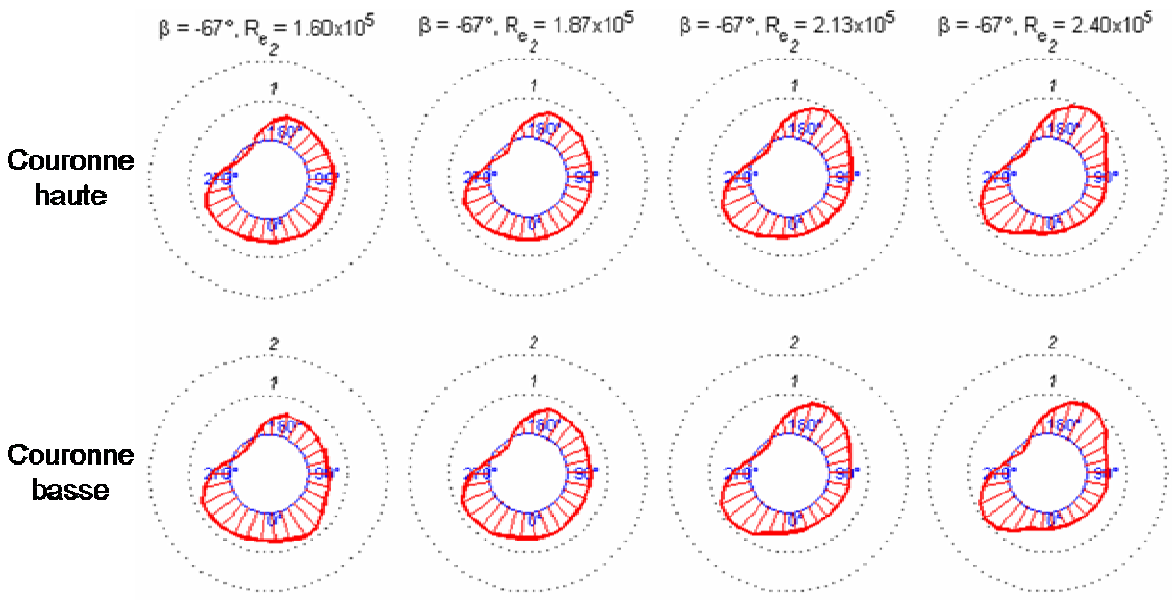


Figure 126. Evolution de la distribution de pression moyenne dans le régime critique pour β = -67°.

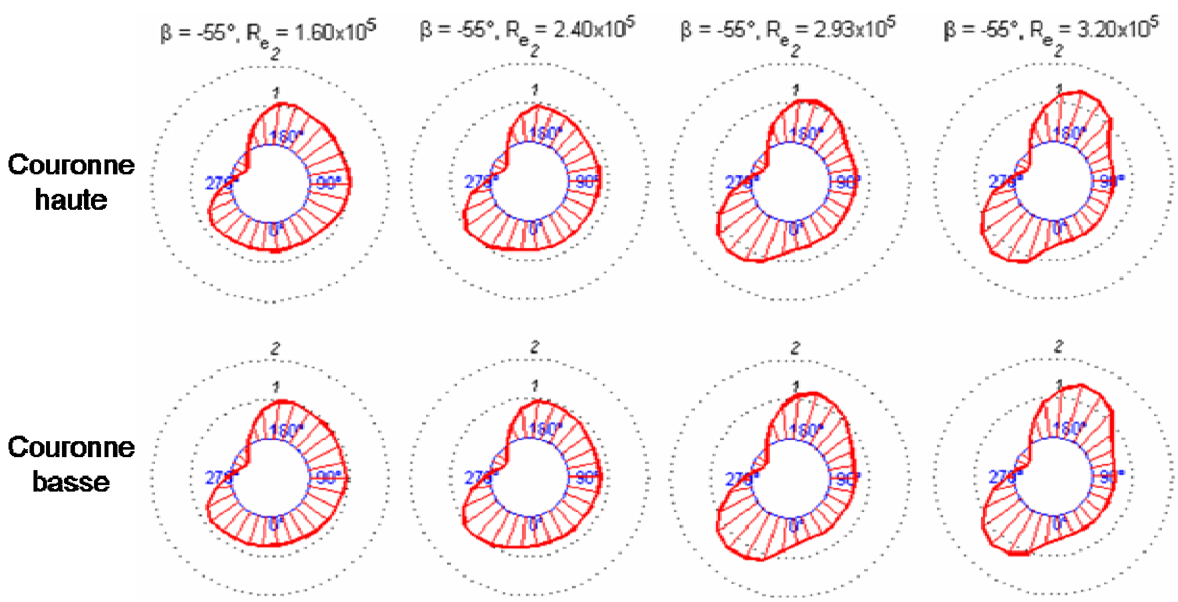


Figure 127. Evolution de la distribution de pression moyenne dans le régime critique pour β = -55°.

Certaines caractéristiques mises en évidence dans cette gamme de directions de vent (en particulier pour β = -55°) apparaissent de façon plus significative pour des valeurs supérieures de β comme nous allons le voir dans les paragraphes suivants. Néanmoins signalons d’ores et déjà que deux paramètres semblent pouvoir expliquer les propriétés de l’écoulement identifiées dans cette première gamme de directions de vent, ainsi que les différences constatées avec le cas classiquement étudié d’un cylindre à section circulaire placé perpendiculairement au vent :

- la composante de l’écoulement dans l’axe du hauban, qui est particulièrement significative pour des valeurs élevées de β,
- le profil elliptique d’un cylindre incliné et orienté par rapport au vent.

Nous allons voir que ces deux éléments interviennent probablement dans les mécanismes décrits dans les paragraphes suivants, pour des orientations du hauban voisines de celles dans lesquelles les vibrations des haubans du Pont de l'Iroise ont été constatées.

4. Analyse de l'écoulement à proximité de la gamme de directions critiques – étude de la transition

4.1. Etude de l'évolution des coefficients aérodynamiques en fonction du nombre de Reynolds

Dans cette partie, il s'agit d'étudier les transitions intervenant dans l'écoulement entre une orientation du hauban correspondant à des valeurs importantes de $|\beta|$ et la gamme d'orientations correspondant aux vibrations des haubans observées sur site.

Nous allons voir que cette zone de transition se caractérise, sur certaines acquisitions, par l'apparition d'un coefficient de portance non négligeable dans le régime critique. Pour vérifier cette particularité par rapport à la gamme de directions présentée dans la partie précédente et valider les résultats, une deuxième série d'essais a été réalisée. Le paragraphe suivant décrit donc les caractéristiques particulières de l'écoulement dans cette zone de transition et compare les résultats obtenus au cours des deux séries d'essais.
La Figure 128 présente les mesures effectuées pour β = -48°, représentatives des résultats obtenus dans la gamme de directions étudiée ici.

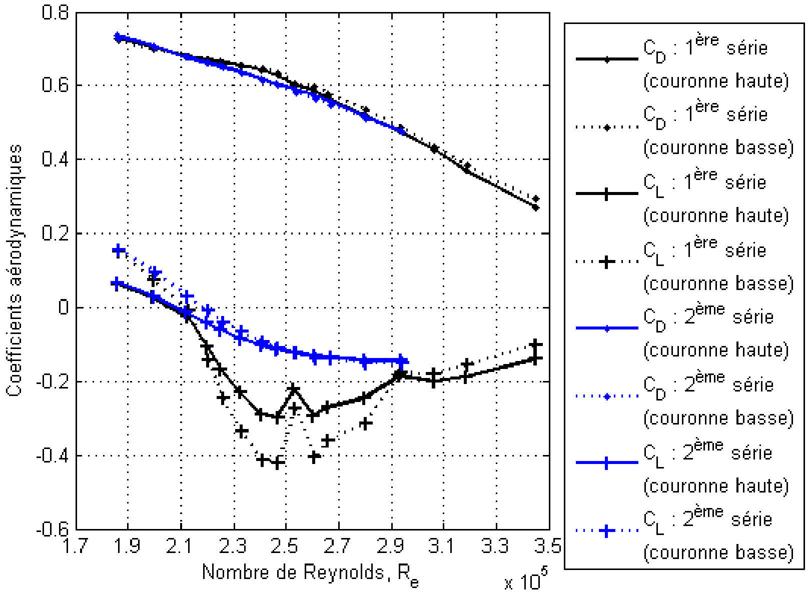
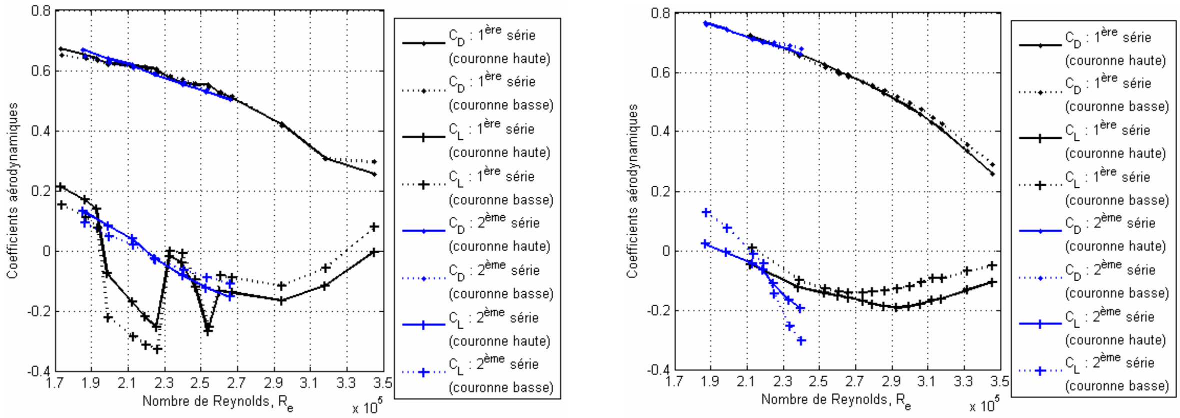


Figure 128. Evolution des coefficients aérodynamiques moyens dans le régime critique pour β = -48°.

Les coefficients de traînée sont similaires sur les deux séries d'essais réalisées (et au niveau des 2 couronnes de pression). De plus, comme nous l'avons signalé dès la partie 2.2. de ce chapitre, la diminution de traînée est très progressive dans cette gamme de directions (nous ne constatons aucune « chute » de C_D à proprement parler).
Les évolutions de portance illustrées sur la Figure 128 confirment la tendance signalée dans la partie précédente pour des valeurs de β supérieures à -57°. Il apparaît en effet que la

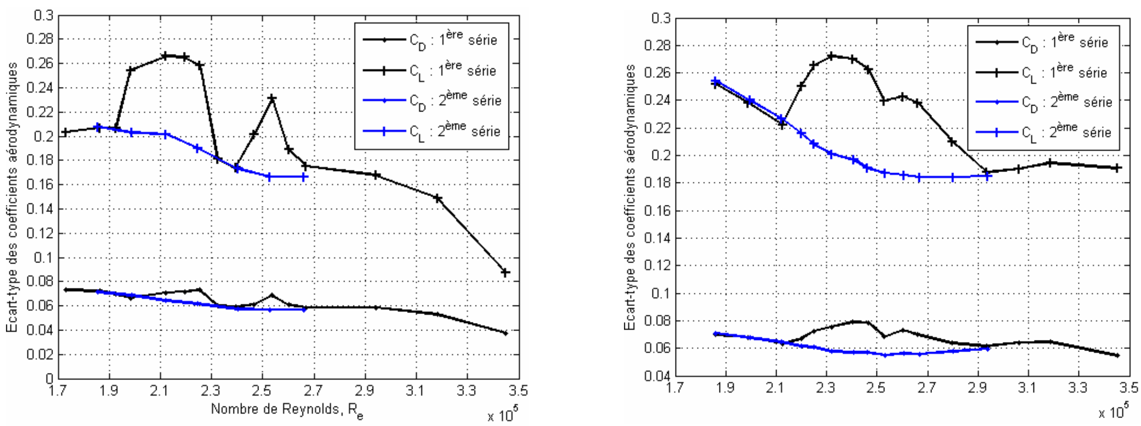
diminution du coefficient de traînée caractéristique du régime critique s'accompagne, pour ces orientations du hauban, de l'apparition d'un coefficient de portance négatif. Néanmoins dans le cas présenté sur la Figure 128, si le coefficient de portance mesuré lors des deux séries d'essais est très similaire en début de régime critique (pour $R_e < 2.1\times10^5$), nous constatons en revanche l'apparition de valeurs négatives plus importantes sur les premières mesures réalisées pour $R_e > 2.1\times10^5$. Pour une valeur de R_e de 2.9×10^5, les deux séries de données semblent à nouveau en accord. La Figure 128 indique également que le coefficient de portance moyen mesuré lors de la première série de mesures pour $R_e = 2.53\times10^5$ est supérieur aux valeurs obtenues pour les vitesses voisines.
Le même type de phénomène se manifeste sur toute cette gamme de transition, pour $-52 < \beta < -45°$ (soit pour $-45 < \beta^* < -40°$ environ), comme le montre la Figure 129.



a) b)

Figure 129. Evolution des coefficients aérodynamiques moyens dans le régime critique pour $\beta = -52°$ (a) et $\beta = -45°$ (b).

Les variations, signalées dans le paragraphe précédent, des valeurs moyennes des coefficients de portance d'une série de mesures à l'autre (ou pour une même série, d'une valeur du nombre de Reynolds à l'autre) peut être le signe de la manifestation d'un phénomène instationnaire. Dans ce cas, la valeur moyenne du coefficient de portance n'est pas significative. Pour évaluer le caractère fluctuant des coefficients aérodynamiques, la Figure 130 représente donc l'évolution de leur écart-type en fonction du nombre de Reynolds.



a) b)

Figure 130. Evolution de l'écart-type des coefficients aérodynamiques dans le régime critique pour $\beta = -52°$ (a) et $\beta = -48°$ (b).

La comparaison des Figures 128, 129 a et 130 montre clairement que l'apparition du coefficient de portance négatif constatée lors de la première série d'essais s'accompagne d'une plus grande variance des coefficients aérodynamiques par rapport à la deuxième série. La Figure 130, ainsi que l'analyse du contenu fréquentiel des signaux de traînée et de portance au cours des 2 séries de mesures (Fig. 131), montrent que les différences constatées sont liées à la manifestation d'un phénomène instationnaire autour du hauban au cours des essais de la première série. Les spectres des Figures 131 a-c montrent en particulier que les variations des coefficients aérodynamiques ne sont pas associées à une fréquence donnée. Il convient désormais de comprendre comment se traduisent ces différences dans l'écoulement autour du hauban. Autrement dit, l'objectif est de tenter d'expliquer les variations de traînée et de portance d'une série d'essais à l'autre par l'analyse des distributions de pression autour du hauban.

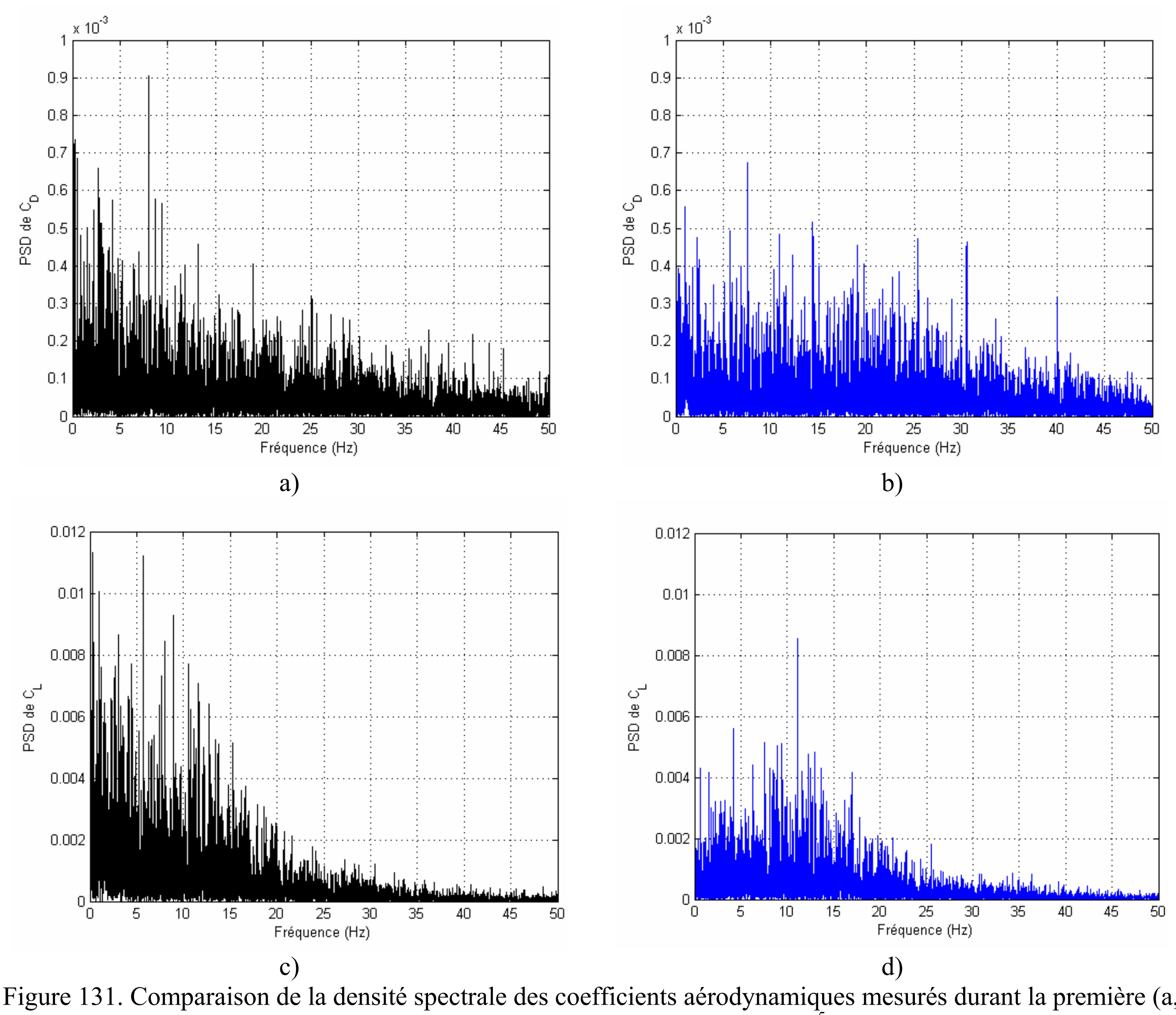


Figure 131. Comparaison de la densité spectrale des coefficients aérodynamiques mesurés durant la première (a, c) et la deuxième (b, d) séries d'essais pour $R_e = 2.4\times10^5$ et $\beta = -48°$.

4.2. Etude des distributions de pression et interprétation des coefficients de portance

Il s'agit tout d'abord de comprendre comment les variations du coefficient de portance se traduisent sur la distribution de pression moyenne. La Figure 132 permet de voir que sur les deux séries d'essais, l'apparition d'un coefficient de portance négatif dans le régime critique est le résultat d'une surpression sur la partie supérieure du câble (c'est-à-dire une diminution de la pression négative), accompagnée d'une dépression sur la partie inférieure (augmentation du lobe de pression négative).
Si nous comparons désormais les résultats des deux séries d'essais, nous voyons que le phénomène se produit dans les deux cas, mais qu'il est plus accentué sur les résultats de la première série de mesures.

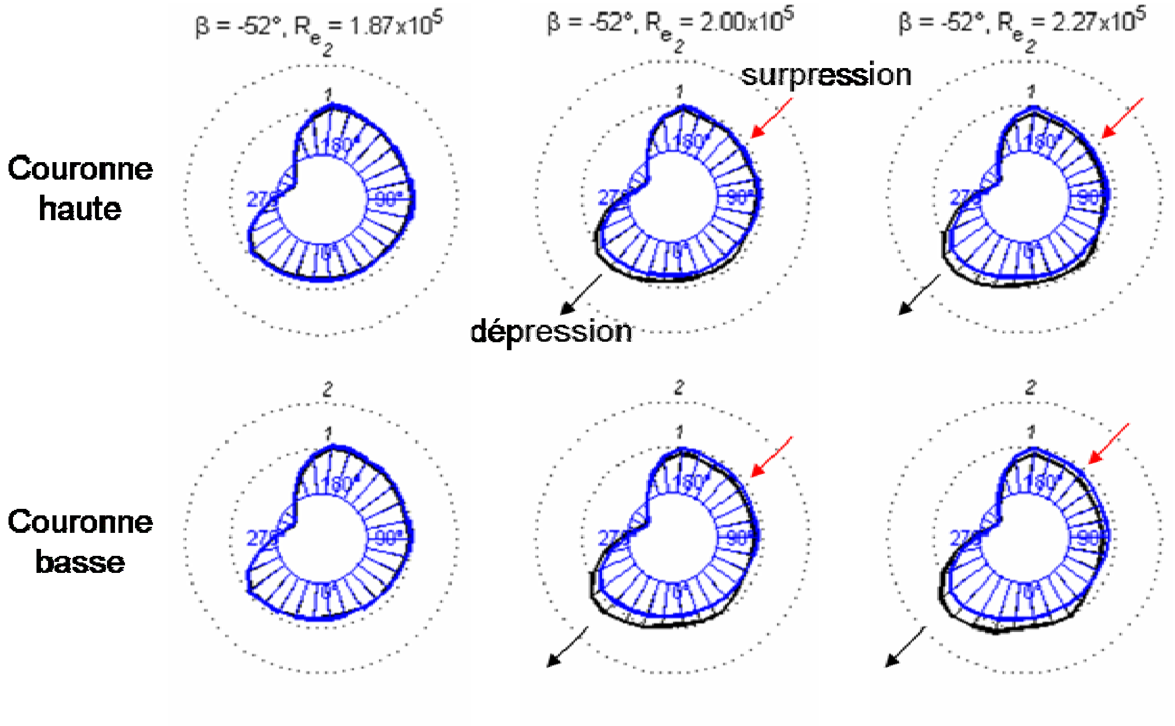


Figure 132. Comparaison de la distribution de pression moyenne pour les deux séries d'essai dans le régime critique pour β = -52° (en noir : première série, en bleu : 2ème série).

Remarquons que ce phénomène est très similaire au phénomène de recollement de couche limite mentionné dans le Chapitre 2 dans le cas d'un cylindre placé perpendiculairement à l'écoulement dans le régime TrBL1 [Schewe 1983, Zdravkovich 1997]. Toutefois, selon Bursnall & Loftin [1951], les bulles laminaires résultant du recollement de couche limite dans le régime TrBL1 disparaissent, dans le cas d'un cylindre horizontal, pour des orientations |β| supérieures à 45°. Or dans la gamme de directions considérées ici dans le cas d'un cylindre incliné, l'angle β^* (correspondant à β dans le cas d'un cylindre horizontal) est de l'ordre de -45°. Il semblerait donc que l'inclinaison du modèle ait une influence sur l'écoulement autour du cylindre. Il est probable, en particulier, que le caractère elliptique de la section « vue » par l'écoulement d'un câble incliné et orienté par rapport au vent ait une influence sur les transitions intervenant dans le régime critique [Virlogeux 1998, Larose & Zan 2001]. Nous reviendrons sur cette interprétation en fin de chapitre. Retenons néanmoins que deux éléments peuvent expliquer les caractéristiques observées :

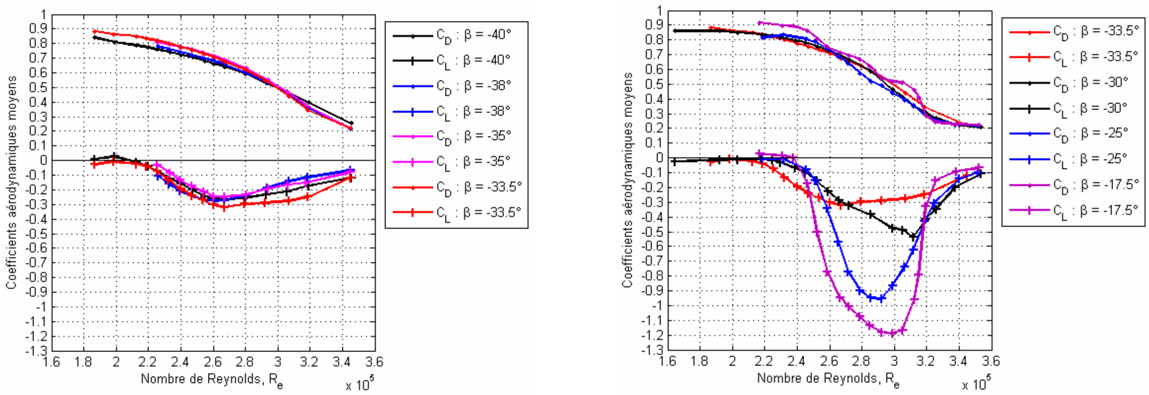
- le recollement de couche limite : le caractère instable de ce phénomène dans la gamme de directions considérée expliquerait alors les différences observées d'une série d'essais à l'autre. L'influence de paramètres tels que la pression atmosphérique (les essais n'ayant pas été réalisés le même jour) pourrait alors suffire à provoquer ou éliminer le recollement.
- la section au vent elliptique d'un cylindre incliné et orienté par rapport à l'écoulement : cette caractéristique expliquerait en partie l'apparition du coefficient de portance observé dans le régime critique sur les deux séries d'essais.

Notons également que la section au vent d'un hauban peut avoir une influence sur le mécanisme de recollement de couche limite.
A ce stade, il semble donc que les différences constatées entre les deux séries de mesure se traduisent par l'accentuation d'un même phénomène dans le cas de la première série d'essais. Ces différences d'un essai à l'autre sont peut-être dues au caractère instable du phénomène de recollement de couche limite dans cette gamme de directions de vent. Nous allons voir dans la partie suivante de ce chapitre que les mécanismes à l'origine de l'apparition du coefficient de portance dans le régime critique sont encore plus manifestes pour des valeurs supérieures de β.

5. Caractérisation et identification des spécificités de l'écoulement dans la gamme de directions critiques

5.1. Etude de l'évolution des coefficients aérodynamiques en fonction du nombre de Reynolds

Après avoir caractérisé l'écoulement autour du hauban dans le régime critique en dehors et à proximité de la zone de directions « critiques », il s'agit désormais, par comparaison, d'identifier les spécificités de l'écoulement pour les orientations du cylindre correspondant aux vibrations des haubans du Pont de l'Iroise. Dans un premier temps, l'objectif est comme dans les parties précédentes d'évaluer l'évolution des coefficients aérodynamiques moyens en fonction du nombre de Reynolds.
L'évolution de la moyenne des coefficients mesurés au niveau des deux couronnes de pression est tout d'abord présentée sur la Figure 133, pour permettre une première description des phénomènes intervenant dans cette gamme de directions de vent.



a) b)

Figure 133. Evolution des coefficients aérodynamiques moyens dans le régime critique pour β > -40°.

Il apparaît que le comportement des coefficients aérodynamiques décrit dans la partie précédente pour des valeurs de β comprises entre -52 et -45° se retrouve ici pour -40° < β < -33.5° (Fig. 133 a). Nous constatons en particulier que la diminution du coefficient de traînée C_D dans le régime critique est toujours progressive (pas de « crise » de traînée à proprement parler). En revanche, le coefficient de portance signalé sur certaines acquisitions dans la gamme de directions précédente se manifeste de façon plus systématique (en particulier nous n'observons plus, pour une même orientation du hauban, de variations importantes de la portance moyenne pour deux valeurs voisines du nombre de Reynolds).
Pour des valeurs de β supérieures à -33.5°, c'est-à-dire pour $\beta^* > -30°$, l'évolution des coefficients aérodynamiques en fonction du nombre de Reynolds change brusquement. Ce résultat se traduit sur la Figure 133 b par une augmentation de la pente du coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds, accompagnée d'une augmentation significative (en valeur absolue) du coefficient de portance. Signalons d'ores et déjà que ce changement de comportement se manifeste pour une valeur de $|\beta^*|$ d'environ 30°, qui correspond à la configuration pour laquelle Cheng et al. [2003 a] ont observé le comportement divergent d'un câble incliné sec en soufflerie. Toutefois, nous voyons ici que le coefficient de portance n'apparaît pas uniquement dans cette direction. Il s'accentue pour β = -25° et β = -17.5° et la Figure 133 b montre alors que le coefficient C_L est très sensible à de petites variations du nombre de Reynolds en début (lors de l'apparition de la portance) et en fin de régime critique (lors de l'annulation de C_L). Larose et al. [2005] ont signalé un résultat similaire sur un cylindre horizontal orienté par rapport à l'écoulement. Néanmoins les coefficients de portance mesurés alors étaient plus faibles (de l'ordre de 0.7 en valeur absolue). Les travaux de Larose et al. [2005] et Zasso et al. [2005] montrent que cette différence pourrait provenir d'un taux de turbulence plus élevé (I_u = 2.5 %) que lors des essais réalisés au cours de cette thèse (I_u = 0.75 %). En effet, la turbulence du vent semble avoir pour effet d'empêcher l'apparition d'un champ de pression dissymétrique associé au recollement de couche limite d'un seul côté du cylindre dans le régime TrBL1 défini dans le Chapitre 2 [Zasso et al. 2005]. Notons également que l'inclinaison du hauban peut être à l'origine des coefficients de portance particulièrement importants observés lors de ces essais (les mesures de Larose et al. [2005] ayant été obtenues pour un cylindre horizontal). Ce point sera développé dans la suite de ce chapitre.
Après cette première caractérisation du comportement des coefficients aérodynamiques dans le régime critique pour les orientations du hauban correspondant aux vibrations observées sur le Pont de l'Iroise, il convient désormais de préciser les mécanismes intervenant dans l'écoulement autour du hauban en procédant à une comparaison des mesures effectuées au niveau des deux couronnes de pression. La Figure 134 présente ainsi l'évolution des coefficients aérodynamiques en fonction du nombre de Reynolds pour β > -25°.
Commençons par analyser les résultats relatifs aux mesures effectuées sur la couronne basse. Il apparaît tout d'abord que pour l'ensemble des directions présentées, l'apparition du coefficient de portance négatif coïncide avec la chute de traînée. Une fois cette dernière achevée, C_L s'annule à nouveau (ce résultat apparaît également au niveau de la couronne haute). Notons de plus qu'au niveau de la couronne basse, pour les cas -25° < β < -12.5°, l'apparition du coefficient de portance coïncide avec une première diminution importante du coefficient de traînée (transition notée Tr 1 sur les Fig. 135 et 136), puis le retour à une portance nulle s'accompagne d'une deuxième phase de diminution de C_D (transition notée Tr 2 sur les Fig. 135 et 136). Ces deux phases sont séparées d'une plage intermédiaire de valeurs de R_e durant laquelle le coefficient de portance se stabilise à sa valeur minimale (qui varie selon la direction du vent). Le coefficient de traînée reste alors stable en fonction du nombre

de Reynolds. Cet état intermédiaire se traduit sur la Figure 136 par une diminution de l'écart-type des coefficients aérodynamiques au niveau de la couronne basse pour $2.6\times10^5 < Re < 3.05\times10^5$ dans le cas $\beta < -17.5°$. Cette caractéristique est très similaire au cas d'un cylindre positionné perpendiculairement à l'écoulement dans le régime critique. Dans ce cas présenté dans la bibliographie, l'apparition du coefficient de portance et la première phase de diminution de la traînée correspondent à la formation d'une bulle laminaire d'un côté du cylindre lors de la transition entre les régimes TrBL0 et TrBL1. La phase intermédiaire (caractérisée par la stabilisation du coefficient de traînée) correspond alors au régime TrBL1. La phase d'annulation du coefficient de portance et la deuxième phase de diminution de C_D en fonction de R_e correspondent quant à elles à la formation d'une deuxième bulle laminaire de l'autre côté du cylindre lors de la transition entre les régimes TrBL1 et TrBL2 [Zdravkovich 1997].

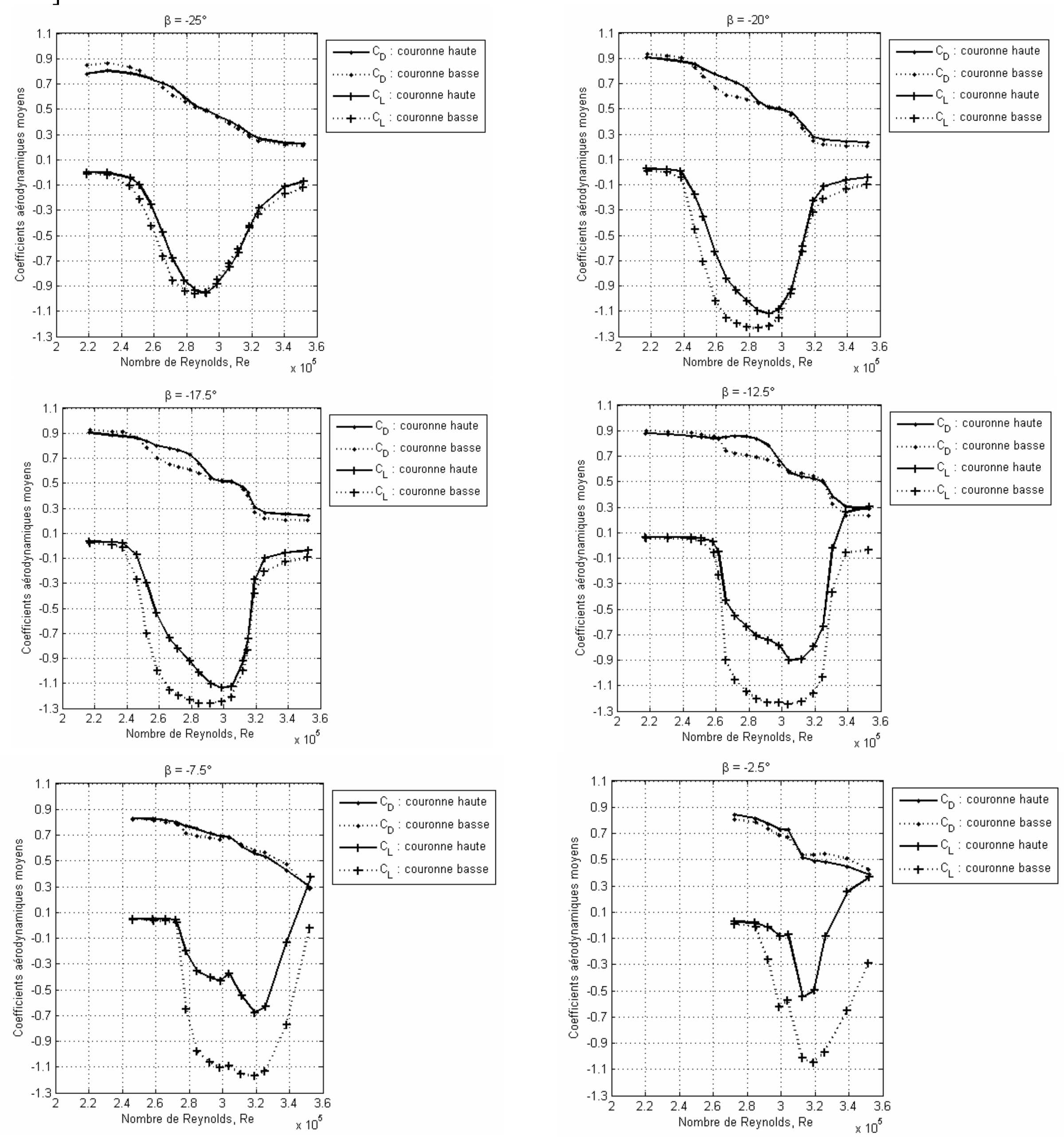


Figure 134. Comparaison de l'évolution des coefficients aérodynamiques au niveau des deux couronnes pour différentes directions de vent.

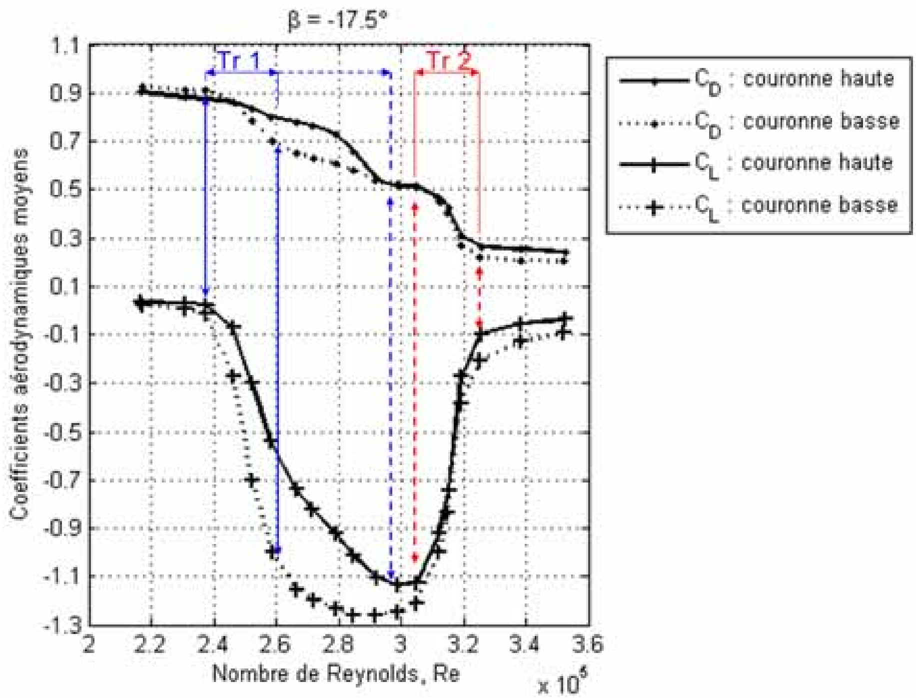


Figure 135. Définition des différentes transitions intervenant dans le régime au niveau des deux couronnes de pression dans le cas β = -17.5°.

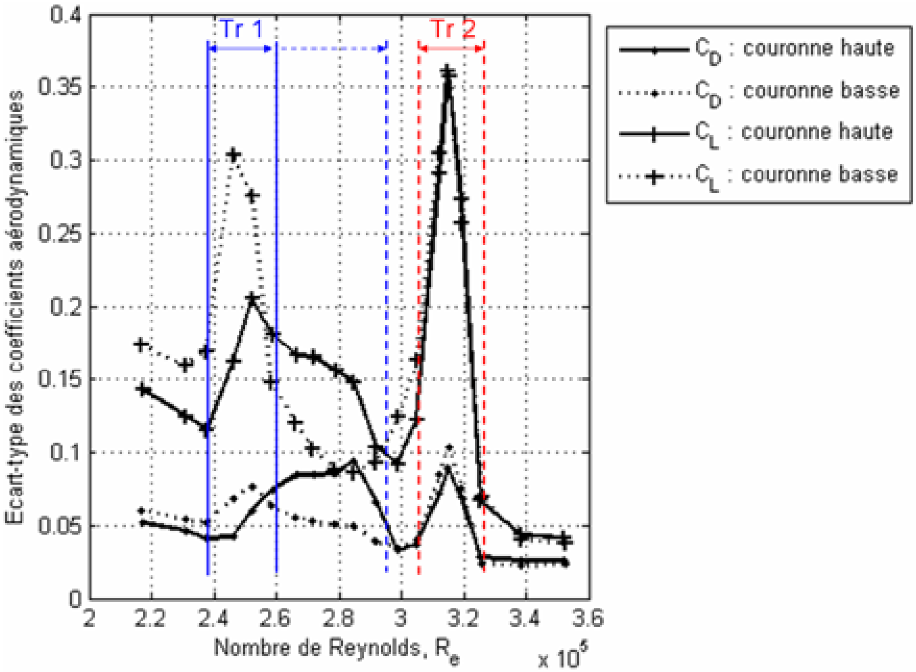


Figure 136. Evolution de l'écart-type des coefficients aérodynamiques au niveau des deux couronnes de pression dans le cas β = -17.5°.

Notons cependant que l'évolution des coefficients aérodynamiques est différente au niveau des deux couronnes. Cette différence est particulièrement significative pour $\beta > -20°$ (Fig. 136). En particulier, il semble que pour toutes ces directions de vent, le coefficient de portance associé au régime critique se manifeste sur la couronne haute pour des valeurs légèrement supérieures du nombre de Reynolds. De plus, si cette portance est corrélée avec une première phase de brusque diminution de la traînée sur la couronne basse, ce n'est pas le cas sur la couronne haute. A ce niveau, la Figure 135 montre en effet qu'en début de régime critique, la diminution de traînée est plus progressive. L'évolution des coefficients aérodynamiques au niveau de la couronne haute en début de régime critique est ainsi similaire à celle observée pour $-52 < \beta < -45°$ (bien que $|C_L|$ soit ici plus important). L'analyse des écarts-types des coefficients aérodynamiques sur la Figure 136 montre en fait que la transition Tr 1, correspondant à une plage de nombres de Reynolds très étroite sur la couronne basse, se prolonge pour des vitesses de vent supérieures sur la couronne haute. Ainsi la phase intermédiaire, correspondant à la stabilisation des coefficients aérodynamiques entre les transitions Tr 1 et Tr 2, correspond à une plage de nombre de Reynolds beaucoup plus étroite au niveau de la couronne haute qu'au niveau de la couronne basse. L'annulation du coefficient de portance en fin de régime critique (transition Tr 2) se manifeste en revanche sur les deux couronnes pour les mêmes valeurs du nombre de Reynolds. Autrement dit, pour des valeurs plus importantes de la vitesse du vent, les coefficients aérodynamiques moyens sont mieux corrélés le long du cylindre.

Notons enfin que les caractéristiques présentées précédemment semblent s'atténuer pour des valeurs de β supérieures à -10° (Fig. 135). En particulier, le coefficient de portance dans le régime critique s'atténue (d'abord sur la couronne haute, puis sur la couronne basse). Pour ces faibles valeurs de $|\beta|$, l'aérodynamique d'un cylindre incliné et orienté par rapport à l'écoulement se rapproche alors davantage de celle d'un cylindre placé perpendiculairement à l'écoulement.

Pour compléter l'analyse des signaux des coefficients aérodynamiques et la comparaison des mesures réalisées au niveau des deux couronnes, un calcul de corrélation croisée des signaux de portance a été réalisé. L'étude de la corrélation des coefficients aérodynamiques au niveau des deux couronnes de pression permet en particulier de mettre en évidence la propagation d'une éventuelle structure d'écoulement le long du hauban.

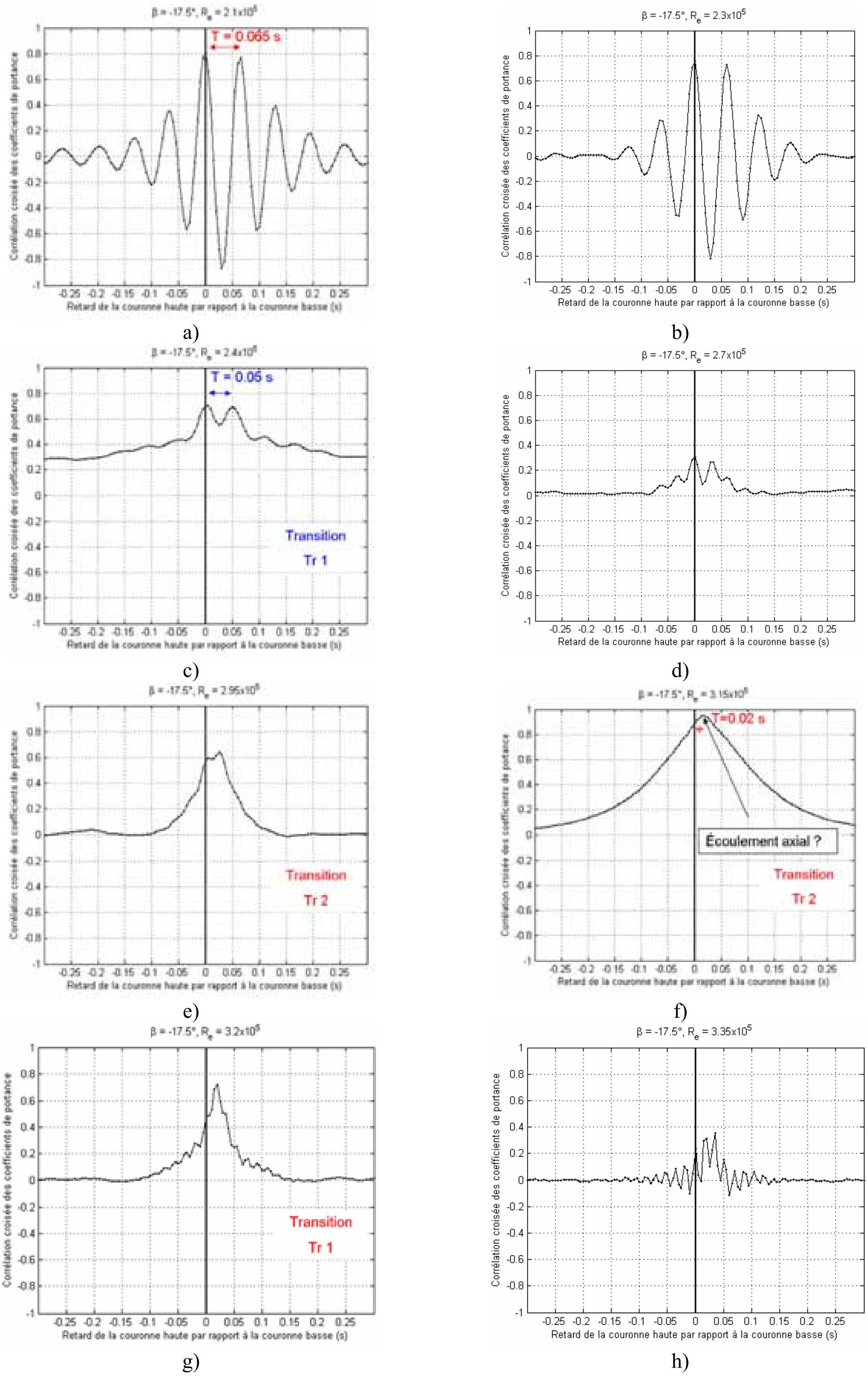


Figure 137. Evolution en fonction du nombre de Reynolds de la corrélation croisée des coefficients de portance au niveau des deux couronnes de pression pour $\beta = -17.5°$.

La Figure 137 permet de mieux comprendre l'évolution de la structure de l'écoulement autour du cylindre dans le régime critique.

Pour $R_e = 2.1\times10^5$ (Fig. 137 a), le graphique de corrélation croisée présente une structure périodique, caractéristique du phénomène de détachement tourbillonnaire. La Figure 137a montre que la période de ce détachement tourbillonnaire est de l'ordre de 0.065 seconde, ce qui correspond à une fréquence de l'ordre de 15 Hz. Le diamètre du modèle de hauban utilisé est par ailleurs de 20 cm. Ainsi, d'après la formule 133 du Chapitre 2, cette fréquence du détachement tourbillonnaire correspond à un nombre de Strouhal de 0.19, très voisine de la valeur de 0.2 obtenue pour un cylindre placé perpendiculairement à l'écoulement. La présence de ce détachement tourbillonnaire est confirmée par l'analyse du signal temporel (Fig. 138).

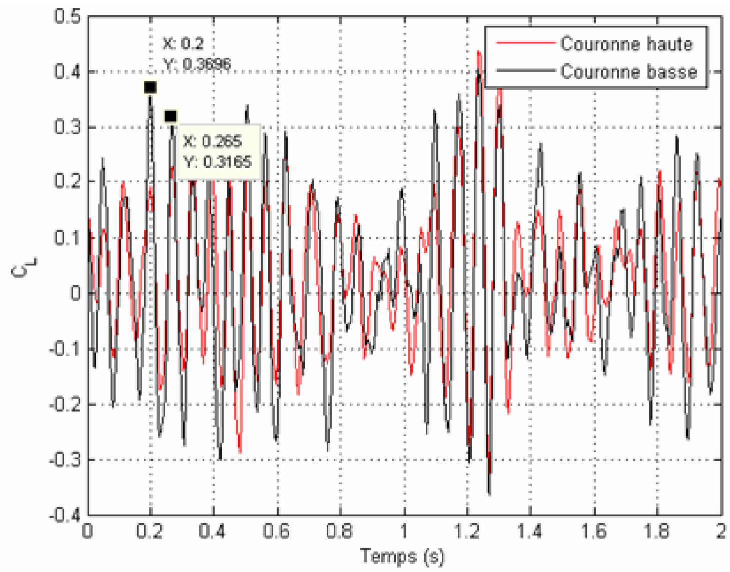


Figure 138. Manifestation du détachement tourbillonnaire dans le régime subcritique ($R_e = 2.1\times10^5$) sur le signal temporel de portance pour $\beta = -17.5°$.

La dissymétrie du graphique de corrélation est également à signaler. Les pics de corrélation sont en effet plus importants pour des déphasages positifs de la couronne haute par rapport à la couronne basse. Les tourbillons ont donc tendance à remonter le long du cylindre (il est probable qu'inversement, pour des valeurs négatives de β, les tourbillons aient tendance à descendre le long du hauban). Ce résultat témoigne du caractère tridimensionnel de l'écoulement le long du hauban.

Pour $R_e = 2.4\times10^5$ (Fig. 137 c), le détachement tourbillonnaire disparaît brusquement. L'écoulement est alors instationnaire, mais nous constatons deux pics de corrélation, l'un pour un déphasage nul et l'autre pour un retard de l'ordre de 0.05 seconde de la couronne haute par rapport à la couronne basse. L'utilisation d'une ou deux couronnes de plus disposées le long du hauban serait nécessaire pour confirmer ce résultat, mais ce deuxième pic est probablement le signe d'une propagation de la structure de l'écoulement le long du cylindre à une vitesse de l'ordre de 4 m/s. Notons par ailleurs que pour $R_e = 2.4\times10^5$ (soit ici U = 18 m/s) la composante de la vitesse du vent le long du câble est justement :

$$U_a = U.\sin(\beta^*) = U.\sin(\beta).\cos(\alpha) \approx 4.9\,m/s \qquad \text{Équation 154}$$

Une analyse des signaux temporels semble indiquer que le pic de corrélation pour un déphasage nul correspond à des « bouffées » de détachement tourbillonnaire. Le déphasage de 0.05 seconde de la couronne haute par rapport à la couronne basse semble quant à lui apparaître lors de pics (instationnaires) de portance, comme le montre la Figure 139.

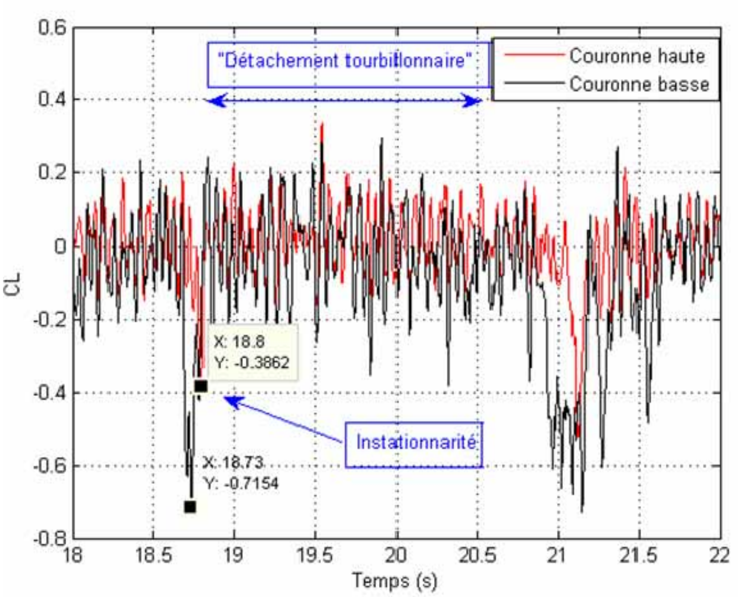


Figure 139. Evolution temporelle du coefficient de portance pour β = -17.5° et $R_e = 2.4\times10^5$.

Pour $2.5\times10^5 \leq R_e < 2.9\times10^5$ (Fig. 137 d), lors de la transition Tr 1 définie précédemment et pendant la phase intermédiaire de stabilisation des coefficients aérodynamiques, la corrélation diminue, mais nous observons toujours les deux pics principaux.

Pour $2.9\times10^5 \leq R_e < 3.15\times10^5$ (Fig. 137 d), la corrélation augmente significativement. Nous n'observons plus qu'un seul pic et le maximum apparaît pour un déphasage inférieur à celui observé en début de régime critique. Ce déphasage est de l'ordre de 0.015-0.02 seconde. Il apparaît nettement sur les signaux temporels (Fig. 140). La distance entre les deux couronnes étant de 20 cm, la propagation de l'écoulement le long du hauban se fait donc à une vitesse comprise entre 10 et 13 m/s. Cette vitesse est donc supérieure à la composante de la vitesse dans l'axe du cylindre, de l'ordre de 6.2 m/s. Pour obtenir avec précision la valeur de la vitesse de l'écoulement identifié le long du hauban, il faudrait cependant réaliser une mesure à l'aide de 1 ou 2 couronnes supplémentaires.

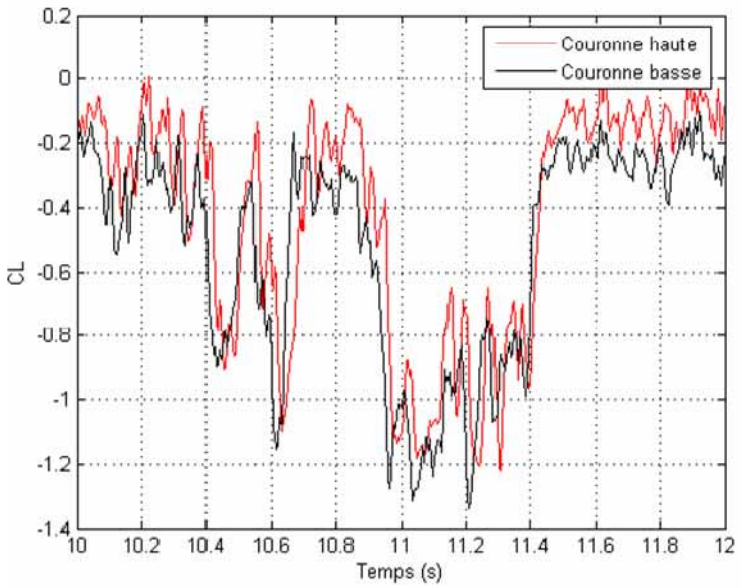


Figure 140. Evolution temporelle du coefficient de portance pour β = -17.5° et $R_e = 3.15\times10^5$.

La Figure 141 montre enfin que les instationnarités observées au niveau du coefficient de portance se retrouvent au niveau du coefficient de traînée.

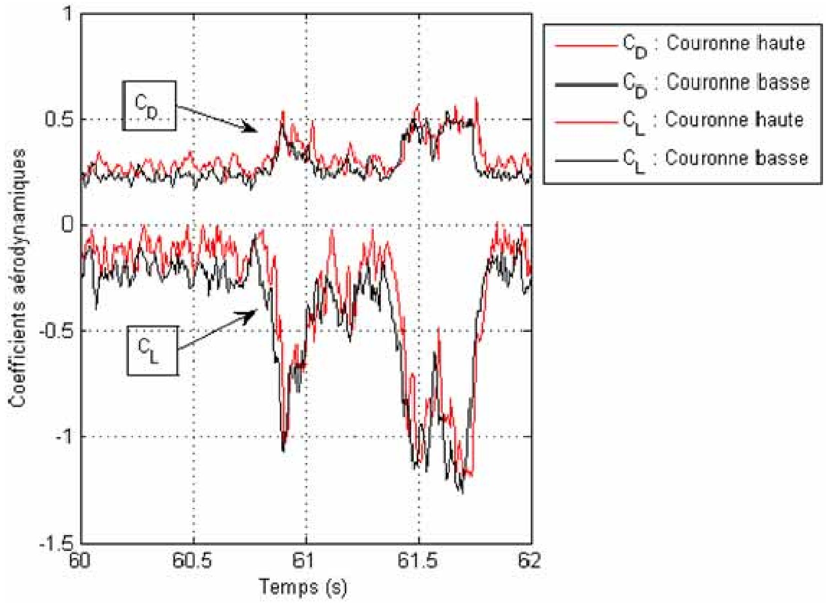


Figure 141. Evolution en parallèle des coefficients de portance et de traînée au niveau des deux couronnes de pression pour β = -17.5° et $R_e = 3.15\times10^5$.

Enfin pour des valeurs supérieures du nombre de Reynolds, la corrélation diminue rapidement, et l'écoulement axial semble disparaître.

Ainsi, il semble que l'écoulement dans le régime critique soit fortement tridimensionnel. La présence d'une composante axiale du flux est mise en évidence par le calcul de la corrélation croisée des coefficients de portance mesurés au niveau des deux couronnes. La forte corrélation à la fin du régime critique, probablement due à un écoulement axial bien établi, explique l'évolution en parallèle des coefficients aérodynamiques au niveau des deux couronnes de pression. L'analyse des corrélations montre également l'existence dans le régime subcritique d'un phénomène de détachement tourbillonnaire, dont la disparition semble coïncider avec le début du régime critique et la transition Tr 1. L'analyse du spectre des coefficients de portance est alors nécessaire pour préciser l'évolution de ce phénomène de détachement tourbillonnaire en début de régime critique et identifier d'éventuels composantes basses fréquences associées au phénomène de détachement tourbillonnaire tridimensionnel mentionné dans la bibliographie [Matsumoto 1998 ; Matsumoto et al. 1999] susceptible d'engendrer la mise en vibration des haubans de pont. La Figure 142 présente ainsi l'évolution du contenu fréquentiel du signal du coefficient de portance en fonction du nombre de Reynolds dans le régime critique dans le cas $\beta = -17.5°$.

Le calcul du spectre de la portance dans le régime subcritique pour la gamme de directions « critiques » révèle effectivement une concentration d'énergie dans une gamme de fréquences. Le détachement tourbillonnaire apparaît clairement pour $R_e = 2.13\times10^5$ (Fig. 142 a). La bande de fréquences excitées est alors centrée autour de 15 Hz, ce qui correspond à la valeur du nombre de Strouhal de 0.19 obtenue grâce au calcul de corrélation (Fig. 137 a). Cette valeur est donc très proche de celle d'un cylindre perpendiculaire à l'écoulement ($S_t = 0.2$). Nous constatons cependant une répartition de l'énergie sur une bande relativement large de fréquences, résultat probable de l'influence de l'orientation du hauban.

Les Figures 142 b-c montrent ensuite que le détachement tourbillonnaire disparaît progressivement lorsque la vitesse du vent augmente. Pour $R_e = 2.33\times10^5$ et $R_e = 2.40\times10^5$, nous voyons que l'énergie se décale vers les basses fréquences (inférieures à 5 Hz). Ces basses fréquences correspondent au phénomène instationnaire qui se développe au cours de la transition Tr 1 (apparitions de « pics » de portance négatifs). La Figure 142 e confirme le prolongement de la transition Tr 1 sur la couronne haute pour $R_e = 2.67\times10^5$.

Pour $R_e = 2.93\times10^5$, la Figure 142 f signale une diminution significative de l'énergie basse fréquence associée à la transition Tr 1. Ce résultat, ainsi que la diminution de l'écart-type des coefficients aérodynamiques illustrée sur la Figure 136 indique donc que l'écoulement autour du hauban semble alors stabilisé durant la phase intermédiaire entre les transitions Tr 1 et Tr 2. Cette caractéristique est similaire à l'état stable mentionné par Schewe [1983] existant entre les transitions TrBL1 et TrBL2 dans le régime critique autour d'un cylindre à section circulaire disposé perpendiculairement à l'écoulement.

Pour une valeur de R_e de 3.07×10^5 (Fig. 142 g), d'importantes composantes basses fréquences apparaissent à nouveau sur le spectre de la portance, associées à la transition Tr 2. Ce phénomène disparaît pour R_e de 3.20×10^5.

L'analyse du spectre des coefficients aérodynamiques confirme donc les mécanismes précédemment évoqués, en particulier l'existence des deux zones de transition et d'une zone intermédiaire durant laquelle l'écoulement autour du hauban est stable. Le contenu fréquentiel des signaux ne révèle cependant aucun autre phénomène. En particulier, le détachement tourbillonnaire tridimensionnel mentionné par Matsumoto [Matsumoto 1998 ; Matsumoto et al. 1999], ne semble pas se manifester pas dans le régime critique dans le cas d'un cylindre incliné et orienté par rapport au vent.

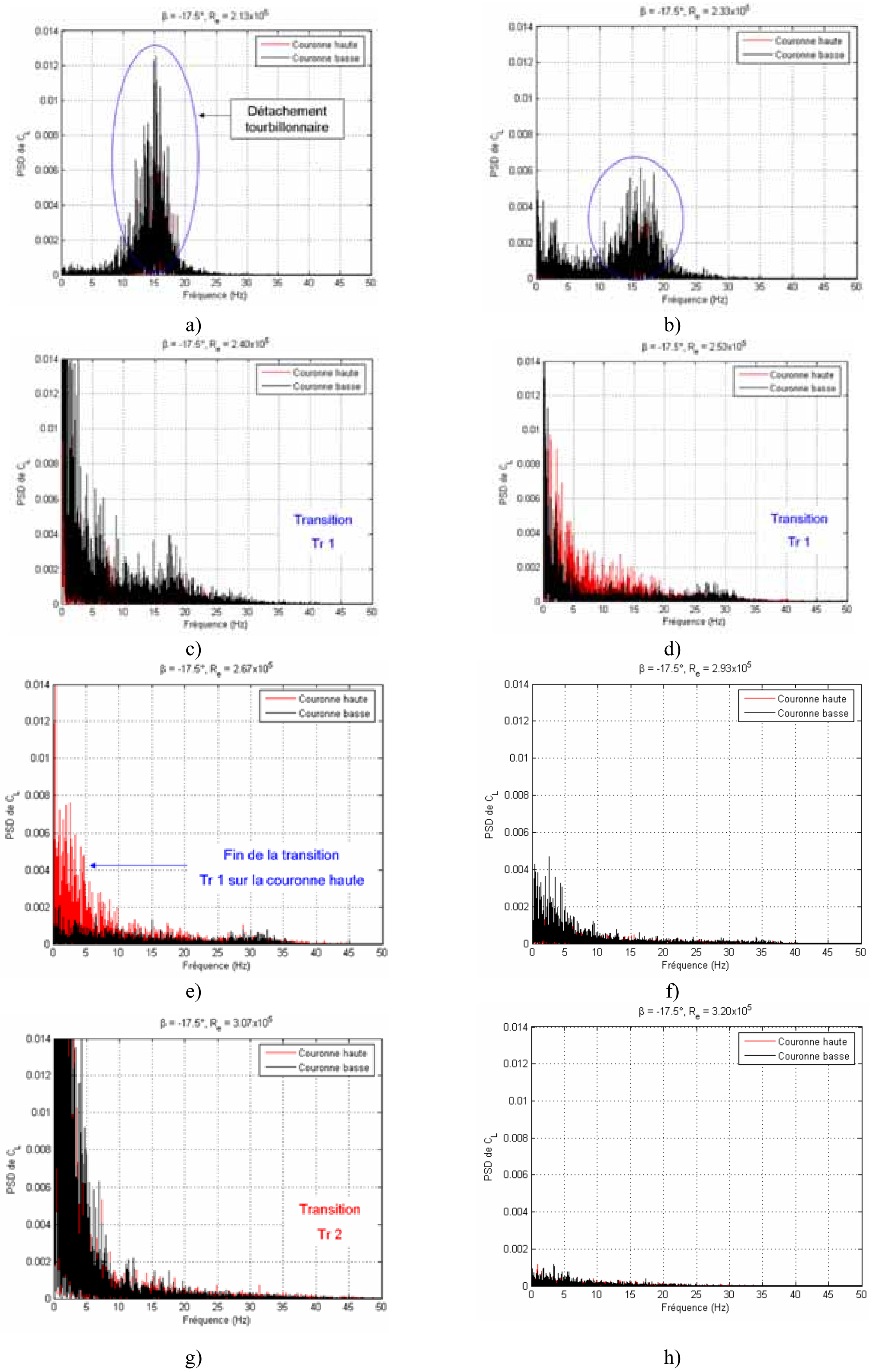


Figure 142. Evolution du spectre du coefficient de portance dans le régime critique pour β = -17.5°.

L’étude de l’évolution des coefficients aérodynamiques dans le régime critique pour la gamme de directions de vent correspondant aux vibrations observées sur site a donc permis de définir deux phases de transition Tr 1 et Tr 2 associées respectivement à l’apparition en début de régime critique et à l’annulation en fin de régime critique du coefficient de portance. Ces transitions, ainsi que la phase intermédiaire de stabilisation des coefficients aérodynamiques, sont très similaires aux mécanismes intervenant dans le régime critique dans le cas d’un cylindre perpendiculaire à l’écoulement [Schewe 1983, Zdravkovich 1997]. Il s’agit désormais d’étudier comment se traduisent les transitions Tr 1 et Tr 2 sur la distribution de pressions autour du hauban, de façon à évaluer l’influence de l’inclinaison du modèle sur les propriétés aérodynamiques décrites dans les paragraphes précédents.

5.2. Etude des distributions de pression

L’objectif est de vérifier si les variations importantes des coefficients aérodynamiques mentionnées précédemment dans la gamme de directions pour laquelle les vibrations ont été observées sur les haubans du Pont de l’Iroise s’expliquent par des transitions similaires à celles intervenant entre les régimes TrBL0 et TrBL1 et entre les régimes TrBL1 et TrBL2 autour d’un cylindre disposé perpendiculairement à l’écoulement (Chapitre 2).
A titre d’exemple, la Figure 143 présente l’évolution de la distribution de pression sur les deux couronnes dans le régime critique dans le cas $\beta = -20°$.
Nous voyons que la dissymétrie dans la distribution de pression à l’origine de l’apparition du coefficient de portance négatif dans le régime critique apparaît déjà pour $R_e = 2.33\times10^5$ et $R_e = 2.40\times10^5$. Cette dissymétrie se manifeste alors par la formation d’un lobe de pression négative sur la partie inférieure du hauban à partir de $R_e = 2.4\times10^5$. Notons qu’à ce stade, nous ne constatons pas de surpression significative sur la partie supérieure du hauban. Autrement dit, il semble que cette augmentation (en valeur absolue) des pressions négatives sur la partie inférieure du hauban ne soit pas liée à un recollement de couche limite de l’autre côté.

Lorsque débute la transition Tr 1 (qui se manifeste d’abord sur la couronne basse), il apparaît une surpression sur la partie supérieure du cylindre. Ce phénomène s’accompagne alors d’une accentuation du lobe de pressions négatives sur la partie inférieure du hauban. Le phénomène s’amplifie alors jusqu’à ce que l’état intermédiaire stable entre les transitions Tr 1 et Tr 2 soit atteint pour $R_e = 2.80\times10^5$. La distribution semble donc indiquer que la transition Tr 1 est associée à un recollement de couche limite sur la partie supérieure du hauban, similaire à celui signalé sur un cylindre disposé perpendiculairement à l’écoulement. Toutefois, le recollement se manifeste ici toujours du même côté. Schewe [1983] précise au contraire que dans le cas d’un cylindre perpendiculaire à l’écoulement, la phase intermédiaire entre les régimes TrBL1 et TrBL2 est liée à un état bistable, le recollement pouvant se manifester indifféremment d’un côté ou de l’autre du cylindre. De plus, la dissymétrie du champ de pression autour du cylindre est ici plus accentuée que celle observée par Larose et al. [2003] sur un cylindre vertical et par Larose et al. [2005] sur un cylindre horizontal orienté par rapport au vent. Il apparaît également que la surpression sur la partie supérieure est moins localisée que dans le cas des autres études.
Notons que la différence d’intensité de turbulence au cours des essais ne semble pas être la seule explication à ces différences observées au niveau des distributions de pression, l’intensité de turbulence au cours des essais de Larose et al. [2003] étant également très faible (Iu = 0.13 %). Nous verrons dans l’interprétation, fournie en fin de chapitre, des phénomènes

observés au cours de ces essais, que l'inclinaison du hauban est vraisemblablement à l'origine des différences constatées entre ces mesures.

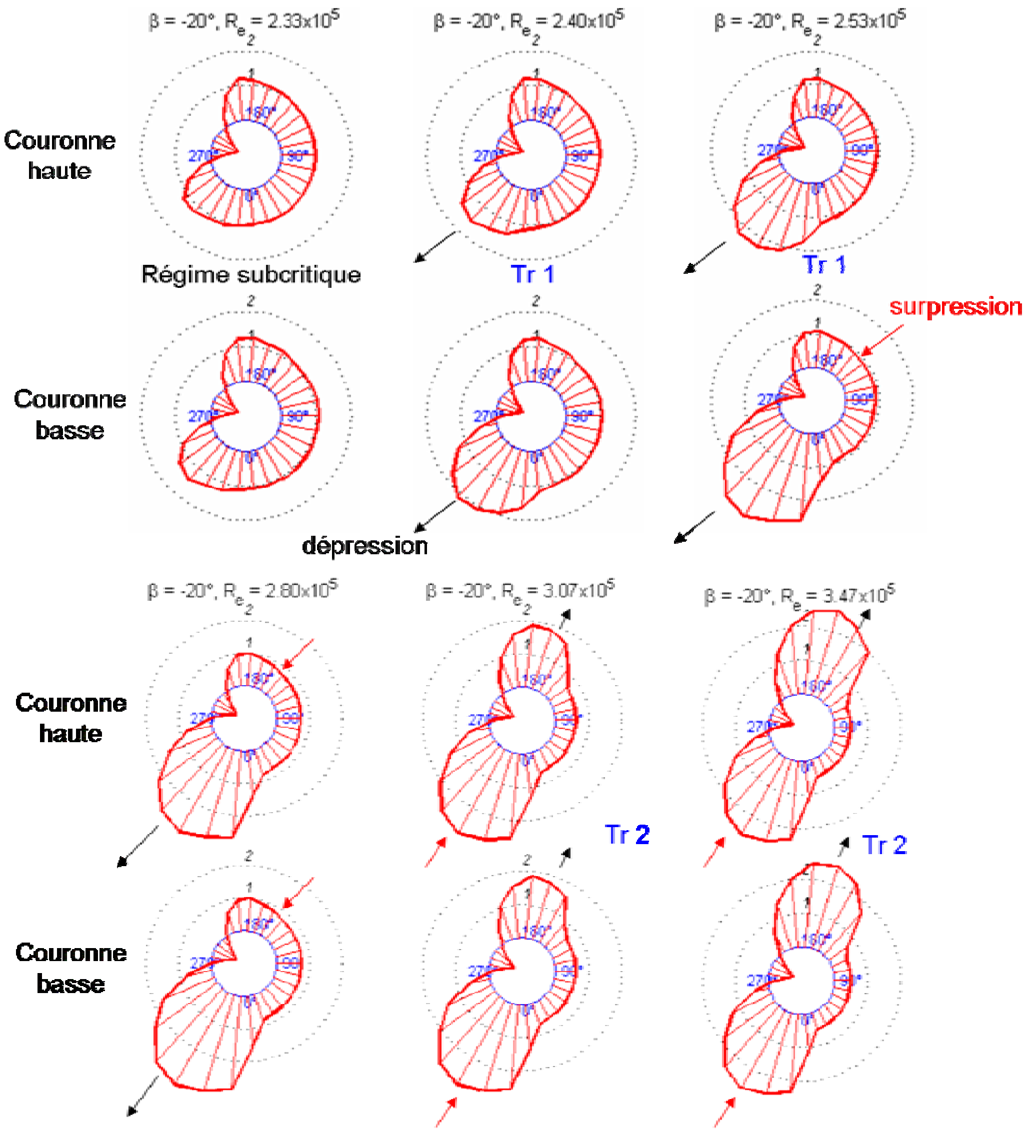


Figure 143. Evolution de la distribution de pression dans le régime critique pour β = -20°.

Après la courte phase intermédiaire de stabilisation des coefficients aérodynamiques, la transition Tr 2, caractérisée par l'annulation du coefficient de portance, se traduit par la formation d'un deuxième lobe de pression négative sur la partie supérieure du cylindre pour $R_e = 3.07\times10^5$. Ce phénomène s'accompagne d'une légère diminution de la pression négative sur la partie inférieure du hauban. Remarquons néanmoins qu'aucun recollement de couche limite semble se produire de ce côté. Ainsi, dans le cas d'un cylindre incliné et orienté par rapport au vent, la fin du régime critique n'est pas marquée par la présence de bulles laminaires des deux côtés du cylindre. Nous observons en effet que la transition Tr 2 conduit directement à une distribution de pression caractéristique du régime supercritique pour $R_e = 3.47\times10^5$. Ce résultat constitue donc une deuxième différence notable avec le cas d'un cylindre perpendiculaire à l'écoulement.

Sur la base des observations réalisées au cours de cette campagne expérimentale, qu'il conviendrait de compléter par des mesures sur un plus grand nombre de couronnes de pression et par des visualisation de l'écoulement (au moyen d'un dispositif PIV), le paragraphe suivant donne une interprétation des mécanismes intervenant dans le régime critique pour cette gamme de directions de vent correspondant aux vibrations de haubans observées sur site.

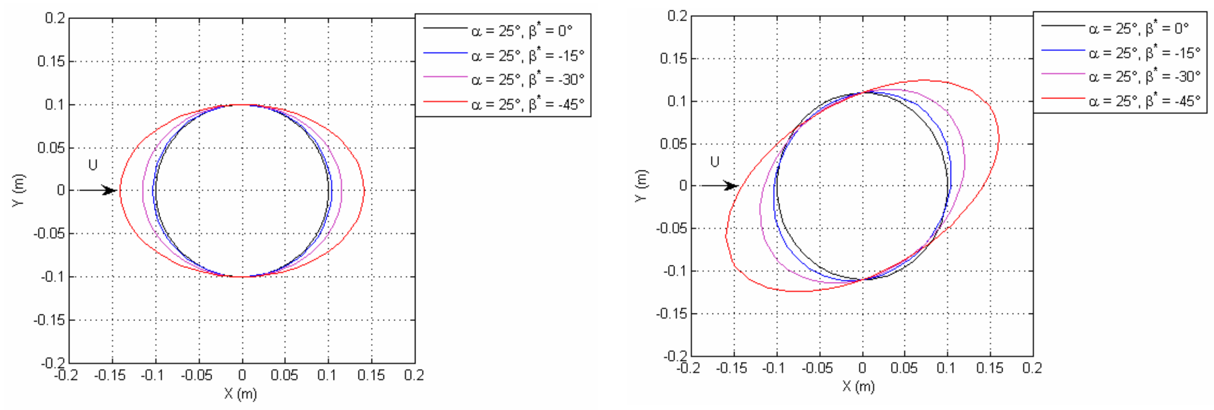
5.3. Interprétation des phénomènes intervenant dans le régime critique pour la gamme de directions correspondant aux vibrations

L'objectif de ce paragraphe est de tenter d'expliquer les mécanismes à l'origine des variations importantes des coefficients aérodynamiques avec le nombre de Reynolds constatées dans cette gamme de directions. Pour ce faire, une confrontation de l'ensemble des observations réalisées au cours de ces campagnes d'essais et des données de la bibliographie relatives à l'aérodynamique des cylindres à section circulaire est réalisée. Il s'agit en particulier d'expliquer les différences constatées avec le cas d'un cylindre placé perpendiculairement à l'écoulement (cas le plus souvent étudié en soufflerie).

Rappelons tout d'abord que le régime critique autour du modèle de hauban utilisé en soufflerie est constitué de deux phases d'évolution des coefficients aérodynamiques, similaires au cas du cylindre perpendiculaire à l'écoulement :

- une première transition : caractérisée par une première diminution du coefficient de traînée et l'apparition d'un coefficient de portance non négligeable,
- une seconde transition : marquée par une deuxième diminution du coefficient de traînée et l'annulation du coefficient de portance.

La première transition est interprétée par Schewe [1983], dans le cas d'un cylindre perpendiculaire à l'écoulement, comme une bifurcation entre le régime d'écoulement subcritique et un état bistable asymétrique, associé à un recollement de couche limite sur la partie supérieure ou la partie inférieure du cylindre. La notion d'état bistable est liée au fait que le coefficient de portance peut être indifféremment positif ou négatif. Dans le cas d'un cylindre incliné à 25° et orienté d'un angle $-30° < \beta < -10°$, le même phénomène apparaît, à la différence près que le coefficient C_L reste toujours du même signe (négatif dans les configurations présentées ici). Ce résultat peut s'expliquer par le fait que la section vue par le vent d'un câble incliné et orienté par rapport à l'écoulement est en fait elliptique (Fig. 144).



a) b)

Figure 144. Influence de l'orientation sur la section au vent d'un câble horizontal (a) et incliné à 25° (b).

Une étude complémentaire serait nécessaire pour expliquer pourquoi le coefficient de portance est particulièrement important dans le régime critique pour -30° < β < -10° dans le cas d'un cylindre incliné à 25° (c'est à dire pour -33.5° < β^* < -11°). Toutefois les résultats des essais réalisés au cours de ce doctorat semblent indiquer que le phénomène est lié à deux mécanismes décrits dans les paragraphes suivants et schématisés sur les Figures 145 et 146.
Pour la gamme de directions correspondant aux vibrations des haubans du Pont de l'Iroise, un cylindre incliné de 25° présente une section vent (dans le plan vertical) légèrement elliptique (voir le détail en Annexe 3) et dissymétrique par rapport à la direction de l'écoulement (Fig. 144 b). Cette dissymétrie pourrait par ailleurs être un élément d'explication aux différences observées par rapport aux mesures réalisées par Larose et al. [2005] sur un cylindre horizontal (Fig. 144 a). Le grand diamètre de l'ellipse est alors associé à une plus grande courbure dans l'écoulement sur la partie inférieure du hauban, qui provoquerait de ce côté un décollement laminaire anticipé (sans recollement). Ce résultat expliquerait en particulier la manifestation du lobe de pressions négatives sur la partie inférieure du câble avant l'apparition de la surpression de l'autre côté, juste avant la transition Tr 1 (Fig. 143). Notons également que selon cet argument, dans le cas de valeurs positives de β, le décollement laminaire apparaîtrait plutôt sur la partie supérieure du hauban.

Ensuite, dans la gamme de directions de vent considérée dans cette étude, la Figure 144 b montre que le caractère elliptique de la section au vent du hauban est moins marquée que pour des valeurs supérieures de $|\beta|$. Ainsi le phénomène de recollement de couche limite qui apparaît sur un cylindre à section circulaire disposé perpendiculairement à l'écoulement peut se manifester sur la partie supérieure du hauban. Cela expliquerait la surpression observée au niveau des deux couronnes de pression sur la partie supérieure du câble à la fin de la transition Tr 1 (Fig. 143). D'après les mesures réalisées au niveau des deux couronnes, il semblerait alors que ce phénomène de recollement se propage progressivement sur la longueur du hauban. Conformément aux observations de Schewe [1983] sur un cylindre perpendiculaire à l'écoulement, les essais présentés ici indiquent que le champ de pressions dissymétrique autour du hauban correspond à un état stable de l'écoulement (qui correspond cependant à une plage plus ou moins grande de nombres de Reynolds selon la position le long du câble). En poursuivant l'analogie avec le cas d'un cylindre perpendiculaire à l'écoulement, la stabilité de cet état intermédiaire entre le régime subcritique et le régime critique reposerait alors sur l'existence d'un courant de circulation stationnaire autour du cylindre, engendré par une accélération de l'écoulement du côté du recollement et une décélération de l'autre côté (Fig. 145). Cette décélération retarde alors la transition dans la couche limite (transition TrBL) sur le côté inférieur du hauban. Notons que le profil elliptique du hauban dans le plan vertical contribue probablement à la stabilité de cet état dissymétrique (en diminuant la probabilité d'un recollement sur la partie inférieure).

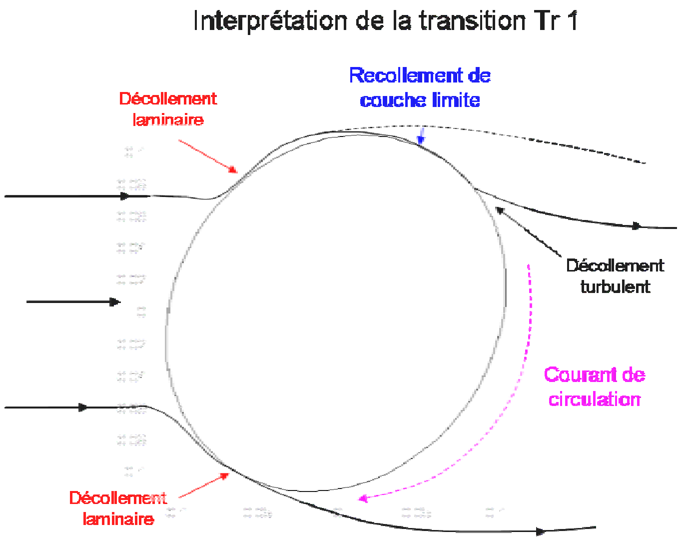


Figure 145. Illustration de l'interprétation des mécanismes intervenant durant la transition Tr 1.

Il reste alors à interpréter la variation rapide du coefficient de portance en fonction du nombre de Reynolds en fin de régime critique (transition Tr 2), qui nous l'avons vu est caractérisée par une grande corrélation le long de la maquette. Comme l'a montré l'analyse des corrélations croisées des coefficients de portance (Fig. 137 f), un important écoulement axial pourrait être à l'origine de la brusque transition entre l'état dissymétrique intermédiaire caractéristique du régime critique et le régime supercritique. D'après l'interprétation précédente de l'état intermédiaire entre les transitions Tr 1 et Tr 2, cette composante axiale de l'écoulement, que Matsumoto et al. [1998, 1999] situent dans le proche sillage du hauban, intervient probablement en supprimant le courant de circulation autour du hauban (Fig. 146). Conformément à l'hypothèse émise par Matsumoto et al. [1990, 2003 b], un écoulement dans l'axe d'un cylindre pourrait donc jouer le même rôle qu'une plaque de séparation placée dans le sillage (voir la Fig. 58 du Chapitre 2). La présence de l'écoulement axial conduirait alors à une disparition quasi-simultanée de la bulle laminaire supérieure sur la longueur du modèle (d'où la grande corrélation observée entre les deux couronnes en fin de régime critique).

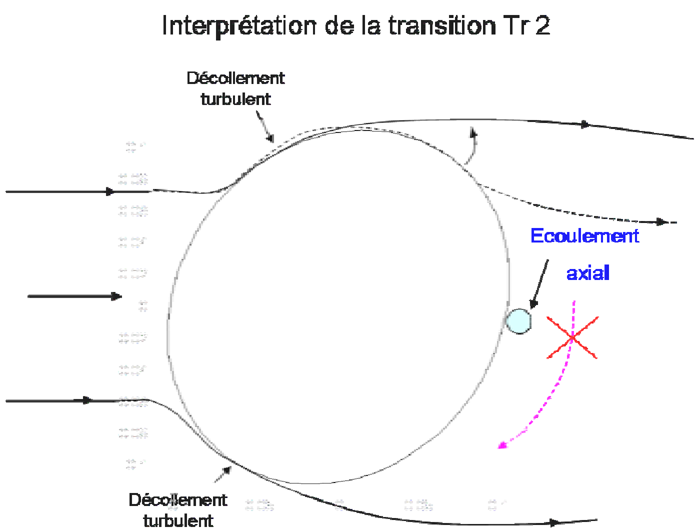


Figure 146. Illustration de l'interprétation des mécanismes intervenant durant la transition Tr 2.

Nous allons voir dans le chapitre suivant comment les propriétés de l'écoulement associées aux transitions Tr 1 et Tr 2 décrites dans les paragraphes précédents peuvent expliquer la mise en vibration des haubans de pont.

6. Bilan et perspectives pour l'évaluation de l'influence des propriétés de l'écoulement dans le régime critique sur le comportement vibratoire des haubans de pont

La campagne de mesures de pression à la surface d'un cylindre statique a permis de décrire les mécanismes intervenant dans l'écoulement autour d'un cylindre incliné et orienté par rapport au vent dans le régime critique. Cette étude, réalisée sur une large plage de directions de vent, a surtout mis en évidence les spécificités de l'écoulement dans la gamme de valeurs de β correspondant aux vibrations observées sur site. Pour un hauban incliné à 25° et orienté par rapport au vent d'un angle β compris entre -30° et -10°, le régime critique se caractérise principalement par deux phases Tr 1 et Tr 2 de variations rapides du coefficient de portance en fonction du nombre de Reynolds (correspondant respectivement à l'apparition en début de régime critique et à l'annulation en fin de régime critique de la portance). L'analyse des distributions de pression et des signaux temporels des coefficients aérodynamiques semble montrer que la première transition Tr 1, ainsi que le coefficient de portance particulièrement important (de l'ordre de 1.3) mesuré dans la phase intermédiaire entre les transitions Tr 1 et Tr 2 dans cette gamme de directions, sont associés aux propriétés aérodynamiques de la section de hauban « vue par le vent ». Il apparaît en effet que pour ces orientations du hauban, le profil est suffisamment elliptique pour engendrer un décollement laminaire d'un côté du câble, et par ailleurs suffisamment circulaire pour qu'un recollement de couche limite (caractéristique du régime critique pour des cylindres disposés perpendiculairement à l'écoulement) puisse se former de l'autre côté du hauban. Le caractère elliptique et dissymétrique par rapport à la direction de l'écoulement de la « section au vent » du hauban incliné et orienté explique de plus l'apparition systématique du recollement de couche limite du même côté du hauban (contrairement aux cas d'un cylindre horizontal, ou dans le cas d'un câble incliné, pour β = 0° ou β = ± 90°). La deuxième transition semble quant à elle associée à la disparition de la bulle laminaire formée au cours de la première transition, du fait de l'apparition d'un écoulement le long du hauban. Les variations des coefficients aérodynamiques au cours de cette transition Tr 2 se caractérisent alors par une grande corrélation le long du câble.

Toutefois à ce stade, il reste à déterminer si ces propriétés de l'écoulement dans la gamme de directions « critiques » sont à l'origine des vibrations observées sur site. Autrement dit, il s'agit de vérifier si les mécanismes identifiés dans l'écoulement autour d'un cylindre statique peuvent conduire à la mise en vibration d'un hauban de pont. Pour cela, la démarche consiste à introduire les résultats des mesures présentées dans ce chapitre dans un modèle mathématique et d'étudier la stabilité du système dynamique écoulement-hauban. Le Chapitre 6 propose donc une modélisation, sur la base d'une approche quasi-stationnaire, du comportement vibratoire d'un hauban soumis aux champs de pression mesurés au cours de cette campagne d'essais.

Chapitre 6 : Analyse quasi-stationnaire de la stabilité d'un hauban

L'analyse des vibrations des haubans du Pont de l'Iroise a permis de mettre en évidence des cas de vibration en l'absence de pluie dans des gammes restreintes de directions et de vitesses de vent (Chapitre 4). Les mesures de pression réalisées par la suite en soufflerie à la surface d'un hauban statique ont conduit à identifier les spécificités de l'écoulement dans les conditions de vent associées aux vibrations observées sur site (Chapitre 5). Ainsi, pour des directions de vent correspondant à $10° < |\beta| < 30°$, le régime d'écoulement dit "critique" se caractérise en particulier par l'apparition d'un coefficient de portance important, corrélée avec la chute de traînée caractéristique du régime critique des cylindres à section circulaire.
Néanmoins à ce stade, l'analyse brute des mesures de pression à la surface du cylindre statique ne permet pas de déterminer si ces propriétés de l'écoulement peuvent conduire à la mise en vibration des haubans de pont. Dans ce chapitre, il s'agit donc d'étudier la stabilité d'un hauban soumis aux forces aérodynamiques mesurées sur le cylindre statique lors de la campagne de mesures en soufflerie.
Pour ce faire, les équations du mouvement du hauban sont déterminées dans le cadre de la théorie quasi-stationnaire. Un modèle linéaire général à deux degrés de liberté est tout d'abord développé, en combinant les travaux de Carassale et al. [2005 a-b], Macdonald [2002] et Macdonald et Larose [2006]. Ce modèle général, qui tient compte à la fois du couplage entre les mouvements transversaux et verticaux du hauban [Carassale et al. 2005 a-b] et de la dépendance des coefficients aérodynamiques vis-à-vis de l'angle d'attaque du vent et du nombre de Reynolds [Macdonald 2002 ; Macdonald et Larose 2006], intègre les résultats des mesures en soufflerie et les paramètres mécaniques des haubans du Pont de l'Iroise. Il doit permettre l'étude de la stabilité des haubans et l'identification des propriétés de l'écoulement responsables des éventuelles instabilités.
Le présent chapitre propose ensuite une extension du modèle, destinée à évaluer l'amplitude du mouvement du hauban et à la comparer aux mesures réalisées sur site. Pour cela, les non linéarités aérodynamiques, intervenant lorsque l'amplitude du mouvement devient non négligeable, sont prises en compte.

1. Modélisation linéaire du comportement au vent d'un hauban

1.1. Applicabilité de la théorie quasi-stationnaire

La théorie quasi-stationnaire consiste à supposer que les forces agissant sur le cylindre en mouvement sont égales à chaque instant aux forces exercées sur le cylindre statique dans la position correspondante. Autrement dit, cela revient à supposer que les forces sont uniquement déterminées par la géométrie et le champ de vitesses instantanées. Cette hypothèse ne peut être valable que si l'échelle de temps caractéristique des fluctuations de vitesse dans le sillage du cylindre est beaucoup plus courte que la période des oscillations. Cette condition peut être réécrite en écrivant que la fréquence f de vibration du hauban doit être très inférieure à la fréquence du détachement tourbillonnaire $f_t = S_t U/D$, avec $S_t = 0.2$ le nombre de Strouhal et D le diamètre du câble. Soit : $f \ll f_t$.

Dans le cadre de la présente étude, les vitesses atteintes dans le régime critique sont supérieures à 15 m/s et le diamètre du cylindre est de 20 cm. La fréquence du détachement tourbillonnaire est donc supérieure à 15 Hz. Or les fréquences des 3 premiers modes de vibration des haubans longs des ponts à haubans sont généralement comprises entre 0.5 et 3 Hz (A titre d'exemple les 3 premières fréquences propres du hauban H3Q22 du Pont de l'Iroise sont 0.74, 1.47 et 2.20 Hz). Ainsi l'approche quasi-stationnaire est justifiée.

1.2. Ecriture du modèle

1.2.1. Angles et repères de référence

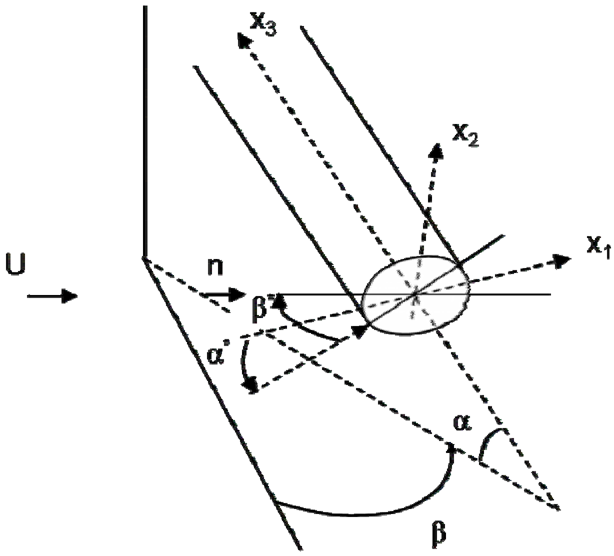


Figure 147. Définition des angles et des repères de référence.

Pour une écriture simple de l'équation du mouvement, Carassale et al. [2005 a-b] proposent de se placer dans le repère lié au hauban (x_1, x_2, x_3). L'équation fait alors intervenir les angles α* et β* (Fig. 147). Les relations entre ces angles et l'inclinaison α et l'orientation β sont :

$$\tan(\alpha^*) = \sin(\alpha)\tan(\beta) \qquad \text{Équation 155}$$

$$\sin(\beta^*) = \cos(\alpha)\sin(\beta) \qquad \text{Équation 156}$$

Notons en particulier que $\beta^* = \pi/2 - \varphi$, avec φ l'angle entre la direction du vent et l'axe du câble.

Dans le repère (x_1, x_2, x_3), le vecteur unitaire n représentant la direction du vent s'écrit :

$$n = \frac{U}{\|U\|} = \begin{Bmatrix} \cos(\alpha^*)\cos(\beta^*) \\ \sin(\alpha^*)\cos(\beta^*) \\ -\sin(\beta^*) \end{Bmatrix} \qquad \text{Équation 157}$$

1.2.2. Force agissant sur un cylindre fixe dans un écoulement uniforme

Avant de tenir compte du mouvement du hauban, il s'agit dans un premier temps d'exprimer la force moyenne exercée par le vent sur le cylindre. En supposant que l'écoulement est uniforme sur la longueur du hauban, la force moyenne par unité de longueur s'écrit :

$$\vec{f} = \frac{1}{2}\rho D\|U\|^2\left(C_D.d + C_L.l\right) \qquad \text{Équation 158}$$

avec C_D et C_L respectivement les coefficients de traînée et de portance moyens et d et l les vecteurs unitaires dans le plan (x_1, x_2), définis par (Fig. 148) :

$$d = \begin{Bmatrix} \cos(\alpha^*) \\ \sin(\alpha^*) \\ 0 \end{Bmatrix} = \frac{1}{\cos(\beta^*)}\begin{Bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad \text{Équation 159}$$

$$l = \begin{Bmatrix} -\sin(\alpha^*) \\ \cos(\alpha^*) \\ 0 \end{Bmatrix} = \frac{1}{\cos(\beta^*)}\begin{Bmatrix} -n_2 \\ n_1 \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad \text{Équation 160}$$

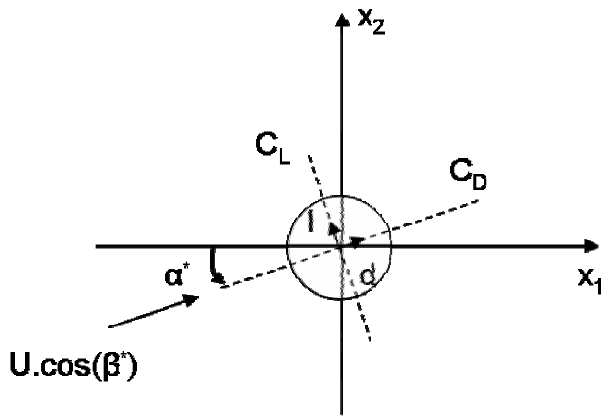


Figure 148. Définition de la traînée et de la portance dans le repère (x_1, x_2).

Ainsi dans le repère (x_1, x_2, x_3), la force par unité de longueur exercée par le vent sur le cylindre s'écrit :

$$\vec{f} = \frac{1}{2}\rho D\|U\|^2 C.n.\frac{1}{\cos(\beta^*)} \qquad \text{Équation 161}$$

avec :

$$C = \begin{bmatrix} C_D & -C_L & 0 \\ C_L & C_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \text{Équation 162}$$

D'autre part dans cette étude, nous nous intéressons à la mise en vibration des haubans de pont en l'absence de pluie ou de glace. Dans ces conditions, la section du hauban peut être supposée parfaitement circulaire. Ainsi, pour une valeur donnée de β^*, les coefficients aérodynamiques C_D et C_L sont indépendants de l'angle α^*. Dans le cas d'un hauban fixe dans un écoulement uniforme, les coefficients aérodynamiques ne dépendent donc que de l'angle β^* et du nombre de Reynolds (ou de façon équivalente de la vitesse moyenne du vent).

1.2.3. Cas d'un hauban en mouvement

Dans le cadre de la théorie quasi-stationnaire, il s'agit désormais de voir comment le mouvement du hauban modifie la force exercée par le vent exprimée selon l'équation 161.

Nous supposons que le hauban se déplace dans les directions x_1 et x_2. La vitesse relative de l'écoulement par rapport au cylindre est alors donnée par l'expression :

$$U_r(t) = U - \dot{q}(t) = \|U\|(n + z(t)) \qquad \text{Équation 163}$$

avec $\dot{q}(t) = \begin{Bmatrix} \dot{q}_1(t) \\ \dot{q}_2(t) \\ 0 \end{Bmatrix}$ la vitesse du cylindre dans le repère (x_1, x_2, x_3) et $z(t) = -\frac{1}{\|U\|}.\dot{q}(t)$.

La force instantanée par unité de longueur agissant sur le cylindre se réécrit alors :

$$f(t) = \frac{1}{2}\rho D \|U_r(t)\|^2 C\left(\beta_r^*(t), R_{er}(t)\right) n_r(t) \frac{1}{\cos\left(\beta_r^*(t)\right)} \qquad \text{Équation 164}$$

avec :

$$R_{er}(t) = \frac{\|U_r(t)\| D}{\nu} = R_e.\|n + z(t)\| \qquad \text{Équation 165}$$

$$n_r(t) = \frac{U_r(t)}{\|U_r(t)\|} = \frac{(n + z(t))}{\|n + z(t)\|} \qquad \text{Équation 166}$$

$$\beta_r^*(t) = -a\sin\left(\frac{n_3 + z_3(t)}{\|n + z(t)\|}\right) \qquad \text{Équation 167}$$

Soit :

$$f(t) = \frac{1}{2}\rho D \|U\|^2 g(z(t)).C\left(\beta_r^*(t), R_{e,r}(t)\right)(n + z(t)) \qquad \text{Équation 168}$$

avec: $g(z(t)) = \dfrac{\|n + z(t)\|}{\cos(\beta_r^*(t))}$.

Dans le cadre de la théorie quasi-stationnaire $\|z(t)\|$ est supposé faible. Ainsi la force exercée par le vent sur le cylindre en mouvement peut être linéarisée par le développement de MacLaurin suivant :

$$f(t) = f(z) = f_0 + f_1.z + \mathrm{O}\left(\|z\|^2\right) \qquad \text{Équation 169}$$

avec $f_0 = f(z=0)$ et $f_1 = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f_1}{\partial z_1} & \dfrac{\partial f_1}{\partial z_2} & \dfrac{\partial f_1}{\partial z_2} \\ \dfrac{\partial f_2}{\partial z_1} & \dfrac{\partial f_2}{\partial z_2} & \dfrac{\partial f_2}{\partial z_3} \\ \dfrac{\partial f_3}{\partial z_1} & \dfrac{\partial f_3}{\partial z_2} & \dfrac{\partial f_3}{\partial z_3} \end{bmatrix}_{z=0}$.

Et de même :

- $g(z) = g_0 + g_1.z + \mathrm{O}\left(\|z\|^2\right)$ avec $g_0 = \dfrac{1}{\cos(\beta^*)}$ et
  $$g_1 = \left\{\cos(\alpha^*)\left(1 - \tan^2(\beta^*)\right) \quad \sin(\alpha^*)\left(1 - \tan^2(\beta^*)\right) \quad -2\tan(\beta^*)\right\}$$
- $\beta_r^*(z) = \beta_0 + \beta_1.z + \mathrm{O}\left(\|z\|^2\right)$ avec $\beta_0 = \beta^*$ et
  $$\beta_1 = \left\{-\cos(\alpha^*)\sin(\beta^*) \quad -\sin(\alpha^*)\sin(\beta^*) \quad -\cos(\beta^*)\right\}$$
- $R_{er}(t) = R_{e0} + R_{e1}.\vec{z} + \mathrm{O}\left(\|z\|^2\right)$ avec $R_{e0} = R_e = \dfrac{\|U\|D}{\nu}$ et $R_{e1} = R_e.n^T$.

Et : $C\left(\beta_r^*(t), R_{er}(t)\right) = C\left(\beta^*, R_e\right) + \left.\dfrac{\partial C}{\partial \beta_r^*}\right|_{\beta_r^* = \beta^*} .\left(\beta_r^*(t) - \beta^*\right) + \left.\dfrac{\partial C}{\partial R_{e_{er}}}\right|_{R_{er} = R_e} .\left(R_{er}(t) - R_e\right) + \mathrm{O}\left(\|z\|^2\right)$

Soit :

$$C\left(\beta_r^*(t), R_{er}(t)\right) = C\left(\beta^*, R_e\right) + \left.\frac{\partial C}{\partial \beta_r^*}\right|_{\beta_r^* = \beta^*} \beta_1.z + \left.\frac{\partial C}{\partial R_{er}}\right|_{R_{er} = R_e} R_{e1}.z + \mathrm{O}\left(\|z\|^2\right) \qquad \text{Équation 170}$$

A un instant t donné, la force linéarisée agissant sur le cylindre par unité de longueur s'écrit donc :

$$f(t) = f_0 + f_1.z \qquad \text{Équation 171}$$

avec :

$$f_0 = \frac{1}{2}\rho D\|U\|^2 g_0.C.n \qquad \text{Équation 172}$$

$$f_1 = \frac{1}{2}\rho D\|U\|^2\left[g_0.C + C.n.g_1 + g_0\frac{\partial C}{\partial \beta^*}.n.\beta_1 + g_0.\frac{\partial C}{\partial R_e}.n.R_{e1}\right] \qquad \text{Équation 173}$$

1.2.4. Détermination de l'équation du mouvement du hauban

Après avoir exprimé la force linéarisée exercée par le vent sur le cylindre en mouvement, il s'agit désormais d'établir l'équation du mouvement du hauban dans le plan (x_1, x_2).

Dans ce chapitre, nous cherchons à étudier la stabilité d'un hauban soumis aux forces exercées par le vent mesurées en soufflerie. Pour cela, il n'est pas nécessaire, dans un premier temps de tenir compte des non linéarités géométriques intervenant théoriquement dans les équations du mouvement d'un hauban. A l'initiation des oscillations les termes quadratiques et cubiques des équations 61 et 62 du chapitre 1 sont en effet négligeables. Ainsi dans la suite de cette partie, le hauban est assimilé à un oscillateur linéaire à deux degrés de liberté (correspondant aux déplacements q_1 et q_2 respectivement dans les directions x_1 et x_2).
Dans le plan (x_1, x_2), l'équation du mouvement du hauban s'écrit :

$$m.\ddot{q}(t) + \Gamma\dot{q}(t) + Kq(t) = f(t) \qquad \text{Équation 174}$$

en notant :

- m : la masse linéique du hauban,
- $q(t) = \begin{Bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \end{Bmatrix}$: le vecteur déplacement du cylindre,
- $\Gamma = 2m.\begin{bmatrix} \zeta_1\omega_1 & 0 \\ 0 & \zeta_2\omega_2 \end{bmatrix}$: la matrice d'amortissement structurel,
- $K = m.\begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 \\ 0 & \omega_2^2 \end{bmatrix}$: la matrice de rigidité,

avec ζ_1, ζ_2 les amortissements intrinsèques et ω_1, ω_2 les pulsations du hauban respectivement dans les directions x_1 et x_2.
Notons que dans l'équation 174, la force f(t) exercée par le vent par unité de longueur correspond à la composante de la force f(t) de l'équation 171 dans le plan (x_1, x_2). Notons à partir de maintenant C la matrice des coefficients aérodynamiques dans le plan (x_1, x_2) :

$$C = \begin{bmatrix} C_D & -C_L \\ C_L & C_D \end{bmatrix} \qquad \text{Équation 175}$$

L'équation 171 conduit à réécrire l'équation du mouvement 174 sous la forme :

$$m.\ddot{q}(t)+\left(\Gamma+\frac{1}{\|U\|}f_1\right)\dot{q}(t)+Kq(t)=f_0$$ Équation 176

Le terme constant f_0 dans l'équation 176 n'intervient pas dans la stabilité du système dynamique. Il sera donc négligé dans la suite.

L'étude de la stabilité du hauban se réduit donc à l'analyse du système dynamique suivant :

$$m.\ddot{q}(t)+(\Gamma+\Gamma_a).\dot{q}(t)+K.q(t)=0$$ Équation 177

avec :

$$\Gamma_a=\frac{1}{2}\rho D\|U\|.\left[g_0.C+C.\vec{n}.\vec{g}_1+g_0\frac{\partial C}{\partial\beta^*}.n.\beta_1+g_0.\frac{\partial C}{\partial R_e}.n.R_{e1}\right]$$ Équation 178

la matrice d'amortissement aérodynamique.

Remarquons que du point de vue de la stabilité du câble, l'action du vent se traduit principalement par deux effets :

- l'interaction entre l'écoulement et le cylindre en mouvement introduit des amortissements aérodynamiques transversaux et verticaux (correspondant respectivement aux coefficients Γ_{a11} et Γ_{a22} de la matrice Γ_a),
- ensuite, la matrice Γ_a n'étant pas diagonale, l'action du vent sur le cylindre engendre un couplage entre les mouvements transversaux et verticaux du hauban. Ces termes de couplages correspondent aux coefficients Γ_{a12} et Γ_{a21} de la matrice Γ_a.

Le paragraphe suivant s'attache alors dans un premier temps à évaluer l'influence sur les amortissements aérodynamiques, des variations importantes des coefficients aérodynamiques observées en soufflerie.

2. Etude de l'évolution des coefficients d'amortissement aérodynamique du hauban dans le régime critique

Il s'agit ici de déterminer si les propriétés de l'écoulement identifiées en soufflerie dans les conditions de vent correspondant aux vibrations observées sur le site du Pont de l'Iroise engendrent une diminution, voire l'annulation, de l'amortissement effectif du hauban (somme de l'amortissement structurel et de l'amortissement aérodynamique) et pourraient ainsi expliquer la mise en mouvement. L'objectif est donc de déterminer, à partir de la mesure en soufflerie des coefficients aérodynamiques, si dans certaines gammes de vitesses et de directions de vent, les amortissements aérodynamiques transversaux et/ou verticaux prennent des valeurs négatives. Cette partie est donc destinée à étudier les instabilités à un degré de liberté, en négligeant dans un premier temps les couplages entre les mouvements transversaux et verticaux du hauban.

2.1. Expression des coefficients d'amortissement aérodynamique transversaux et verticaux

Les coefficients d'amortissement aérodynamique transversaux ζ_{a1} et verticaux ζ_{a2} sont donnés par les relations :

$$\zeta_{a1} = \frac{\Gamma_{a11}}{2m\omega_1} \qquad \text{Équation 179}$$

$$\zeta_{a2} = \frac{\Gamma_{a22}}{2m\omega_2} \qquad \text{Équation 180}$$

L'équation 178 conduit alors aux expressions suivantes des coefficients d'amortissement aérodynamiques :

$$\begin{aligned}\zeta_{a1} = {} & \frac{\rho DU}{4m\omega_1}\left\{\cos^2(\alpha^*)\left[C_D\left(2\cos(\beta^*)+\frac{\tan^2(\alpha^*)}{\cos(\beta^*)}\right)+\frac{\partial C_D}{\partial R_e}R_e\cos(\beta^*)\right.\right.\\ & \left.\left.-\frac{\partial C_D}{\partial \beta^*}\sin(\beta^*)\right]\right\}\\ & -\frac{\rho DU}{4m\omega_1}\left\{\cos(\alpha^*)\sin(\alpha^*)\left[C_L\left(2\cos(\beta^*)-\frac{1}{\cos(\beta^*)}\right)+\frac{\partial C_L}{\partial R_e}R_e\cos(\beta^*)\right.\right.\\ & \left.\left.-\frac{\partial C_L}{\partial \beta^*}\sin(\beta^*)\right]\right\}\end{aligned} \qquad \text{Équation 181}$$

$$\begin{aligned}\zeta_{a2} = {} & \frac{\rho DU}{4m\omega_2}\left\{\sin^2(\alpha^*)\left[C_D\left(2\cos(\beta^*)+\frac{1}{\cos(\beta^*)\tan^2(\alpha^*)}\right)+\frac{\partial C_D}{\partial R_e}R_e\cos(\beta^*)\right.\right.\\ & \left.\left.-\frac{\partial C_D}{\partial \beta^*}\sin(\beta^*)\right]\right\}\\ & +\frac{\rho DU}{4m\omega_2}\left\{\cos(\alpha^*)\sin(\alpha^*)\left[C_L\left(2\cos(\beta^*)-\frac{1}{\cos(\beta^*)}\right)+\frac{\partial C_L}{\partial R_e}R_e\cos(\beta^*)\right.\right.\\ & \left.\left.-\frac{\partial C_L}{\partial \beta^*}\sin(\beta^*)\right]\right\}\end{aligned} \qquad \text{Équation 182}$$

Le modèle général utilisé permet de tenir compte de la dépendance des coefficients aérodynamiques à la fois vis-à-vis de β^* et du nombre de Reynolds R_e.

Remarquons que l'expression 181 du coefficient d'amortissement aérodynamique transversal permet en particulier de retrouver le critère d'instabilité relatif au phénomène de chute de traînée. En effet, dans le cas d'un cylindre perpendiculaire à l'écoulement : $\alpha^* = 0$ et $\beta^* = 0$. En négligeant le coefficient de portance, le critère d'instabilité relatif au phénomène de chute de traînée s'écrit :

$$\zeta_1 + \zeta_{a1} = \zeta_1 + \frac{\rho D U}{4 m \omega_1}\left[2C_D + \frac{\partial C_D}{\partial R_e} R_e\right] < 0 \qquad \text{Équation 183}$$

Les termes en $\dfrac{\partial C_L}{\partial R_e}$ dans les équations 181 et 182 vont permettre quant à eux d'évaluer l'influence des variations importantes du coefficient de portance en fonction du nombre de Reynolds dans le régime critique relevées au chapitre 5. Enfin, les termes en $\dfrac{\partial C_L}{\partial \beta^*}$ vont permettre de vérifier l'hypothèse émise par Cheng et al. [2003 a] et Carassale et al. [2005 a-b], selon laquelle le galop des câbles inclinés secs est dû à une généralisation du galop de Den Hartog intervenant lorsque :

$$\begin{aligned}\zeta_2 + \zeta_{a2} = \zeta_2 + \frac{\rho D U}{4 m \omega_2}\left\{\sin^2(\alpha^*)\left[C_D\left(2\cos(\beta^*) + \frac{1}{\cos(\beta^*)\tan^2(\alpha^*)}\right)\right.\right.\\ \left.\left. - \frac{\partial C_D}{\partial \beta^*}\sin(\beta^*)\right]\right\} \qquad \text{Équation 184}\\ + \frac{\rho D U}{4 m \omega_2}\left\{\cos(\alpha^*)\sin(\alpha^*)\left[C_L\left(2\cos(\beta^*) - \frac{1}{\cos(\beta^*)}\right) - \frac{\partial C_L}{\partial \beta^*}\sin(\beta^*)\right]\right\} < 0\end{aligned}$$

(la dépendance des coefficients aérodynamiques vis-à-vis du nombre de Reynolds est alors négligée).

En utilisant les expressions 181 et 182, ainsi que les valeurs des coefficients aérodynamiques moyens mesurées en soufflerie et les paramètres mécaniques du hauban H3Q22 du Pont de l'Iroise, il s'agit désormais d'évaluer ces coefficients d'amortissement aérodynamique dans les conditions de vent correspondant aux vibrations observées sur site.

2.2. Evaluation des coefficients aérodynamiques dans les conditions de vent relatives aux vibrations observées sur site

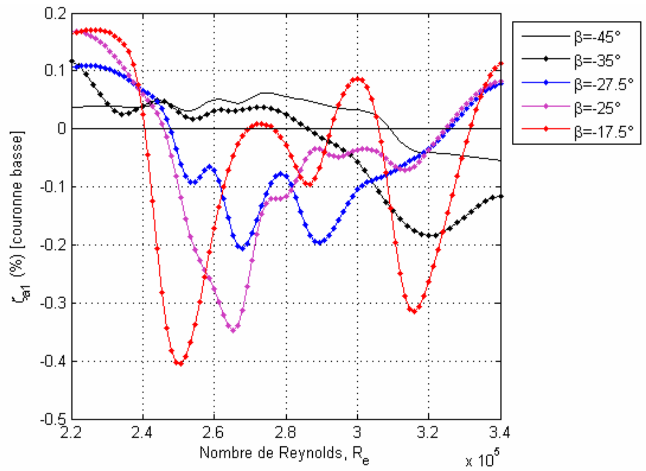
L'objectif est de déterminer si les caractéristiques de l'écoulement autour du hauban identifiées en soufflerie dans le régime critique et dans les directions de vent correspondant aux vibrations observées sur site se traduisent par des valeurs négatives des amortissements aérodynamiques, qui conduiraient à la mise en vibration.

2.2.1. Evaluation de l'amortissement aérodynamique transversal

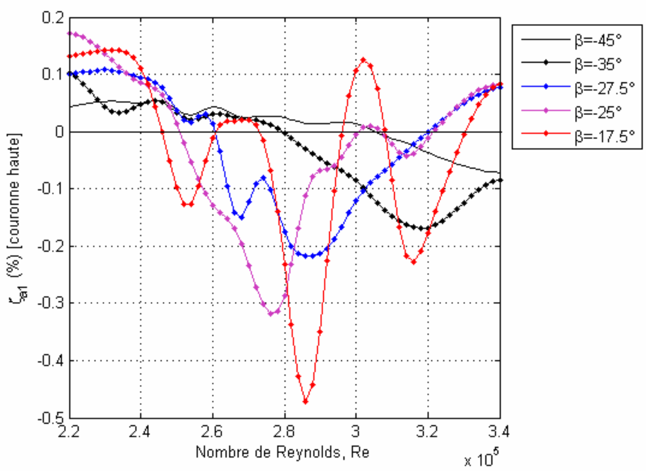
L'objectif est d'identifier, dans la gamme de directions correspondant aux vibrations observées sur site, les éventuelles valeurs négatives de l'amortissement aérodynamique transversal. Pour cela, le coefficient d'amortissement est calculé grâce à la formule 181 et aux valeurs des coefficients aérodynamiques moyens mesurées en soufflerie sur le modèle statique, au niveau des 2 couronnes de pression (chapitre 5). Pour les calculs, les paramètres mécaniques du hauban sont supposés égaux à ceux du hauban H3Q22 du Pont de l'Iroise (hauban le plus sensible aux vibrations). Soit donc :

- m = 79.6 kg/m : la masse linéique du hauban,
- $f_1 = f_2 = 2.20$ Hz : les fréquences des mouvements transversaux et verticaux (le hauban H3Q22 est supposé vibrer suivant son 3ème mode, mode le plus sollicité sur le site),
- D = 0.2 m : le diamètre du hauban (il s'agit ici du diamètre de la maquette utilisée en soufflerie).

La Figure 149 présente alors les coefficients d'amortissements aérodynamiques transversaux dans la gamme de directions de vent correspondant aux vibrations observées sur site.



a)



b)

Figure 149. Evolution dans le régime critique, pour différentes directions de vent, de l'amortissement aérodynamique transversal calculé au niveau de la couronne basse (a) et de la couronne haute (b).

La Figure 149 montre que dans ces directions de vent, des valeurs négatives de l'amortissement aérodynamique transversal apparaissent dans le régime critique. De plus, le comportement de ce coefficient présente une évolution similaire en fonction de β sur les deux couronnes.

Ainsi pour $\beta < -30°$, le coefficient d'amortissement aérodynamique transversal présente une région de valeurs faiblement négatives (supérieures à -0.2 %). Dans le cas du hauban H3Q22 du Pont de l'Iroise, dont le 3ème mode présente un amortissement structurel de 0.203 %, ces valeurs ne suffisent donc pas à provoquer une instabilité.

Pour des valeurs supérieures de β, nous constatons un glissement des valeurs négatives du coefficient d'amortissement aérodynamique transversal vers des valeurs plus faibles du nombre de Reynolds, accompagné d'une augmentation, en valeur absolue, de ces valeurs négatives. Par exemple, pour $\beta = -27.5°$, la valeur minimale de ζ_{a1} est de l'ordre de -0.2 % sur la couronne basse pour $R_e = 2.68\ 10^5$, tandis que pour $\beta = -25°$, elle est de -0.35 % pour $R_e = 2.65\ 10^5$.

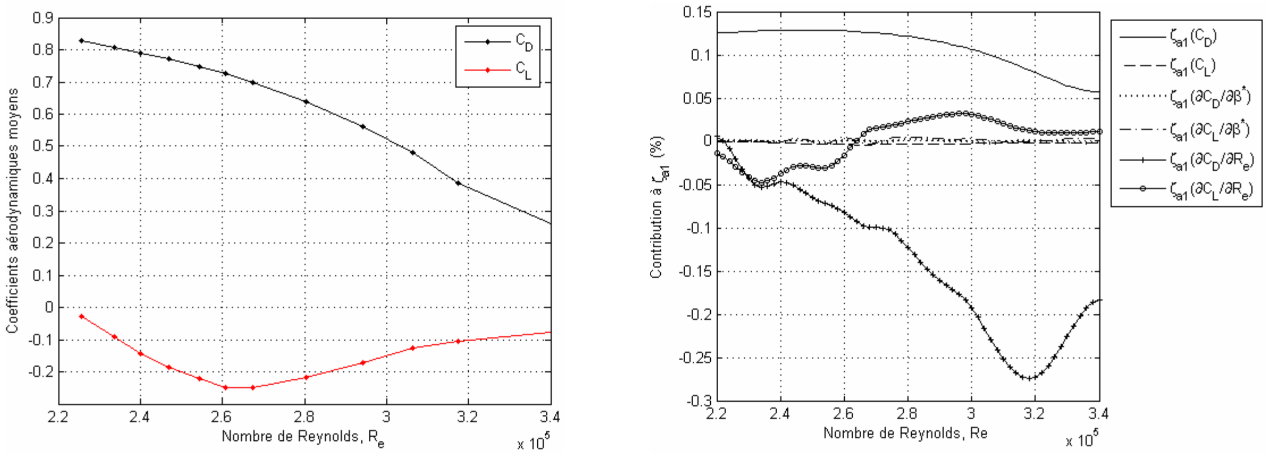
Enfin pour $\beta > -17.5°$, le coefficient d'amortissement aérodynamique transversal présente des valeurs négatives dans 2 (voire 3 sur la couronne haute) régions distinctes.
Bien que le coefficient d'amortissement aérodynamique transversal présente une évolution similaire en fonction de la direction du vent sur les 2 couronnes, nous voyons également que les valeurs négatives de ζ_{a1} n'apparaissent pas pour les mêmes valeurs de R_e, selon qu'il est calculé à partir des mesures de pression au niveau de la couronne basse ou au niveau de la couronne haute. Ces différences sont particulièrement significatives pour $R_e < 3\ 10^5$. Ce résultat est la traduction directe de la faible corrélation, signalée au chapitre 5, des coefficients aérodynamiques le long du hauban en début de régime critique.

De façon à expliquer cette évolution complexe du coefficient d'amortissement aérodynamique transversal, le paragraphe suivant présente la contribution de chacun des termes de ζ_{a1}.

2.2.2. Identification des propriétés de l'écoulement responsables des valeurs négatives de ζa1

L'objectif est en particulier d'expliquer l'évolution différente de ζ_{a1} dans le régime critique suivant la direction du vent. Pour cela la contribution de chacun des termes de l'équation 181 à l'amortissement aérodynamique (calculé à partir des mesures de pression au niveau de la couronne basse) est présentée pour $\beta = -35°$, $\beta = -25°$ et $\beta = -17.5°$. Dans la suite le terme de ζ_{a1} proportionnel à C_D est noté par exemple $\zeta_{a1}(C_D)$.

Dans le cas où $\beta = -35°$, la Figure 150b montre que les valeurs négatives de l'amortissement aérodynamique transversal sont dues essentiellement au phénomène de chute de traînée, caractéristique du régime critique des cylindres à section circulaire (contribution du terme $\zeta_{a1}\left(\dfrac{\partial C_D}{\partial R_e}\right)$). Dans ce cas, le coefficient de portance reste relativement faible (de l'ordre de -0.2), et les variations de portance ne contribuent quasiment pas aux valeurs négatives de ζ_{a1}.
Ce cas est représentatif de ce qui se passe pour $-45° < \beta < -30°$.



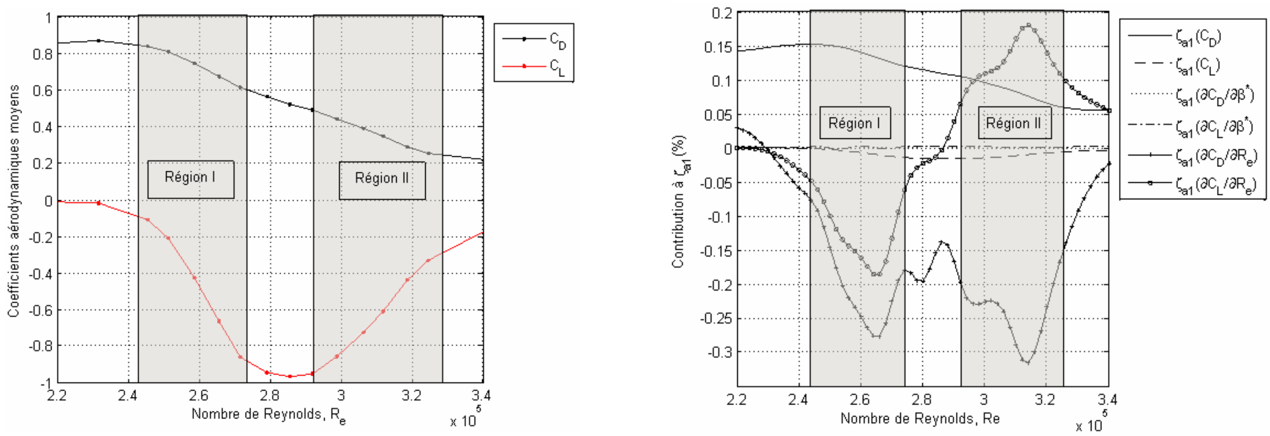
a) b)

Figure 150. Evolution des coefficients aérodynamiques moyens (a) et de la contribution de chacun des termes de ζ_{a1} (b) dans le régime critique, pour $\beta = -35°$.

Les cas β = -25° et β = -17.5° sont représentatifs de ce qui se passe dans les directions correspondant à la majorité des vibrations observées sur les haubans du Pont de l'Iroise. Les Figures 151-152 montrent que les variations du coefficient d'amortissement aérodynamique transversal ζ_{a1} sont dues principalement à deux mécanismes simultanés :

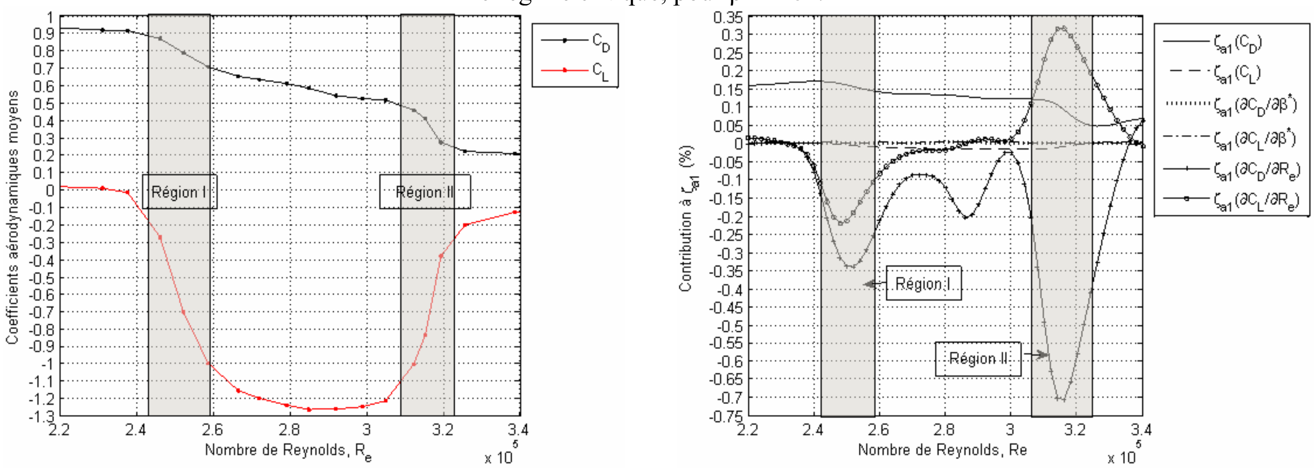
- la chute de traînée, relative au terme $\zeta_{a1}\left(\dfrac{\partial C_D}{\partial R_e}\right)$,
- les variations rapides du coefficient de portance avec le nombre de Reynolds en début et en fin de régime critique, relatives au terme $\zeta_{a1}\left(\dfrac{\partial C_L}{\partial R_e}\right)$.

Dans ces directions, les Figures 151a-152a rappellent que la transition intervenant dans l'écoulement autour du hauban dans le régime critique peut se décomposer en deux régions.
Le début du régime critique, que nous noterons Région I dans la suite, se traduit par une première diminution de la traînée, corrélée avec l'apparition d'un coefficient de portance important.
La fin du régime critique, notée Région II dans la suite, correspond quant à elle à une deuxième diminution de la traînée et à une annulation de la portance.



a) b)

Figure 151. Evolution des coefficients aérodynamiques moyens (a) et de la contribution de chacun des termes de ζ_{a1} (b) dans le régime critique, pour β = -25°.



a) b)

Figure 152. Evolution des coefficients aérodynamiques moyens (a) et de la contribution de chacun des termes de ζ_{a1} (b) dans le régime critique, pour β = -17.5°.

Les Figures 151b-152b montrent que l'évolution des coefficients aérodynamiques ne se traduit pas de la même façon dans les 2 régions.
Dans la Région I, les valeurs négatives de ζ_{a1} sont dues à l'influence simultanée de la chute de traînée et de l'évolution rapide du coefficient de portance en début de régime critique.
Dans la Région II, l'influence des variations des coefficients C_D et C_L est différente. Ainsi la 2ème diminution de traînée contribue à l'instabilité (contribution négative à ζ_{a1}), tandis que l'annulation du coefficient de portance agit comme un stabilisateur. Dans le cas $\beta = -25°$, les variations de traînée et de portance tendent alors à se compenser, tandis que dans le cas $\beta = -17.5°$ la variation de traînée est telle qu'elle suffit à engendrer une valeur négative de ζ_{a1} (Fig. 149a). Dans cette Région II, les valeurs négatives de l'amortissement aérodynamique transversal sont donc dues uniquement au phénomène de chute de traînée.

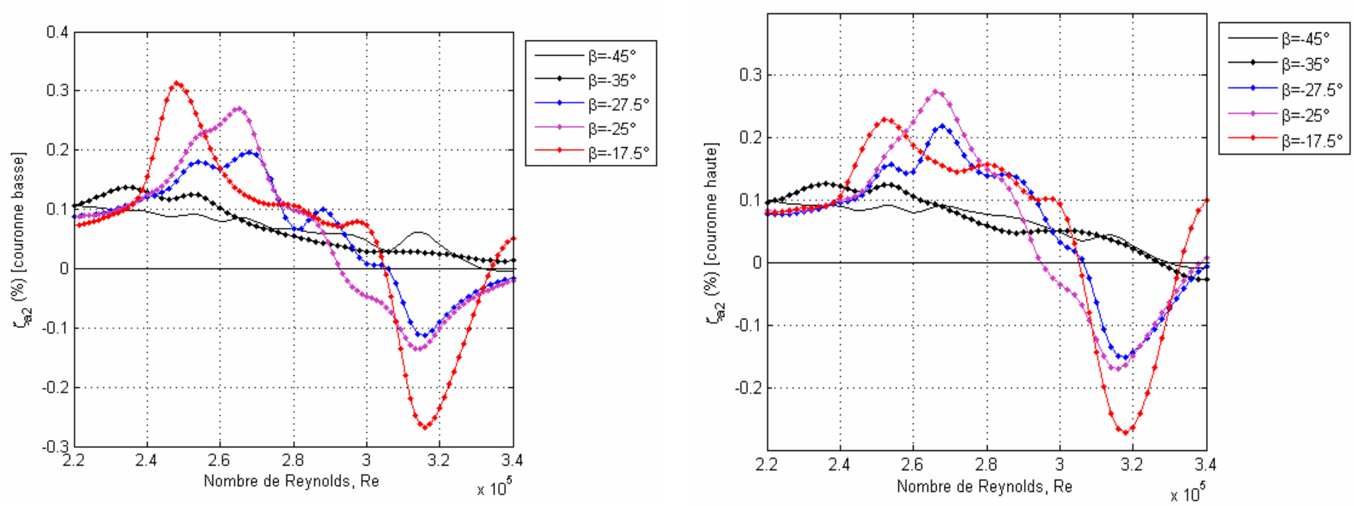
De façon à évaluer l'influence des propriétés de l'écoulement dans le régime critique sur le mouvement vertical du hauban, il s'agit de réaliser une analyse similaire sur le coefficient d'amortissement aérodynamique vertical ζ_{a2}.

2.2.3. Evaluation de l'amortissement aérodynamique vertical

Comme pour l'évaluation de ζ_{a1}, le coefficient d'amortissement aérodynamique vertical ζ_{a2} est calculé grâce à l'expression 182, aux paramètres mécaniques du hauban H3Q22 du Pont de l'Iroise et aux valeurs des coefficients aérodynamiques moyens mesurés en soufflerie.

La Figure 153 montre l'apparition de valeurs importantes du coefficient d'amortissement aérodynamique vertical pour $\beta > -30°$, en début et en fin de régime critique. En particulier, ζ_{a2} prend des valeurs négatives en fin de régime critique.

Signalons de plus que l'évolution de ζ_{a2} en fonction du nombre de Reynolds est similaire au niveau de la couronne basse et de la couronne haute.



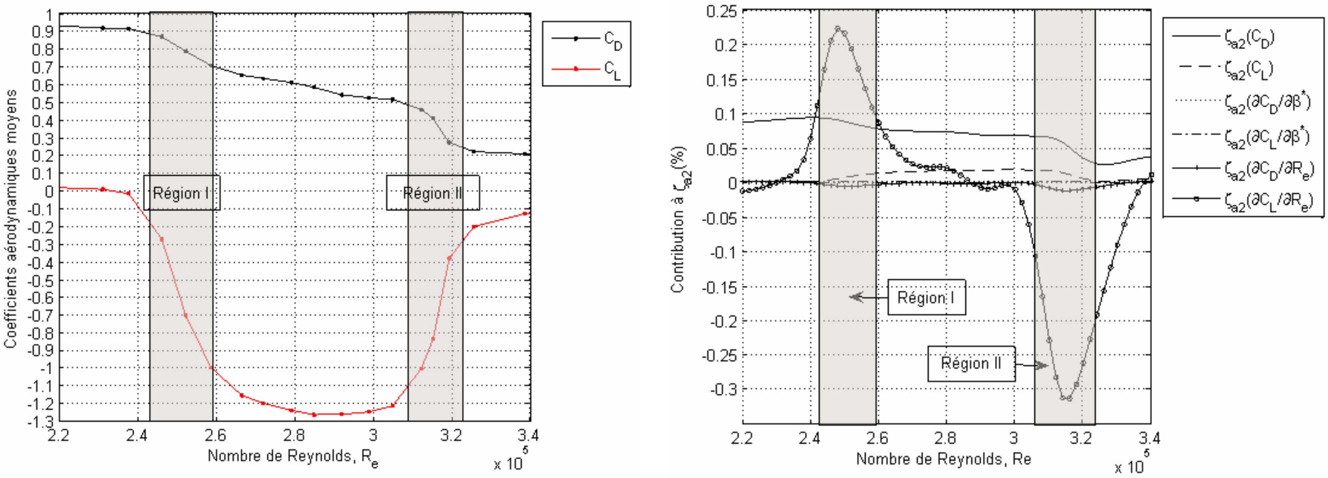
a) b)

Figure 153. Evolution dans le régime critique, pour différentes directions de vent, de l'amortissement aérodynamique vertical calculé au niveau de la couronne basse (a) et de la couronne haute (b).

Il s'agit désormais d'identifier les propriétés de l'écoulement responsables des valeurs négatives du coefficient d'amortissement aérodynamique vertical.

2.2.4. Identification des propriétés de l'écoulement responsables des valeurs négatives de ζ_{a2}

L'objectif est ici d'évaluer la contribution de chacun des termes de l'équation 182 à l'amortissement aérodynamique vertical. La Figure 154 présente la contribution de chacun des termes de ζ_{a2}, calculée à partir des valeurs des coefficients aérodynamiques moyens mesurés au niveau de la couronne basse sur le modèle statique de hauban, dans le cas $\beta = -17.5°$.



a) b)

Figure 154. Evolution des coefficients aérodynamiques moyens (a) et de la contribution de chacun des termes de ζ_{a2} (b) dans le régime critique, pour $\beta = -17.5°$.

La Figure 154 révèle que les variations de ζ_{a2} sont dues principalement à celles du coefficient de portance C_L en fonction du nombre de Reynolds. L'apparition du coefficient de portance dans la Région I définie dans le paragraphe précédent tend alors à augmenter l'amortissement aérodynamique vertical, et donc à stabiliser le hauban. Inversement, dans la Région II la variation rapide de C_L en fonction du nombre de Reynolds contribue aux valeurs négatives de ζ_{a2}.

L'étude des coefficients d'amortissements aérodynamiques permet donc de mettre en évidence l'apparition de valeurs négatives de ζ_{a1} en début de régime critique (Région I) et de ζ_{a1} et ζ_{a2} en fin de régime critique (Région II), dues aux variations importantes des coefficients aérodynamiques en fonction du nombre de Reynolds. Ces amortissements aérodynamiques négatifs peuvent alors conduire à l'instabilité du hauban s'ils compensent son amortissement structurel (c'est-à-dire si $\zeta_1 + \zeta_{a1} \leq 0$ ou $\zeta_2 + \zeta_{a2} \leq 0$).
Néanmoins, pour l'étude de la stabilité du hauban, les mouvements transversaux et verticaux ne peuvent pas a priori être considérés indépendants. L'équation 177 montre en effet que l'action du vent sur le hauban en mouvement conduit à un couplage entre les mouvements verticaux et transversaux (la matrice d'amortissement aérodynamique Γ_a n'étant pas diagonale), qui peut avoir une influence sur la stabilité du système dynamique 177. La partie suivante est donc destinée à évaluer ces termes de couplage dans le régime critique en

fonction des mesures réalisées en soufflerie et d'étudier leur influence sur la stabilité du hauban.

3. Etude de la stabilité du modèle de hauban à 2 degrés de liberté

3.1. Evaluation des termes de couplage entre les mouvements transversaux et verticaux

3.1.1. Expression des termes de couplage

De façon à évaluer les termes de couplage entre le mouvement transversal et le mouvement vertical du hauban grâce aux mesures en soufflerie des coefficients aérodynamiques, il s'agit tout d'abord de déterminer leur expression analytique.
D'après l'équation 177, le mouvement du hauban est modélisé par le système dynamique suivant :

$$\begin{cases} \ddot{q}_1 + 2(\zeta_1 + \zeta_{a1})\omega_1.\dot{q}_1 + \omega_1^{\,2}.q_1 + \dfrac{\Gamma_{a12}}{m}.\dot{q}_2 = 0 \\ \ddot{q}_2 + 2(\zeta_2 + \zeta_{a2})\omega_2\dot{q}_2 + \omega_2^{\,2}q_2 + \dfrac{\Gamma_{a21}}{m}.\dot{q}_1 = 0 \end{cases} \qquad \text{Équation 185}$$

Et les expressions analytiques des termes de couplage se déduisent de l'équation 178. Soit :

$$\begin{aligned} C_{a12} = \frac{\Gamma_{a12}}{2m\omega_1} = \frac{\rho DU}{4m\omega_1}&\left\{\sin(\alpha^*)\cos(\alpha^*)\left[C_D\left(2\cos(\beta^*) - \frac{1}{\cos(\beta^*)}\right)\right.\right. \\ &\left.\left. + \frac{\partial C_D}{\partial R_e}R_e\cos(\beta^*) - \frac{\partial C_D}{\partial \beta^*}\sin(\beta^*)\right]\right\} \\ - \frac{\rho DU}{4m\omega_1}&\left\{\sin^2(\alpha^*)\left[C_L\left(2\cos(\beta^*) + \frac{1}{\cos(\beta^*)\tan^2(\alpha^*)}\right) + \frac{\partial C_L}{\partial R_e}R_e\cos(\beta^*)\right.\right. \\ &\left.\left. - \frac{\partial C_L}{\partial \beta^*}\sin(\beta^*)\right]\right\} \end{aligned} \qquad \text{Équation 186}$$

$$\begin{aligned} C_{a21} = \frac{\Gamma_{a21}}{2m\omega_2} = \frac{\rho DU}{4m\omega_2}&\left\{\sin(\alpha^*)\cos(\alpha^*)\left[C_D\left(2\cos(\beta^*) - \frac{1}{\cos(\beta^*)}\right)\right.\right. \\ &\left.\left. + \frac{\partial C_D}{\partial R_e}R_e\cos(\beta^*) - \frac{\partial C_D}{\partial \beta^*}\sin(\beta^*)\right]\right\} \\ + \frac{\rho DU}{4m\omega_2}&\left\{\cos^2(\alpha^*)\left[C_L\left(2\cos(\beta^*) + \frac{\tan^2(\alpha^*)}{\cos(\beta^*)}\right) + \frac{\partial C_L}{\partial R_e}R_e\cos(\beta^*)\right.\right. \\ &\left.\left. - \frac{\partial C_L}{\partial \beta^*}\sin(\beta^*)\right]\right\} \end{aligned} \qquad \text{Équation 187}$$

Dans la suite, de façon à pouvoir comparer les valeurs des termes de couplage à celles des coefficients d'amortissements aérodynamiques ζ_{a1} et ζ_{a2}, nous considérerons les termes C_{a12} et C_{a21} plutôt que les termes $\frac{\Gamma_{a12}}{m}$ et $\frac{\Gamma_{a21}}{m}$.

Il s'agit désormais d'évaluer les termes C_{a12} et C_{a21} dans le régime critique à partir des mesures réalisées en soufflerie et des paramètres mécaniques du hauban H3Q22 du Pont de l'Iroise.

3.1.2. Etude de l'évolution des termes de couplage dans le régime critique

Les expressions précédentes des termes de couplage permettent désormais de les évaluer à partir des mesures des coefficients aérodynamiques réalisées en soufflerie. Les paramètres mécaniques du hauban utilisés pour le calcul sont ceux utilisés précédemment pour le calcul des coefficients d'amortissements aérodynamiques.

La Figure 155 montre que le coefficient de couplage C_{a12} augmente de façon importante durant le régime critique. Ce résultat apparaît de façon significative au niveau des 2 couronnes pour $\beta < -30°$ (directions de vent correspondant aux vibrations observées sur les haubans du Pont de l'Iroise).
Notons également le signe de C_{a12}, toujours positif d'après les mesures réalisées en soufflerie.

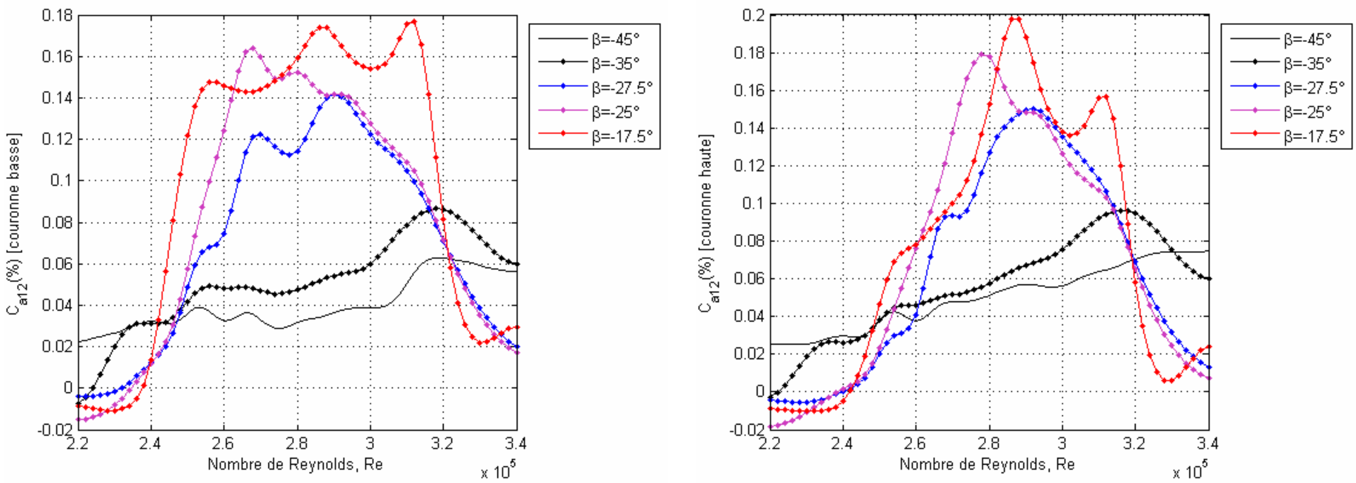
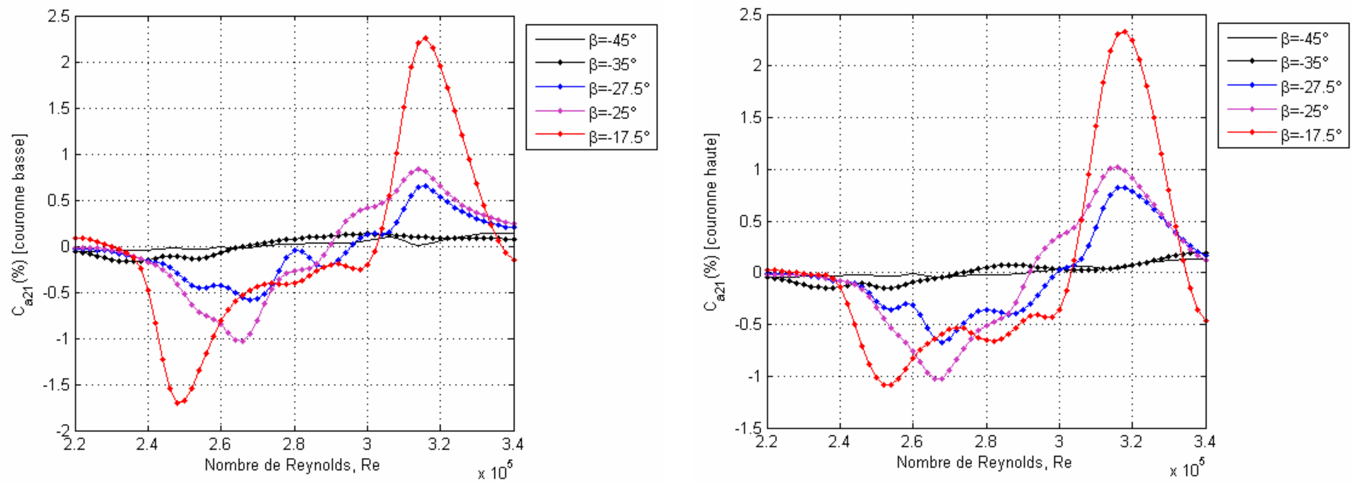


Figure 155. Evolution dans le régime critique, pour différentes directions de vent, du terme de couplage C_{a12} calculé au niveau de la couronne basse (a) et de la couronne haute (b).

La Figure 156 montre quant à elle que les valeurs minimales et maximales du terme de couplage C_{a21}, qui apparaissent respectivement en début (Région I) et en fin de régime critique (Région II), augmentent également en valeur absolue pour $\beta < -30°$. Contrairement à C_{a12} le signe de C_{a21} change entre les 2 régions : il est négatif dans la Région I, et positif dans la Région II.



a) b)

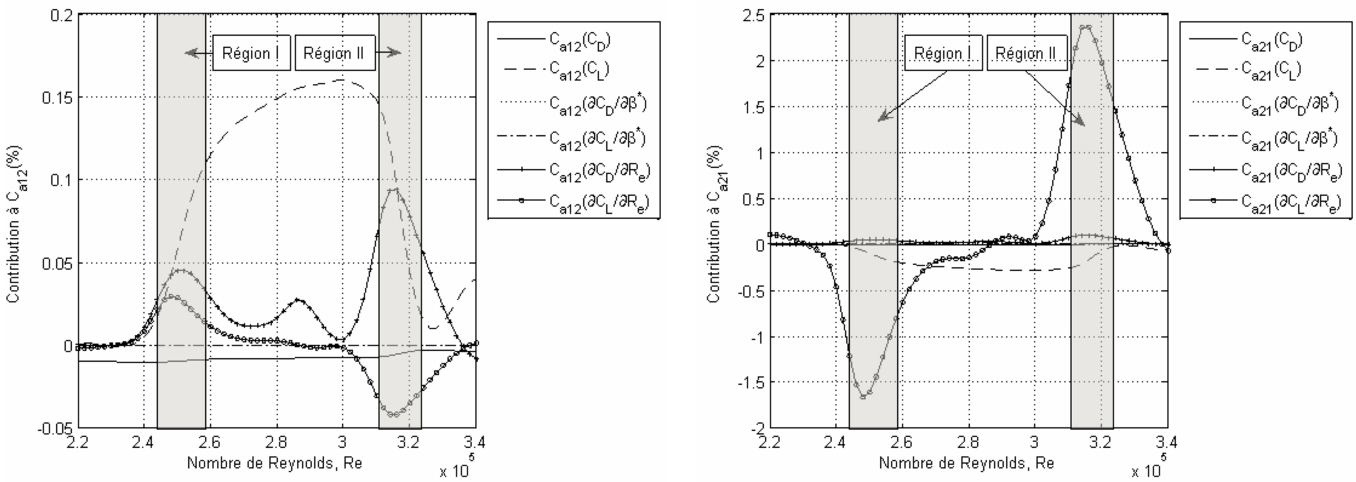
Figure 156. Evolution dans le régime critique, pour différentes directions de vent, du terme de couplage C_{a21} calculé au niveau de la couronne basse (a) et de la couronne haute (b).

Nous verrons dans la suite comment le signe de C_{a12} et C_{a21} influe sur la stabilité du hauban.

De façon à identifier les mécanismes à l'origine de ces couplages entre les mouvements transversaux et verticaux du hauban, il reste à évaluer la contribution des différents termes des équations 186 et 187.

3.1.3. Détermination des propriétés de l'écoulement responsables des couplages entre les mouvements transversaux et verticaux

Pour étudier l'influence de l'écoulement sur les couplages entre les mouvements verticaux et transversaux dans les directions de vent correspondant aux vibrations observées sur le Pont de l'Iroise, les différents termes des équations 186 et 187 ont été évalués dans le cas β = -17.5° (à partir des mesures de pression au niveau de la couronne basse) et représentés sur la Figure 157.



a) b)

Figure 157. Evolution de la contribution de chacun des termes de C_{a12} (a) et C_{a21} (b) dans le régime critique, pour β = -17.5°.

Ainsi, la Figure 157a montre que le terme de couplage C_{a12} est lié principalement à la valeur du coefficient de portance C_L (contribution maximale du terme $C_{a12}(C_L)$).
Le terme C_{a21} est quant à lui directement associé aux variations rapides du coefficient de portance en fonction du nombre Reynolds dans les Régions I et II. Remarquons que ce terme de couplage présente des valeurs nettement supérieures à celles de C_{a12} et des coefficients d'amortissement aérodynamique ζ_{a1} et ζ_{a2} (environ 10 fois supérieures en valeur absolue).

L'évaluation des coefficients d'amortissement aérodynamique ainsi que des termes de couplage permet désormais d'étudier la stabilité du hauban, dont la dynamique est donnée par l'équation 185.

3.2. Etude de la stabilité du hauban dans le régime critique

Les solutions de l'équation 185 du mouvement du hauban sont du type :

$$q(t) = Q.e^{\lambda t} \qquad \text{Équation 188}$$

Le hauban est alors stable si et seulement si la partie réelle de λ reste strictement négative. L'objectif est donc d'évaluer λ en fonction des coefficients aérodynamiques mesurés en soufflerie et des paramètres mécaniques du hauban considéré. Dans un premier temps, il s'agit d'établir une expression analytique des valeurs propres λ du système dynamique.

3.2.1. Expression analytique des valeurs propres du système dynamique

La méthode de perturbation utilisée est celle développée par Luongo et Piccardo [2005], qui permet, en introduisant le paramètre $\omega = \omega_1 / \omega_2$ (rapport entre la fréquence du mouvement transversal et la fréquence du mouvement vertical du hauban) d'obtenir une expression analytique des valeurs propres du système dynamique 185 dans les 2 cas suivants :

- le cas non-résonant : lorsque les fréquences ω_1 et ω_2 sont distinctes
- les cas quasi-résonants et résonants : lorsque les fréquences des modes transversaux et verticaux sont voisines ou égales.

Comme nous le verrons par la suite, le cas non-résonant est représentatif des câbles présentant une grande flèche (cas des câbles électriques haute tension), tandis que le cas quasi-résonant se rapproche davantage de celui des haubans de pont (le cas résonant correspondant au cas des modes antisymétriques de hauban).

En posant $\tau = \omega_2.t$ le système 185 se réécrit :

$$\ddot{q} + D.\dot{q} + \Omega.q = 0 \qquad \text{Équation 189}$$

avec $q = \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} 2\omega.(\zeta_1 + \zeta_{a1}) & \dfrac{C_{a12}}{m\omega_2} \\ \dfrac{C_{a21}}{m\omega_2} & 2(\zeta_2 + \zeta_{a2}) \end{bmatrix}$, $\Omega = \begin{bmatrix} \omega^2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

La méthode consiste alors à introduire un petit paramètre de perturbation ε << 1 et à poser $D = \varepsilon\widehat{D}$, en considérant que les termes d'amortissements globaux sont faibles (ce qui est vrai dans le cas des haubans de pont). Les solutions du système 185 (données par l'expression 188) sont ensuite développées en fonction de ε sous la forme :

$$\lambda(\varepsilon) = \lambda_0 + \varepsilon\lambda_1 + \varepsilon^2\lambda_2 + \ldots \qquad \text{Équation 190}$$

$$Q(\varepsilon) = Q_0 + \varepsilon Q_1 + \varepsilon^2 Q_2 + \ldots \qquad \text{Équation 191}$$

3.2.1.1. Etude du cas non résonant

Il s'agit d'exprimer les valeurs propres du système dynamique 185 dans le cas où les fréquences f_1 et f_2 des mouvements transversaux et verticaux sont bien distinctes, c'est-à-dire lorsque |ω-1| > O(ε). En annulant les termes d'ordre 0 et les termes d'ordre 1 en ε dans l'équation 190, Luongo et Piccardo [2005] montrent que les valeurs propres sont alors de la forme :

$$\lambda^{(1,2)} = \pm i\omega - \frac{D_{11}}{2} \qquad \text{Équation 192}$$

$$\lambda^{(3,4)} = \pm i - \frac{D_{22}}{2} \qquad \text{Équation 193}$$

D'où, dans notre cas :

$$\mathrm{Re}\left(\lambda^{(1,2)}\right) = -\omega.(\zeta_1 + \zeta_{a1}) \qquad \text{Équation 194}$$

$$\mathrm{Re}\left(\lambda^{(3,4)}\right) = -(\zeta_2 + \zeta_{a2}) \qquad \text{Équation 195}$$

Dans le cas non résonant, la stabilité du câble est donc directement liée au signe des amortissements effectifs (somme de l'amortissement structurel et de l'amortissement aérodynamique), le câble devenant instable dès que l'amortissement effectif transversal et/ou vertical devient négatif. Les termes de couplage n'interviennent pas dans la stabilité du hauban.

3.2.1.2. Etude des cas quasi-résonants et résonants

Nous considérons ici le cas où les fréquences f_1 et f_2 des mouvements transversaux et verticaux sont proches ou égales, c'est-à-dire pour |ω-1| = O(ε). Luongo et Piccardo [2005] introduisent alors le paramètre σ défini par ω = 1 + εσ. Ils montrent que dans ce cas :

$$\lambda^{(1,2)} = i + \frac{1}{4}\left(-tr(D_0) + 2i\sigma\right) \pm \frac{1}{4}\sqrt{tr^2(D_0) - 4.\det(D_0) - 4i\sigma\left(D^0{}_{11} - D^0{}_{22}\right) - 4\sigma^2} \qquad \text{Équation 196}$$

$$\lambda^{(3,4)} = -i + \frac{1}{4}\left(-tr(D_0) - 2i\sigma\right) \pm \frac{1}{4}\sqrt{tr^2(D_0) - 4.\det(D_0) + 4i\sigma\left(D^0{}_{11} - D^0{}_{22}\right) - 4\sigma^2}$$ Équation 197

avec : $D_0 = \begin{bmatrix} D^0{}_{11} & D^0{}_{12} \\ D^0{}_{21} & D^0{}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2(\zeta_1 + \zeta_{a1}) & \dfrac{C_{a12}}{m\omega_2} \\ \dfrac{C_{a21}}{m\omega_2} & 2(\zeta_2 + \zeta_{a2}) \end{bmatrix}.$

En particulier dans le cas résonant, lorsque σ = 0 et ω = 1 :

$$\lambda^{(1,2)} = i + \frac{1}{4}\left(-tr(D_0) \pm \sqrt{tr^2(D_0) - 4.\det(D_0)}\right)$$ Équation 198

$$\lambda^{(3,4)} = -i + \frac{1}{4}\left(-tr(D_0) \pm \sqrt{tr^2(D_0) - 4.\det(D_0)}\right)$$ Équation 199

Le critère d'instabilité du hauban dans le cas quasi-résonant dépend de la valeur de σ. Notons :

$$a = tr^2(D_0) - 4.\det(D_0) - 4\sigma^2$$ Équation 200

$$b = -4\sigma\left(D^0{}_{11} - D^0{}_{22}\right)$$ Équation 201

Alors la partie réelle $X^{(1,2)}$ de $\sqrt{tr^2(D_0) - 4.\det(D_0) - 4i\sigma\left(D^0{}_{11} - D^0{}_{22}\right) - 4\sigma^2}$ et la partie réelle $X^{(3,4)}$ de $\sqrt{tr^2(D_0) - 4.\det(D_0) + 4i\sigma\left(D^0{}_{11} - D^0{}_{22}\right) - 4\sigma^2}$ vérifient :

$$X^{(1,2)} = \pm\sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 + b^2}}{2}}$$ Équation 202

$$X^{(3,4)} = \mp\sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 + b^2}}{2}}$$ Équation 203

La condition nécessaire et suffisante pour qu'il y ait instabilité s'écrit donc :

$$-tr(D_0) + (-1)^{i+1} X^{(i)} > 0$$ Équation 204

Il s'agit désormais d'étudier la stabilité du hauban dans le régime critique à partir des coefficients aérodynamiques mesurés en soufflerie et en fonction du paramètre σ.

3.2.2. Etude de la stabilité du hauban dans le cas non résonant

Selon les expressions 192 et 193 des valeurs propres du système dynamique 189, il apparaît que la stabilité du hauban, conditionnée par le signe de la partie réelle de ces valeurs propres, ne dépend pas des termes de couplage dans le cas non résonant. Dans ce cas, le mouvement transversal (respectivement vertical) du hauban devient divergent lorsque l'amortissement transversal (respectivement vertical) total devient négatif.
Ainsi dans les directions de vent correspondant aux vibrations observées sur les haubans du Pont de l'Iroise, 2 zones d'instabilité apparaissent en début et en fin de régime critique. Ces zones correspondent aux Régions I et II définies dans le paragraphe 2.2.2.
La Figure 158 présente ces 2 zones d'instabilité dans le cas β = -17.5°. Dans les calculs, l'amortissement structurel du hauban est celui correspondant au mode 3 du hauban H3Q22 du Pont de l'Iroise, soit 0.203 %.

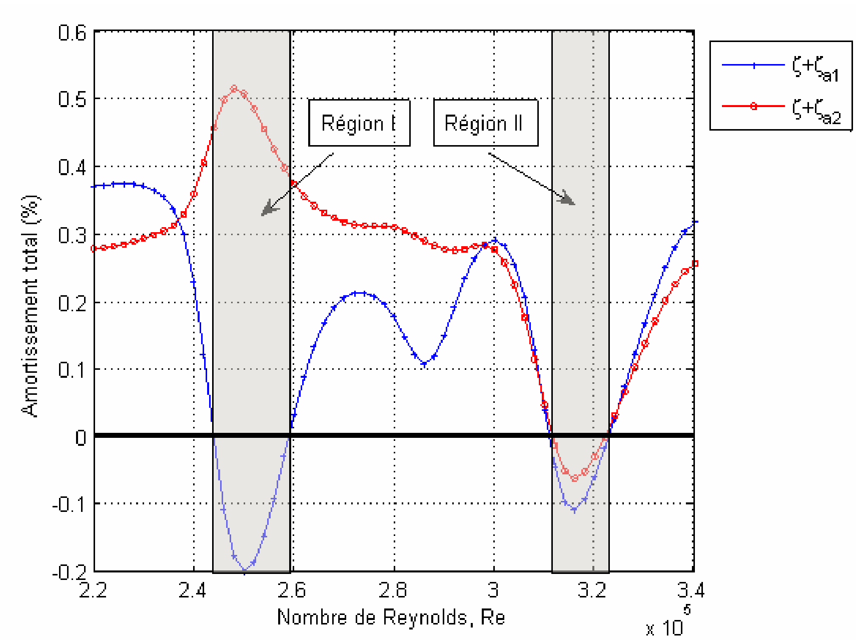


Figure 158. Evolution des coefficients d'amortissement transversaux et verticaux totaux du hauban dans le régime critique, pour β = -17.5°.

Dans le cas non résonant, les instabilités se manifestent différemment dans les Régions I et II. Ainsi dans la Région I, seul le mode transverse peut être divergent (dans le cas d'un modèle linéaire). Le paragraphe 2.2.2. de ce chapitre montre que l'instabilité est alors due à l'influence conjointe du phénomène de chute de traînée et de la variation importante du coefficient de portance avec le nombre de Reynolds en début de régime critique.
Dans la Région II, l'instabilité est associée à une divergence :

- soit du mode transverse, et les vibrations correspondent alors au phénomène de chute de traînée (paragraphe 2.2.2. de ce chapitre),
- soit du mode vertical, et les vibrations s'expliquent par la variation importante du coefficient de portance en fonction du nombre de Reynolds en fin de régime critique (paragraphe 2.2.3. de ce chapitre).

Notons également que pour un taux d'amortissement structurel donné, la stabilité du hauban dans le cas non résonant dépend des fréquences de vibration. Les équations 181 et 182 montrent en effet que les taux d'amortissements aérodynamiques sont inversement proportionnels à la pulsation des mouvements associés. Au-delà d'une fréquence limite f_{lim}, l'amortissement total redevient positif et le câble est alors stable. Ainsi :

- dans la Région I : nous noterons f_{lim1} la fréquence du mouvement transversal au-delà de laquelle l'amortissement effectif transversal redevient positif (le hauban est alors stable dans le cas non résonant). Dans le présent exemple : $f_{lim1} \approx 4.4$ Hz.
- dans la Région II : nous noterons de même f_{lim1}, respectivement f_{lim2}, la fréquence transversale, respectivement verticale, au-delà de laquelle l'amortissement effectif transversal, respectivement vertical, redevient positif. Dans le présent exemple : $f_{lim1} \approx 3.4$ Hz et $f_{lim2} \approx 2.9$ Hz.

Il s'agit désormais de comprendre comment évolue la stabilité du système dynamique 189 lorsque l'on se rapproche du cas des haubans de pont, c'est-à-dire pour de faibles valeurs du paramètre σ. Le paragraphe suivant traite tout d'abord le cas résonant.

3.2.3. Etude de la stabilité du hauban dans le cas résonant

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 1 de ce mémoire, ce cas correspond aux modes antisymétriques des haubans de pont (pour lesquels les fréquences de mouvements transversaux et verticaux sont égales). Selon les équations 198 et 199, le hauban est alors stable si et seulement si :

$$-tr(D_0) \pm \sqrt{tr^2(D_0) - 4.\det(D_0)} < 0 \qquad \text{Équation 205}$$

Il s'agit donc d'étudier cette inégalité dans chacune des régions I et II.

3.2.3.1. Etude de la stabilité du hauban dans la Région I

Le paramètre tr(D) vérifie :

$$tr(D_0) = 2[\zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_{a1} + \zeta_{a2}] \qquad \text{Équation 206}$$

Dans cette région du régime critique, la valeur positive de l'amortissement aérodynamique vertical (due à la variation rapide du coefficient de portance en fonction du nombre de Reynolds en début de régime critique) tend donc à compenser la valeur négative de l'amortissement aérodynamique transversal (due à la chute de traînée et aux variations de portance en fonction du nombre de Reynolds). Le signe de $tr(D_0)$ dépend alors de la fréquence de vibration du hauban, comme le montre la Figure 159a. Autrement dit :

$$\begin{cases} tr(D_0) < 0 \ si \ f < f_{crit} \\ tr(D_0) \geq 0 \ si \ f \geq f_{crit} \end{cases} \qquad \text{Équation 207}$$

la fréquence f_{crit} dépendant des amortissements structurels et aérodynamiques transversaux et verticaux. Notons que la fréquence f_{crit} est inférieure à la fréquence limite f_{lim1} définie dans le paragraphe précédent (ici, pour un amortissement de l'ordre de 0.2 % : f_{crit} = 0.6 Hz).

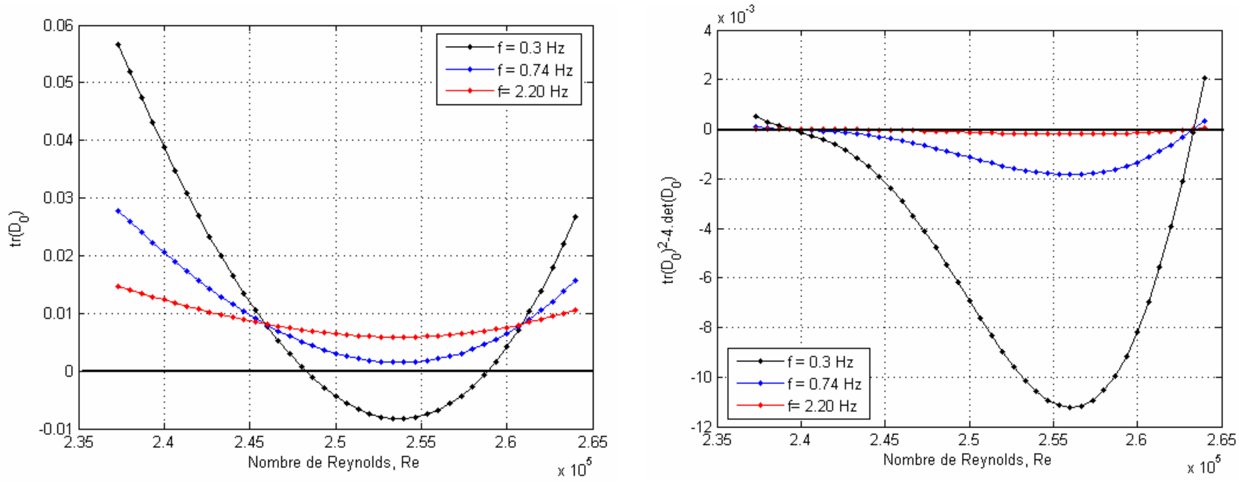
La stabilité du hauban dépend alors du signe du terme $tr^2(D_0) - 4.\det(D_0)$. Or :

$$tr^2(D_0) - 4.\det(D_0) = \left(D^0{}_{11} - D^0{}_{22}\right)^2 + 4.D^0{}_{12}D^0{}_{21} \qquad \text{Équation 208}$$

Nous avons vu par ailleurs au paragraphe 3.1.2. que les termes de couplage C_{a12} et C_{a21} étaient de signe opposé dans la Région I et que C_{a21} était nettement supérieur aux 3 autres termes de la matrice d'amortissement aérodynamique (Fig. 155-156). C'est pourquoi, du fait des termes de couplage :

$$tr^2(D_0) - 4.\det(D_0) < 0 \qquad \text{Équation 209}$$

pour des fréquences de hauban usuelles, comme le montre la Figure 159b (En fait l'inégalité 209 implique que $\det(D_0) > 0$, et ce résultat est vrai quelle que soit la fréquence de vibration).



a) b)

Figure 159. Evolution des paramètres $tr(D_0)$ (a) et $tr(D_0)^2$-4.$\det(D_0)$ (b) dans la Région I dans le cas résonant, pour β = -17.5°.

Ainsi dans le cas résonant dans la région I :

$$\begin{cases} \operatorname{Re}\left(\lambda^{(1,2,3,4)}\right) \geq 0 \ si \ f \leq f_{crit} \\ \operatorname{Re}\left(\lambda^{(1,2,3,4)}\right) < 0 \ si \ f > f_{crit} \end{cases} \qquad \text{Équation 210}$$

Le hauban est donc instable pour des fréquences de vibration inférieures à f_{crit} et il est stable pour des fréquences supérieures. Nous voyons par ailleurs que la stabilisation du hauban pour des fréquences supérieures à f_{crit} (par rapport au cas non résonant) est due aux variations de portance en début de régime critique par l'intermédiaire des couplages entre les modes transverses et verticaux.

3.2.3.2. Etude de la stabilité du hauban dans la Région II

Comme dans le cas précédent, il s'agit d'étudier l'inégalité 205 dans la région II en fonction des mesures réalisées en soufflerie.

Nous avons montré dans le paragraphe 3.1.2. que dans la Région II, les termes de couplage C_{a12} et C_{a21} étaient de même signe et que le terme C_{a21} était nettement supérieur aux 3 autres termes de la matrice d'amortissement aérodynamique (Fig. 155-156). Ainsi :

$$\det(D_0) = D^0{}_{11}D^0{}_{22} - D^0{}_{12}D^0{}_{21}\begin{cases} \leq 0\, si\ f \leq f_{crit} \\ > 0\, si\ f > f_{crit} \end{cases} \qquad \text{Équation 211}$$

la fréquence f_{crit} dépendant des amortissements intrinsèques du hauban (ici, pour un amortissement de l'ordre de 0.2 % : $f_{crit} \approx 11$ Hz). La Figure 160a confirme le résultat de l'inégalité 211 pour des fréquences correspondant aux premières fréquences propres de haubans longs.

Si $f \leq f_{crit}$, l'inégalité 211 implique donc que :

$$tr^2(D_0) - 4.\det(D_0) \geq 0 \qquad \text{Équation 212}$$

résultat confirmé par la Figure 160b, et :

$$-tr(D_0) + \sqrt{tr^2(D_0) - 4.\det(D_0)} \geq -tr(D_0) + \sqrt{tr^2(D_0)} \geq 0 \qquad \text{Équation 213}$$

$$-tr(D_0) - \sqrt{tr^2(D_0) - 4.\det(D_0)} \leq -tr(D_0) - \sqrt{tr^2(D_0)} \leq 0 \qquad \text{Équation 214}$$

Le hauban est alors instable (et un seul couple de valeurs propres est à parties réelles positives).

Si par contre $f > f_{crit}$, alors :

- soit : $tr^2(D_0) - 4.\det(D_0) > 0$, et alors (en particulier $f_{crit} > \max(f_{lim1}, f_{lim2})$) :

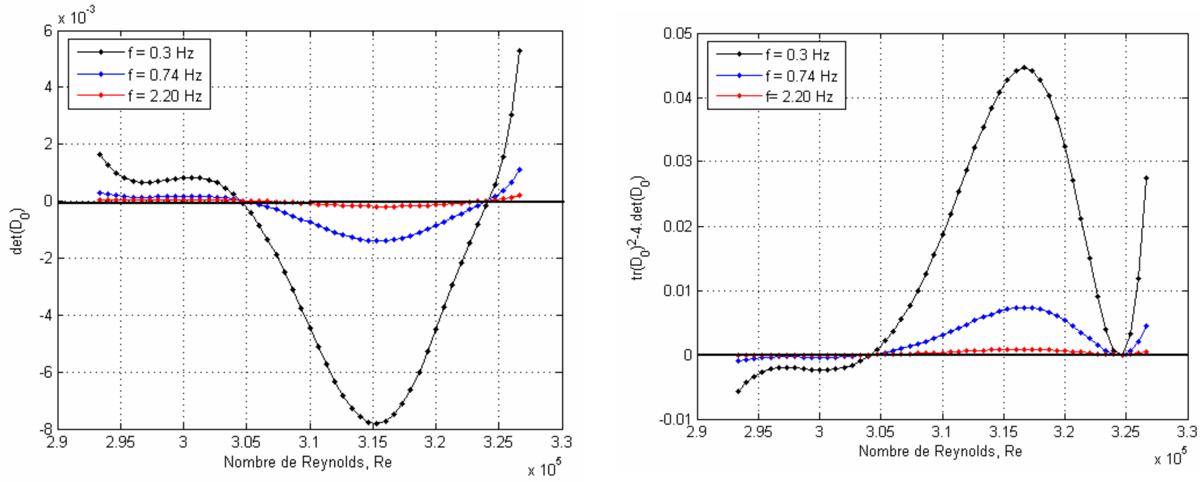
$$-tr(D_0) - \sqrt{tr^2(D_0) - 4.\det(D_0)} < 0 \qquad \text{Équation 215}$$

$$-tr(D_0) + \sqrt{tr^2(D_0) - 4.\det(D_0)} < -tr(D_0) + \sqrt{tr^2(D_0)} < 0 \qquad \text{Équation 216}$$

- soit : $tr^2(D_0) - 4.\det(D_0) \leq 0$, et alors :

$$\mathrm{Re}\left(\lambda^{(1,2,3,4)}\right) < 0 \qquad \text{Équation 217}$$

Le hauban est donc stable pour $f > f_{crit}$.



a) b)

Figure 160. Evolution des paramètres $\det(D_0)$ (a) et $\mathrm{tr}(D_0)^2\text{-}4.\det(D_0)$ (b) dans la Région II dans le cas résonant, pour $\beta = -17.5°$.

Remarquons enfin que pour une fréquence supérieure à $\max(f_{lim1}, f_{lim2})$ et inférieure à la fréquence f_{crit} définie ici, le hauban est instable alors que les amortissements effectifs verticaux et transversaux sont positifs. Autrement dit l'instabilité ne provient plus des valeurs négatives des amortissements aérodynamiques, mais uniquement des couplages induits par le vent entre le mode transverse et le mode vertical. De façon plus générale, ce paragraphe montre donc que dans le cas résonant, l'instabilité associée à la Région II est indépendante du signe des amortissements aérodynamiques. Le phénomène est donc de nature différente du galop de Den Hartog. L'instabilité est en particulier à 2 degrés de liberté.

Après voir traité les cas non résonants et résonants, il s'agit maintenant de comprendre comment s'opère la transition entre ces 2 cas extrêmes. Le paragraphe suivant est donc consacré au cas quasi-statique et décrit l'évolution du comportement du hauban dans les Régions I et II en fonction du paramètre σ.

3.2.4. Etude de la stabilité du hauban dans le cas quasi-résonant

Nous avons vu que le cas résonant correspondait aux modes antisymétriques des haubans de pont. Le cas quasi-résonant doit également être traité dans le cadre de ce doctorat, car il correspond aux modes symétriques des haubans de pont.

3.2.4.1. Etude de la stabilité du hauban dans la Région I

Dans cette région du régime critique, nous avons vu que dans le cas résonant le hauban était stable pour des fréquences supérieures à f_{crit}, de l'ordre de 0.6 Hz pour un amortissement structurel de 0.2 %, et que dans le cas non résonant le câble devenait instable pour une fréquence de vibration transversale inférieure à f_{lim1}, de l'ordre de 4.4 Hz pour un amortissement structurel de 0.2 %. Il s'agit donc d'étudier l'évolution de la stabilité du hauban en fonction du nombre de Reynolds et du paramètre σ. Cette évolution est contrôlée par le critère d'instabilité donné par l'inégalité 204. La Figure 161 présente le cas où $\beta = -17.5°$ et la fréquence du mouvement transversal est f = 2.20 Hz. Ce cas de figure correspond au 3ème mode de vibration du hauban H3Q22, qui est apparu être le plus sensible aux vibrations (chapitre 4).

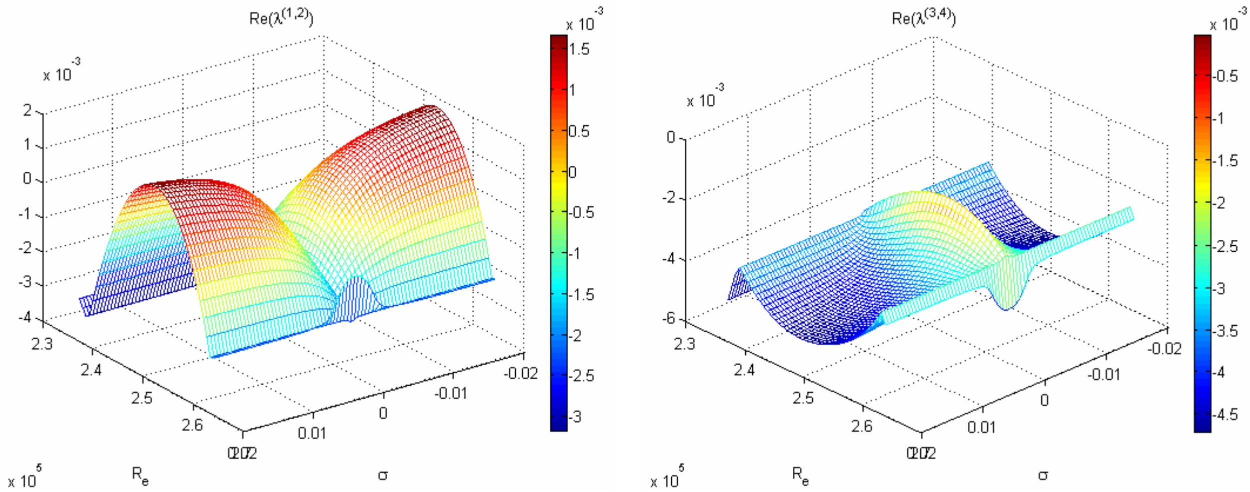


Figure 161. Evolution des valeurs propres du système dynamique en fonction de σ et du nombre de Reynolds dans la Région I, pour β = -17.5°.

La Figure 161b montre donc que quelle que soit la valeur de σ :

$$\mathrm{Re}\left(\lambda^{(3,4)}\right)=\frac{1}{4}\left(-tr(D_0)-\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2+b^2}}{2}}\right)<0 \qquad \text{Équation 218}$$

Par contre, la Figure 161a montre que :

$$\mathrm{Re}\left(\lambda^{(1,2)}\right)=\frac{1}{4}\left(-tr(D_0)+\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2+b^2}}{2}}\right)\begin{cases} <0 \; si \; \sigma_{crit2}<\sigma<\sigma_{crit1} \\ >0 \; si \; \sigma \geq \sigma_{crit1} \; ou \; \sigma \leq \sigma_{crit2} \end{cases} \qquad \text{Équation 219}$$

les valeurs de σ_{crit1} et σ_{crit2} dépendant de la vitesse du vent.

De façon générale, pour une vitesse de vent donnée, notons σ_{crit1} et σ_{crit2} respectivement les valeurs positives et négatives de σ pour lesquelles $-tr(D_0)+\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2+b^2}}{2}}=0$. σ_{crit1} et σ_{crit2} sont représentés en trait continu sur la Figure 162a pour $R_e = 2.53\ 10^5$. Cette figure montre en particulier l'influence de l'amortissement structurel et de la fréquence de vibration du hauban sur la valeur de σ_{crit1} et σ_{crit2}.

Pour une fréquence transversale donnée, si $\sigma_{crit2} < \sigma < \sigma_{crit1}$ (c'est-à-dire entre les courbes représentées en trait continu sur la Figure 162a), alors :

$$-tr(D_0)-\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2+b^2}}{2}}<0 \qquad \text{Équation 220}$$

$$-tr(D_0)+\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2+b^2}}{2}}<0 \qquad \text{Équation 221}$$

Le hauban est alors stable.

Inversement, si $\sigma \geq \sigma_{crit1}$ ou $\sigma \leq \sigma_{crit2}$, alors :

$$-tr(D_0)+\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2+b^2}}{2}}\geq 0 \qquad \text{Équation 222}$$

et le hauban devient instable. Les courbes en trait continu sur la Figure 162a correspondent donc à une première bifurcation entre un état stable et un état instable du hauban. Notons que pour $\sigma \geq \sigma_{crit1}$ ou $\sigma \leq \sigma_{crit2}$ le signe de $-tr(D_0)-\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2+b^2}}{2}}$ dépend également de σ. Ainsi en notant σ_{crit3} et σ_{crit4} respectivement les valeurs positives et négatives de σ pour lesquelles $-tr(D_0)-\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2+b^2}}{2}}=0$ (valeurs correspondant aux courbes en pointillés sur la Figure 162a) :

- si $\sigma > \sigma_{crit3}$ ou $\sigma < \sigma_{crit4}$, alors :

$$-tr(D_0)-\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2+b^2}}{2}}<0 \qquad \text{Équation 223}$$

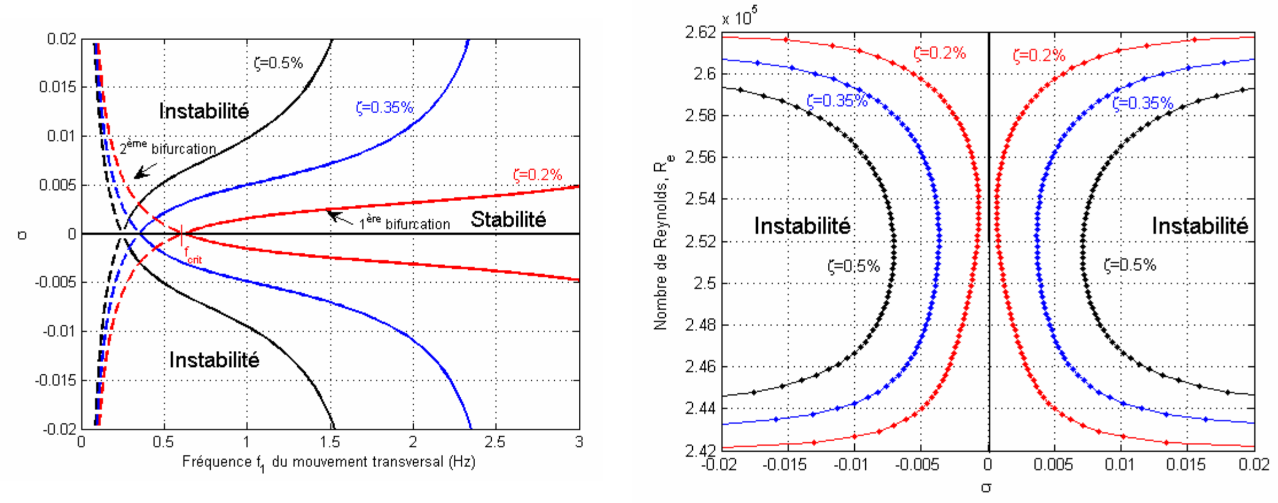
- si $\sigma_{crit4} \leq \sigma \leq \sigma_{crit3}$, alors :

$$-tr(D_0)-\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2+b^2}}{2}}\geq 0 \qquad \text{Équation 224}$$

et le deuxième couple de valeurs propres est également à parties réelles positives. Les courbes en traits pointillés sur la Figure 162a correspondent donc à une deuxième bifurcation entre 2 états instables du hauban.

La Figure 162a montre de plus que les valeurs de σ_{crit1} et σ_{crit2} (autrement dit les frontières entre les régions de stabilité et d'instabilité) ne sont définies, pour un nombre de Reynolds et un amortissement intrinsèque donnés, qu'à partir d'une fréquence de vibration critique, qui diminue lorsque l'amortissement augmente. Ce résultat confirme donc l'existence, dans le cas résonant, d'une fréquence de vibration critique f_{crit} au delà de laquelle le hauban est stable. Il s'agit de la fréquence définie au paragraphe 3.2.3.1.
Remarquons également que d'après la Figure 162a, l'augmentation de l'amortissement structurel du hauban par des amortisseurs additionnels semble être un moyen efficace d'empêcher l'instabilité associée à la Région I. Cette augmentation de l'amortissement

structurel conduit en effet à diminuer la fréquence f_{crit}, ainsi qu'à accroître les valeurs de $|\sigma_{crit1}|$ et $|\sigma_{crit2}|$.



a) b)

Figure 162. Influence de la fréquence de vibration et de l'amortissement structurel (a) ainsi que de la vitesse du vent (b) sur les frontières de la zone d'instabilité relative à la Région I, pour β = -17.5°.

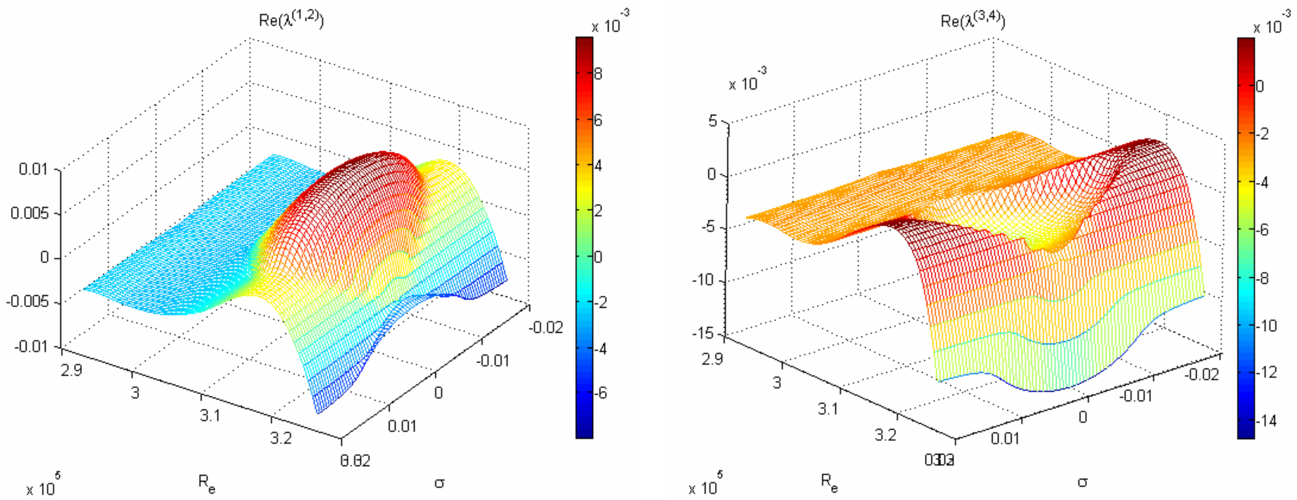
Les valeurs de σ_{crit1} et σ_{crit2} (et donc les frontières entre les régions de stabilité et d'instabilité) dépendent également du nombre de Reynolds. La Figure 162b présente les zones d'instabilité du hauban relatives à la Région I dans le plan (σ, R_e). Dans cet exemple, pour le calcul, la fréquence de vibration a été prise égale à 0.74 Hz (première fréquence propre du hauban H3Q22 du Pont de l'Iroise).

3.2.4.2. Etude de la stabilité du hauban dans la Région II

Dans cette région du régime critique, nous avons vu que pour $f_1 > f_{lim1}$ et $f_2 > f_{lim2}$, avec $f_{lim1} \approx 3.4$ Hz et $f_{lim2} \approx 2.9$ Hz pour un amortissement structurel de 0.2 %, le hauban est stable dans les cas non résonants. Dans le cas résonant en revanche le câble est instable tant que la fréquence de vibration est inférieure à f_{crit}, de l'ordre de 11 Hz pour un amortissement structurel de 0.2 %. Il s'agit désormais d'étudier la stabilité du hauban dans le cas quasi-résonant, c'est-à-dire pour de petites valeurs du paramètre σ.

La Figure 163 illustre le cas où β = -17.5° et la fréquence f du mouvement transversal vérifie f = 2.20 Hz (exemple correspondant au 3ème mode du hauban H3Q22 du Pont de l'Iroise). Dans cet exemple nous voyons que contrairement au comportement du hauban dans la Région I, le câble est instable même pour de petites valeurs de σ. Les modes antisymétriques et les modes symétriques d'ordre élevé peuvent donc être soumis à l'instabilité de la Région II.

Il apparaît également qu'un seul couple de valeurs propres est à parties réelles positives pour de faibles valeurs de σ. Pour des valeurs de σ supérieures à 0.015 ou inférieures à - 0.015, le deuxième couple de valeurs propres est à parties réelles positives (signe d'une bifurcation entre 2 états instables du hauban).



a) b)

Figure 163. Evolution des valeurs propres du système dynamique en fonction de σ et du nombre de Reynolds dans la Région II, pour β = -17.5°.

Soit f_{crit2} la fréquence du mouvement qui, dans le cas résonant, est définie par :

$$\begin{cases} tr(D_0) < 0 \ si \ f < f_{crit2} \\ tr(D_0) \geq 0 \ si \ f \geq f_{crit2} \end{cases}$$ Équation 225

Traitons tout d'abord le cas où la fréquence du mouvement transversal vérifie : $f_l > f_{crit2}$. Dans ce cas :

$$-tr(D_0) - \sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2+b^2}}{2}} < 0$$ Équation 226

Introduisons alors σ_{crit1} et σ_{crit2} respectivement les valeurs positives et négatives de σ pour lesquelles $-tr(D_0) + \sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2+b^2}}{2}} = 0$ (représentées par les courbes en trait continu sur la Figure 164). Alors :

- si $\sigma > \sigma_{crit1}$ ou $\sigma < \sigma_{crit2}$:

$$-tr(D_0) + \sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2+b^2}}{2}} < 0$$ Équation 227

et le hauban est stable.

- si $\sigma_{crit2} \leq \sigma \leq \sigma_{crit1}$:

$$-tr(D_0) + \sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2+b^2}}{2}} \geq 0$$ Équation 228

Le hauban devient donc instable. Les courbes en trait continu sur la Figure 164 représentent donc une première bifurcation entre un état stable et un état instable du câble.

Dans le cas où $f_1 < f_{crit2}$:

$$-tr(D_0)+\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2+b^2}}{2}}>0 \qquad \text{Équation 229}$$

Le hauban est donc instable.
Le signe de la partie réelle du deuxième couple de valeurs propres du système dynamique dépend de σ. Introduisons alors σ_{crit3} et σ_{crit4} respectivement les valeurs positives (minimales) et négatives (maximales) de σ pour lesquelles $-tr(D_0)-\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2+b^2}}{2}}=0$ (représentées par les courbes en pointillés sur la Figure 164). Alors :

- si $\sigma_{crit2} < \sigma < \sigma_{crit1}$:

$$-tr(D_0)-\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2+b^2}}{2}}<0 \qquad \text{Équation 230}$$

- si $\sigma \geq \sigma_{crit3}$ ou $\sigma \leq \sigma_{crit4}$:

$$-tr(D_0)-\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2+b^2}}{2}}\geq 0 \qquad \text{Équation 231}$$

et le deuxième couple de valeurs propres est donc également à parties réelles positives. Les courbes en pointillés sur la Figure 164 représentent donc une deuxième bifurcation entre deux états instables du hauban.

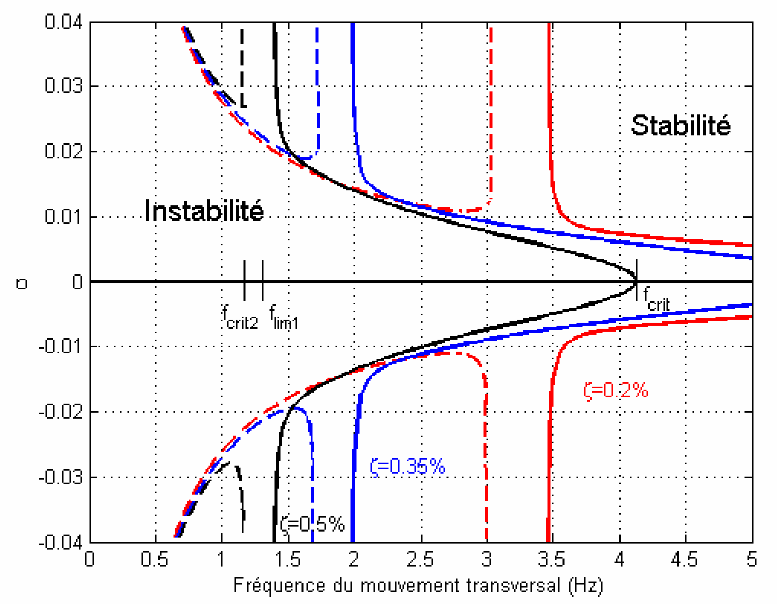


Figure 164. Influence de la fréquence et de l'amortissement intrinsèque du hauban sur les lignes de bifurcation.

Notons enfin que la Figure 164 montre que l'augmentation de l'amortissement structurel du hauban par des amortisseurs additionnels ne semble pas être un moyen efficace pour contrôler l'instabilité associée à la Région II. Ce résultat est dû à l'influence importante des termes de couplage dans cette région. L'analyse réalisée dans les paragraphes précédents indique qu'un profilage de gaine adéquat, permettant de limiter les variations de traînée et de portance en fonction du nombre de Reynolds (ou du moins leur corrélation le long du hauban) serait mieux à même de contrôler le phénomène.

Les paragraphes précédents ont permis d'étudier la stabilité des solutions de l'équation 189 dans un contexte général en fonction de la fréquence de vibration et du paramètre σ. Il s'agit désormais de comprendre comment se traduisent ces résultats dans le cas des haubans de pont et en particulier pour le hauban H3Q22 du Pont de l'Iroise.

3.3. Synthèse des résultats dans le cas du hauban H3Q22 du Pont de l'Iroise

Il s'agit ici de déterminer si les instabilités des Régions I et II peuvent être à l'origine des vibrations observées sur site. Pour cela, le paramètre σ est évalué dans le cas du hauban H3Q22 du Pont de l'Iroise, en fonction du mode considéré. La sensibilité du hauban est ensuite déterminée à partir des diagrammes de stabilité de la Figure 162a (pour la Région I) et de la Figure 164 (pour la Région II).

Le cas des haubans de pont se caractérise par de petites valeurs du paramètre σ. En effet, selon les équations 63 et 64 du chapitre 1 de ce mémoire, pour le $k^{\text{ième}}$ mode de vibration du hauban :

$$\sigma_k = \frac{\omega_{1k}}{\omega_{2k}} - 1 = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{2\lambda^2\alpha_k^{\;2}}{(k\pi)^4}}} - 1 \qquad \text{Équation 232}$$

Or la valeur du paramètre d'Irvine des haubans de pont est petit. Ainsi :

$$\sigma_k \approx -\frac{\lambda^2.\left(1+(-1)^{k+1}\right)^2}{(k\pi)^4} \qquad \text{Équation 233}$$

σ est donc nul pour les modes antisymétriques (modes 2, 4, 6 …) et tend rapidement vers 0 lorsque la fréquence augmente pour les modes symétriques (modes 1, 3, 5 …). Dans le cas du hauban H3Q22 du Pont de l'Iroise, pour lequel $\lambda^2 = 0.176$:

- $\sigma_1 = -7.2\ 10^{-3}$
- $\sigma_3 = -8.9\ 10^{-5}$.

La fréquence des modes 1 et 3 de ce hauban étant respectivement de 0.74 Hz et 2.20 Hz, la Figure 162a montre que ces valeurs de σ impliquent que seul le premier mode de vibration du hauban peut être soumis à l'instabilité de la Région I (l'amortissement du hauban étant de l'ordre de 0.2 %). Et dans ce cas un seul couple de valeurs propres du système dynamique est à parties réelles positives.

Inversement, la Figure 164 montre que tous les premiers modes (jusqu'au 14ème) du hauban H3Q22 peuvent a priori être soumis à l'instabilité de la Région II. D'après les valeurs de σ calculées pour ce hauban, seule la première bifurcation peut alors avoir lieu (un seul couple de valeurs propres à parties réelles positives).

La mise en vibration du hauban H3Q22 suivant son 3ème mode propre, qui représente le cas le plus fréquent sur le Pont de l'Iroise, semble donc à attribuer à l'instabilité de la Région II. Toutefois, l'étude de stabilité réalisée dans les paragraphes précédents ne permet pas, à ce stade, de comparer le comportement du hauban déduit du modèle mathématique avec celui observé sur site. Il s'agit donc désormais de vérifier les résultats théoriques précédents et de comprendre comment ils se traduisent dans le comportement du hauban, afin de pouvoir confronter le modèle aux observations sur site. Pour cela, les paragraphes suivants présentent les résultats de simulations numériques réalisées sur la base d'une généralisation du modèle mathématique développé précédemment, prenant en compte l'influence des non linéarités aérodynamiques.

4. Simulations du comportement non linéaire d'un hauban soumis au phénomène de galop sec

L'étude des valeurs propres du système dynamique linéaire à 2 degrés de liberté représentant le comportement dynamique d'un hauban de pont a permis de mettre en évidence un certain nombre de propriétés du comportement vibratoire d'un hauban soumis au phénomène de galop sec. Nous avons vu en particulier que la stabilité du mode transversal et du mode vertical du câble dans les Régions I et II dépendait de 3 paramètres mécaniques :

- les fréquences de vibration,
- le rapport des fréquences transversale et verticale (représenté par le paramètre σ),
- l'amortissement modal structurel du hauban.

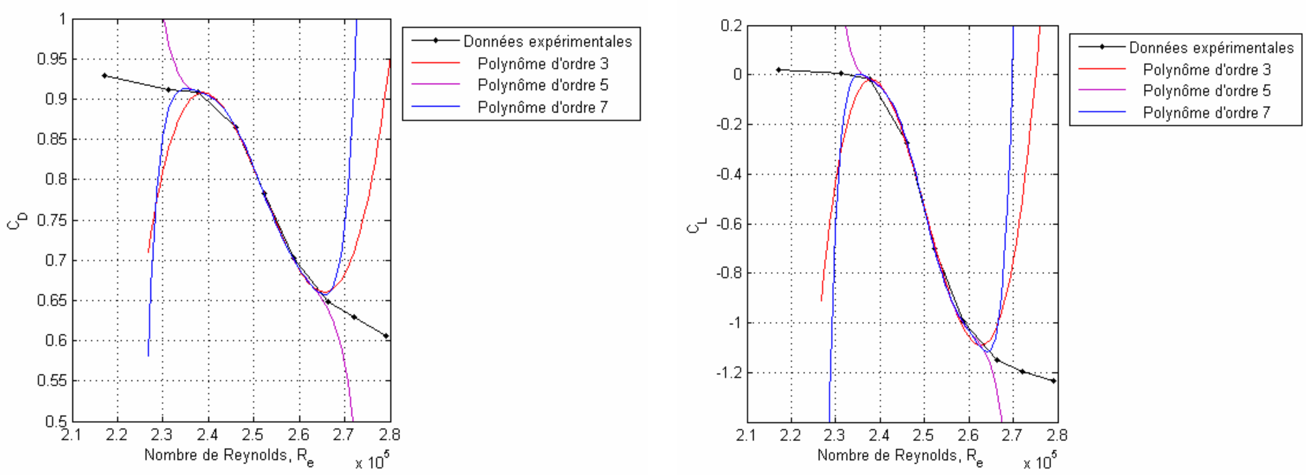
Il s'agit désormais de vérifier ces résultats.
Le deuxième objectif de cette partie est de donner, dans la mesure du possible, un ordre d'idée des amplitudes et des trajectoires de vibration associées aux mesures de pression réalisées en soufflerie sur le modèle statique de hauban (chapitre 5). Le but est ensuite de vérifier la validité du modèle présenté, en comparant ces résultats aux mesures réalisées sur le site du Pont de l'Iroise. Le modèle utilisé doit donc permettre d'appréhender le comportement du hauban après la phase transitoire d'amplification du mouvement.
Dans les Régions I et II, l'évolution des coefficients aérodynamiques C_D et C_L en fonction du nombre de Reynolds R_e, et donc de la vitesse relative de l'écoulement par rapport au hauban en mouvement, est non linéaire. Ainsi, si le modèle linéaire proposé précédemment permet de modéliser le comportement du hauban pour de petits déplacements, il devient faux lorsque l'amplitude augmente. Deux généralisations non linéaires du modèle linéaire précédent sont donc proposées, permettant la simulation du mouvement du hauban dans les zones d'instabilité associées respectivement à la Région I et à la Région II.

4.1. Ecriture des modèles

Les modèles non linéaires proposés s'appuient sur une interpolation des courbes d'évolution des coefficients aérodynamiques en fonction du nombre de Reynolds par des polynômes d'ordre supérieur à 1. L'ordre des polynômes est choisi de façon à modéliser correctement l'évolution des coefficients C_D et C_L sur une bande suffisamment large de vitesses de vent, tout en limitant le nombre de termes du modèle final.
Nous avons vu par ailleurs dans le chapitre précédent que l'évolution des coefficients aérodynamiques en fonction du nombre de Reynolds dépendait de la direction du vent. Les modèles développés dans les paragraphes suivants s'appuient sur l'interpolation des courbes d'évolution des coefficients C_D et C_L en fonction de R_e dans le cas β = -17.5°, représentatif des directions de vent pour lesquelles les vibrations ont été observées sur les haubans du Pont de l'Iroise.

4.1.1. Modèle non linéaire d'un hauban dans la Région I

La première instabilité correspond à une diminution rapide des coefficients de traînée C_D et de portance C_L en fonction du nombre de Reynolds au début du régime critique. Pour l'écriture du modèle, il s'agit d'interpoler les courbes correspondantes par des polynômes de degré tel que le modèle soit valable sur un intervalle de vitesses de vent suffisamment grand.
L'Annexe 2 montre par ailleurs que les termes d'ordre pair des polynômes d'interpolation n'ont pas d'influence sur l'amplitude du mouvement. Nous choisissons donc des polynômes d'ordre impair pour l'interpolation des courbes.
La Figure 165 compare différentes interpolations (obtenues avec le logiciel Matlab) des courbes C_D-R_e et C_L-R_e dans la première zone d'instabilité.



a) b)

Figure 165. Interpolations de l'évolution des coefficients de traînée (a) et de portance (b) en fonction du nombre de Reynolds dans la Région I.

La Figure 165 montre que l'interpolation des courbes par un polynôme d'ordre 3 est suffisante sur la zone d'instabilité.

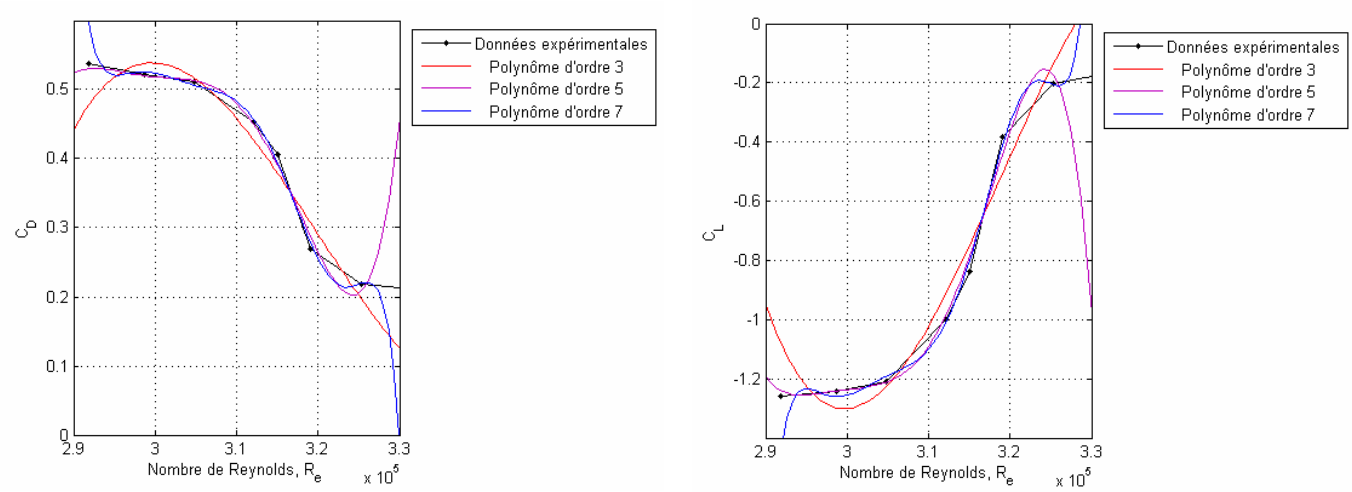
Le développement de l'expression 164 de la force exercée par le vent sur le hauban en mouvement (grâce au logiciel de calcul formel Maple) permet alors d'écrire le système dynamique régissant le mouvement du cylindre dans la Région I. Ce système est de la forme :

$$\begin{cases} \ddot{q}_1 + 2\zeta\omega_1\dot{q}_1 + \omega_1{}^2 q_1 + A_1.\dot{q}_1 + B_1.\dot{q}_2 + C_1.(\dot{q}_1)^3 + D_1.(\dot{q}_1)^2.\dot{q}_2 + E_1.\dot{q}_1.(\dot{q}_2)^2 \\ \qquad + F_1.(\dot{q}_2)^3 = G_1 \\ \ddot{q}_2 + 2\zeta\omega_2\dot{q}_2 + \omega_2{}^2 q_2 + A_2.\dot{q}_1 + B_2.\dot{q}_2 + C_2.(\dot{q}_1)^3 + D_2.(\dot{q}_1)^2.\dot{q}_2 + E_2.\dot{q}_1.(\dot{q}_2)^2 \\ \qquad + F_2.(\dot{q}_2)^3 = G_2 \end{cases} \quad \text{Équation 234}$$

avec q_1 et q_2 respectivement la composante transverse et la composante verticale du déplacement du cylindre. Les paramètres A_i, B_i, C_i, D_i, E_i et F_i (i = 1 ou 2) sont eux mêmes des polynômes de la vitesse U du vent.

4.1.2. Modèle non linéaire d'un hauban dans la Région II

La deuxième instabilité correspond à une seconde chute de traînée, corrélée avec une augmentation rapide du coefficient de portance (retour à zéro) en fonction du nombre de Reynolds à la fin du régime critique. La Figure 166 compare différentes interpolations des courbes C_D-R_e et C_L-R_e dans cette deuxième région d'instabilité.



a) b)

Figure 166. Interpolations de l'évolution des coefficients de traînée (a) et de portance (b) en fonction du nombre de Reynolds dans la Région II.

Les Figures 166 a et 166 b montrent que dans cette zone, il est préférable de pousser l'interpolation à l'ordre 5. Une interpolation à l'ordre 7 ne semble pas nécessaire.

Comme précédemment, en développant l'expression 164 de la force exercée par le vent sur le hauban en mouvement, le système dynamique régissant le mouvement du hauban dans la Région II est du type :

$$\begin{cases} \ddot{q}_1 + 2\zeta\omega_1\dot{q}_1 + \omega_1{}^2 q_1 + A_1.\dot{q}_1 + B_1.\dot{q}_2 + C_1.(\dot{q}_1)^3 + D_1.(\dot{q}_1)^2.\dot{q}_2 + E_1.\dot{q}_1.(\dot{q}_2)^2 \\ \qquad + F_1.(\dot{q}_2)^3 + G_1.(\dot{q}_1)^5 + H_1.(\dot{q}_1)^4.\dot{q}_2 + I_1.(\dot{q}_1)^3.(\dot{q}_2)^2 + J_1.(\dot{q}_1)^2.(\dot{q}_2)^3 \\ \qquad + K_1.\dot{q}_1.(\dot{q}_2)^4 + L_1.(\dot{q}_2)^5 = M_1 \\ \ddot{q}_2 + 2\zeta\omega_2\dot{q}_2 + \omega_2{}^2 q_2 + A_2.\dot{q}_1 + B_2.\dot{q}_2 + C_2.(\dot{q}_1)^3 + D_2.(\dot{q}_1)^2.\dot{q}_2 + E_2.\dot{q}_1.(\dot{q}_2)^2 \\ \qquad + F_2.(\dot{q}_2)^3 + G_2.(\dot{q}_1)^5 + H_2.(\dot{q}_1)^4.\dot{q}_2 + I_2.(\dot{q}_1)^3.(\dot{q}_2)^2 + J_2.(\dot{q}_1)^2.(\dot{q}_2)^3 \\ \qquad + K_2.\dot{q}_1.(\dot{q}_2)^4 + L_2.(\dot{q}_2)^5 = M_2 \end{cases} \qquad \text{Équation 235}$$

Les paramètres A_i, B_i, C_i, D_i, E_i, F_i, H_i, I_i, J_i, K_i, L_i et M_i (i = 1 ou 2) sont des polynômes de U.

4.2. Simulations du comportement d'un hauban soumis au galop sec dans la région I

L'objectif de ce paragraphe est de vérifier les résultats théoriques exposés dans les paragraphes précédents, par la réalisation de simulations numériques. Pour cela l'équation 234 est résolue grâce à une méthode de Runge-Kutta d'ordre 4. Les paramètres mécaniques utilisés sont ceux du hauban H3Q22 du Pont de l'Iroise. En particulier, le coefficient d'amortissement structurel du câble est supposé de 0.2 %. Les simulations sont réalisées pour un nombre de Reynolds $R_e = 2.53\ 10^5$ et une direction de vent $\beta = -17.5°$.

La Figure 167 rappelle le diagramme de stabilité relatif à la Région I et situe les simulations réalisées.

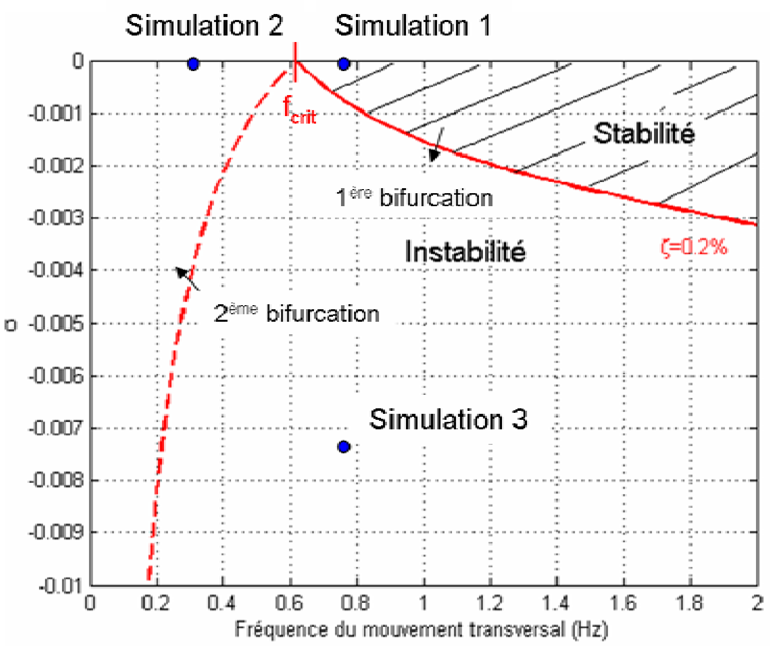


Figure 167. Localisation des simulations réalisées dans la Région I sur le diagramme de stabilité.

La première simulation est destinée à vérifier la stabilité du hauban dans le cas résonant pour une fréquence supérieure à la fréquence critique f_{crit} (de l'ordre de 0.61 Hz pour un amortissement de 0.2 %). La Figure 168 présente cette simulation pour une fréquence verticale et une fréquence transversale de 0.74 Hz (correspondant approximativement à la première fréquence propre verticale du hauban H3Q22).

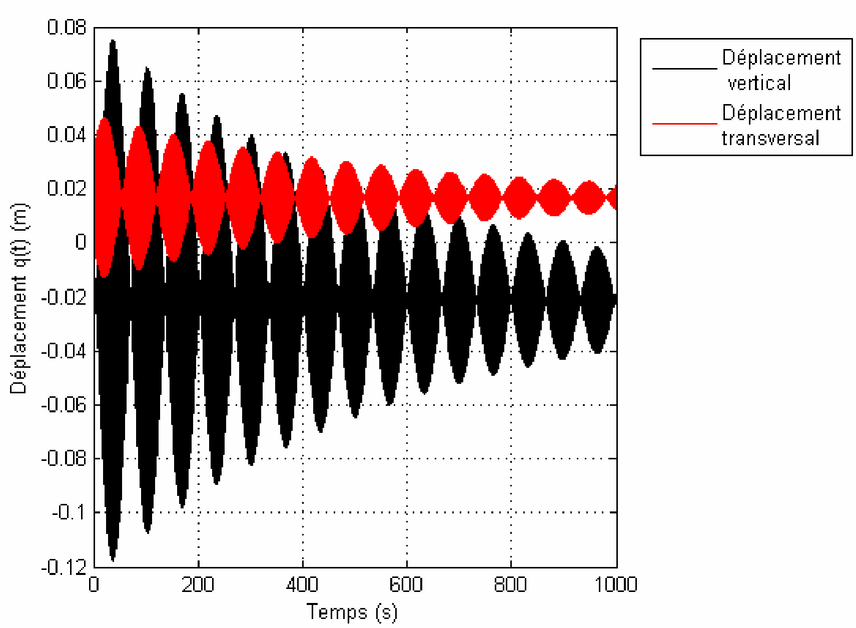
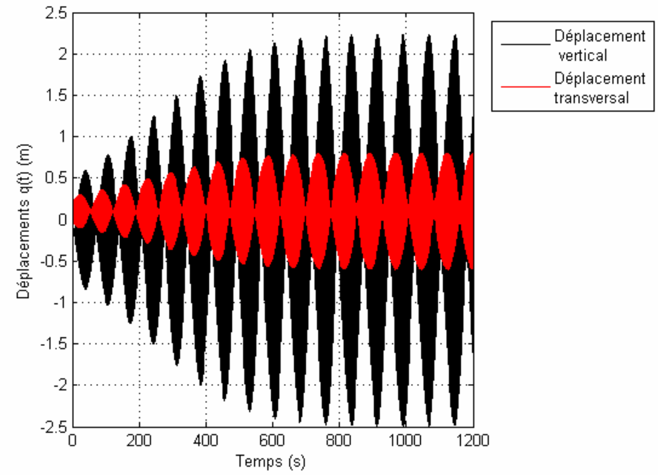


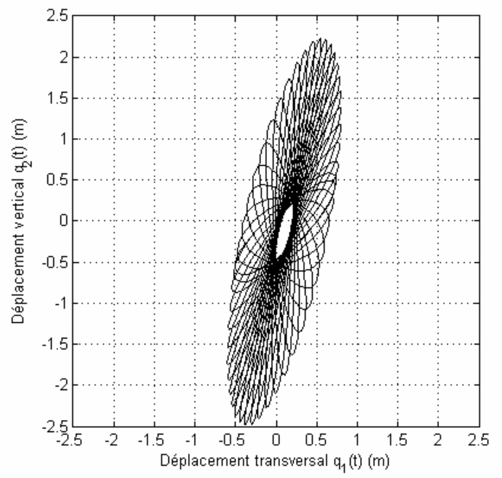
Figure 168. Simulation du comportement du hauban H3Q22 dans la Région I pour f_l = 0.74 Hz et σ = 0.

La Figure 168 confirme donc la stabilité du hauban dans le cas résonant, représentatif du comportement associé aux modes antisymétriques.

Nous avons précédemment évoqué le fait que les haubans de fréquence inférieure à la fréquence critique f_{crit} étaient sensibles à l'instabilité de la Région I quelle que soit la valeur de σ. Pour vérifier ce résultat, la Figure 169 présente une 2ème simulation dans le cas résonant pour une fréquence de vibration de 0.3 Hz.



a)



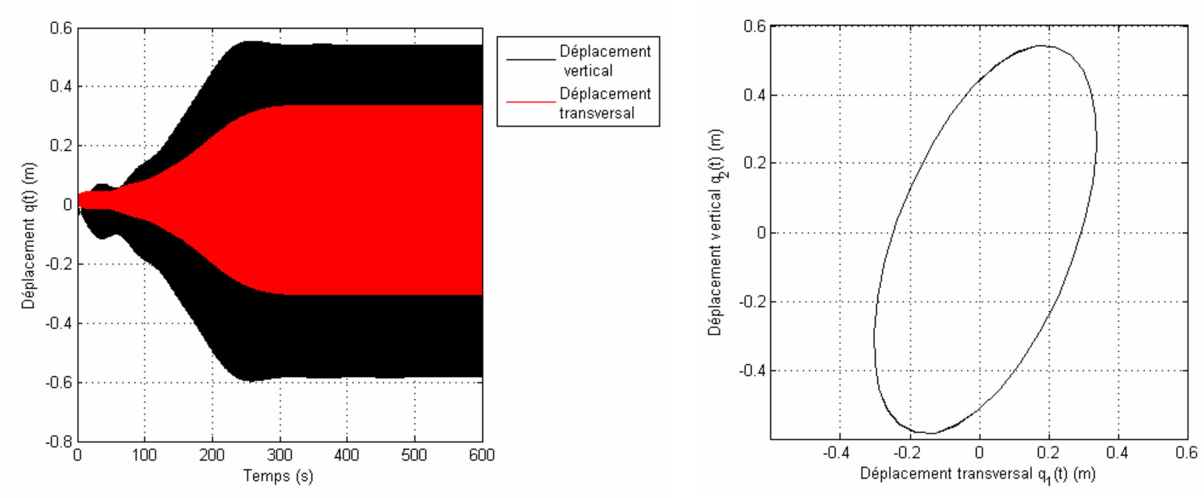
b)

Figure 169. Simulation du comportement du hauban H3Q22 dans la Région I pour $f_1 = 0.3$ Hz et $\sigma = 0$. Evolution temporelle (a) et trajectoire en régime établi (b).

La Figure 169 confirme l'instabilité du hauban pour une fréquence inférieure à f_{crit}. Remarquons de plus la complexité de la trajectoire du hauban sur la Figure 169 a. Ce résultat confirme que sur cette simulation la 2ème bifurcation est réalisée. Autrement dit le galop est bimodal (les deux couples de valeurs propres du système dynamique sont à parties réelles positives) [Luongo & Piccardo 2005].

Notons que sur cette simulation, les amplitudes de vibrations sont très élevées. Aussi, le modèle non linéaire proposé n'est probablement plus fiable du fait de la non validité de l'hypothèse quasi-stationnaire. Des essais complémentaires en soufflerie sont nécessaires pour comprendre les mécanismes intervenant lorsque l'amplitude devient importante (en particulier l'évolution de la corrélation des forces le long du hauban) et les modéliser. Toutefois, ce comportement à très basse fréquence n'est pas représentatif de celui des haubans du Pont de l'Iroise.

La dernière étape de vérification des résultats théoriques précédents consiste à simuler le comportement du hauban H3Q22 dans le cas quasi-résonant, correspondant au cas réel. La simulation de la Figure 170 présente ce résultat.



a) b)

Figure 170. Simulation du comportement du hauban H3Q22 dans la Région I pour f_1 = 0.74 Hz et σ = -7.2 10^{-3}. Evolution temporelle (a) et trajectoire en régime établi (b).

La Figure 170 confirme donc la sensibilité du hauban à l'instabilité de la Région I.
Notons de plus que bien que l'instabilité provienne de valeurs négatives du coefficient d'amortissement aérodynamique transversal, le mouvement est principalement vertical, du fait des couplages existant entre les 2 mouvements. Toutefois, le mouvement du hauban apparaît ici plus oblique que sur les mesures réalisées sur le Pont de l'Iroise et le mouvement transversal est plus prononcé.

Une autre différence à signaler avec les cas réels d'excitation du premier mode de vibration du hauban H3Q22 est l'amplitude du mouvement. Ainsi sur la simulation, l'amplitude obtenue est de l'ordre de 50 cm, alors qu'elle n'excède pas 20 cm sur le Pont de l'Iroise. La prise en compte des non linéarités géométriques intervenant dans les équations du mouvement d'un hauban (équations 61 et 62 du chapitre 1) ne modifie pas de façon significative les amplitudes et la trajectoire du mouvement.
Ces différences peuvent donc provenir des limites du modèle. En effet, bien que nous ayons tenté de tenir compte de l'évolution non linéaire des coefficients aérodynamiques en fonction du nombre de Reynolds (et donc de la vitesse relative du hauban en mouvement), la modélisation repose toujours sur l'hypothèse quasi-stationnaire. Pour des amplitudes de mouvement de l'ordre de quelques dizaines de centimètres, il se peut que les coefficients aérodynamiques, ainsi que leur corrélation le long du hauban soient fortement influencés par les oscillations du hauban.
Notons que les différences peuvent également s'expliquer par le taux de turbulence. Les coefficients aérodynamiques utilisés dans le modèle ont en effet été mesurés en soufflerie pour des intensités de turbulence très faibles de l'ordre de 0.75 %. Sur le site du Pont de l'Iroise l'intensité est plutôt de l'ordre de 10 %. Des études complémentaires relatives à l'influence de la turbulence atmosphérique sur le galop des câbles inclinés secs devraient donc être réalisées de façon à pouvoir comparer le comportement d'un hauban en soufflerie et sur site.

Enfin, un autre élément d'explication repose sur la variabilité des conditions climatiques sur site. En effet dans le modèle, nous avons supposé que le hauban était soumis à un vent dont les propriétés ne variaient pas dans le temps. Ce cas de figure est finalement peu représentatif de la réalité. Il se peut ainsi que les amplitudes observées sur le Pont de l'Iroise soient dues au fait que le hauban n'ait pas atteint le régime établi, à cause de variations dans les conditions climatiques. Nous avons d'ailleurs observé au chapitre 4 que lors des vibrations, l'amplitude des haubans du Pont de l'Iroise augmentait puis diminuait brusquement, sans atteindre d'état stationnaire.

4.3. Simulations du comportement d'un hauban soumis au galop sec dans la région II

Comme dans le paragraphe précédent, l'objectif est ici de vérifier les résultats annoncés dans le paragraphe 3.2.4.2. relatifs au comportement d'un hauban dans la Région II. Pour cela des simulations sont réalisées par résolution de l'équation 235, pour un nombre de Reynolds $R_e = 3.13\ 10^5$ et une direction de vent $\beta = -17.5°$.

Les différentes simulations réalisées dans ce paragraphe sont présentées sur le diagramme de stabilité de la Région II (Fig. 171).

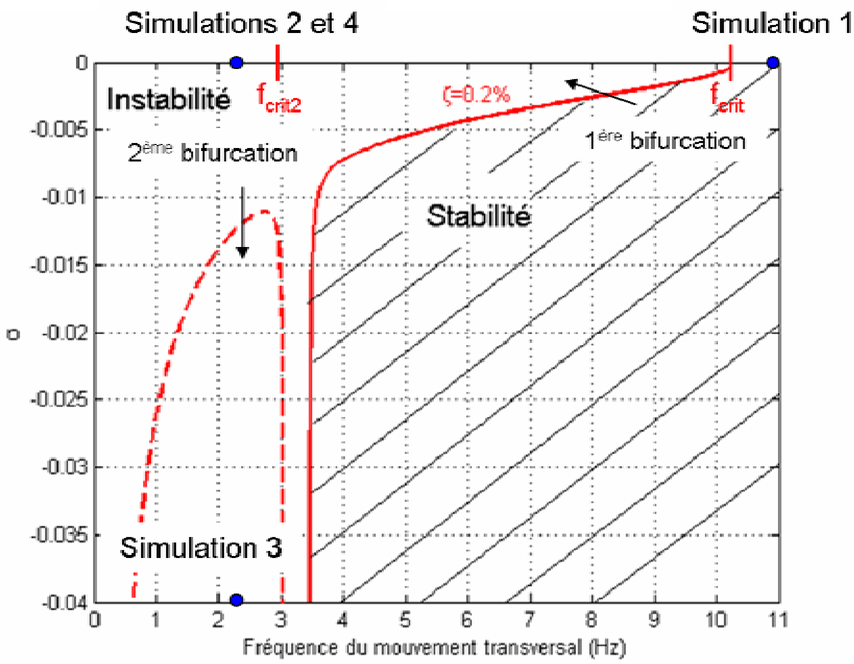


Figure 171. Localisation des simulations réalisées dans la Région II sur le diagramme de stabilité.

Il s'agit tout d'abord de vérifier qu'au-delà de la fréquence f_{crit} le hauban n'est pas soumis à l'instabilité de la Région II. Ce résultat est illustré par la Figure 172, qui présente le comportement du hauban pour une fréquence de 11 Hz.

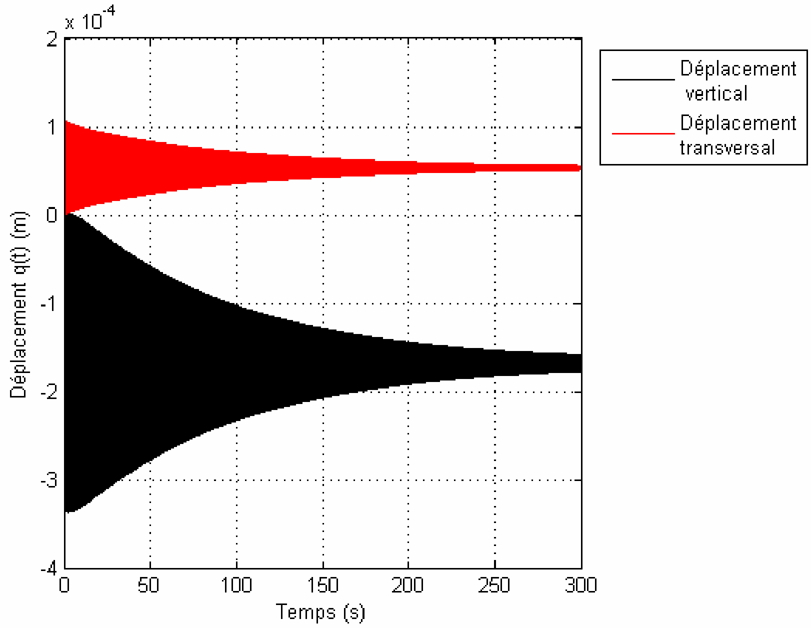
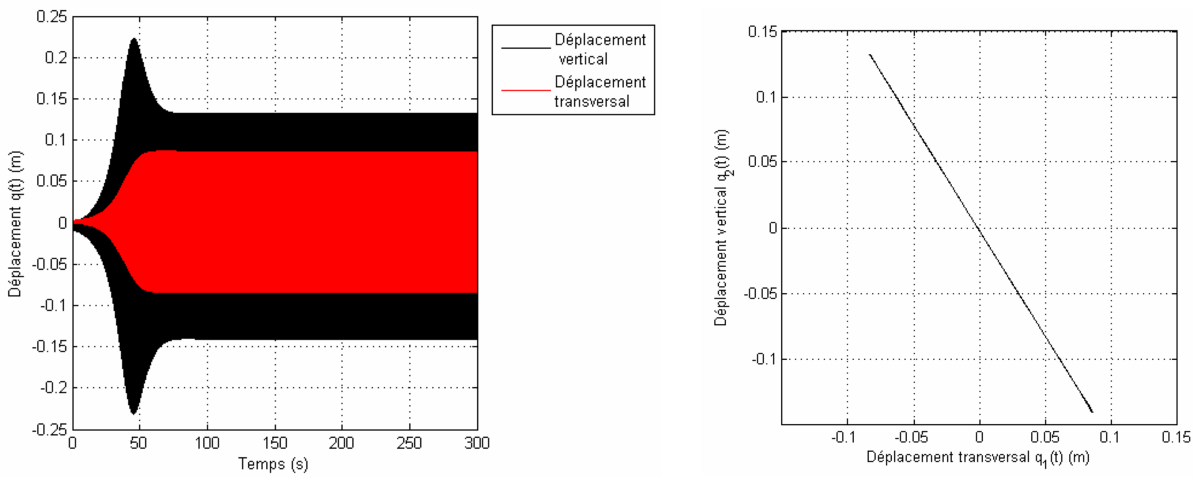


Figure 172. Simulation du comportement du hauban H3Q22 dans la Région II pour f_l = 11 Hz et σ = 0.

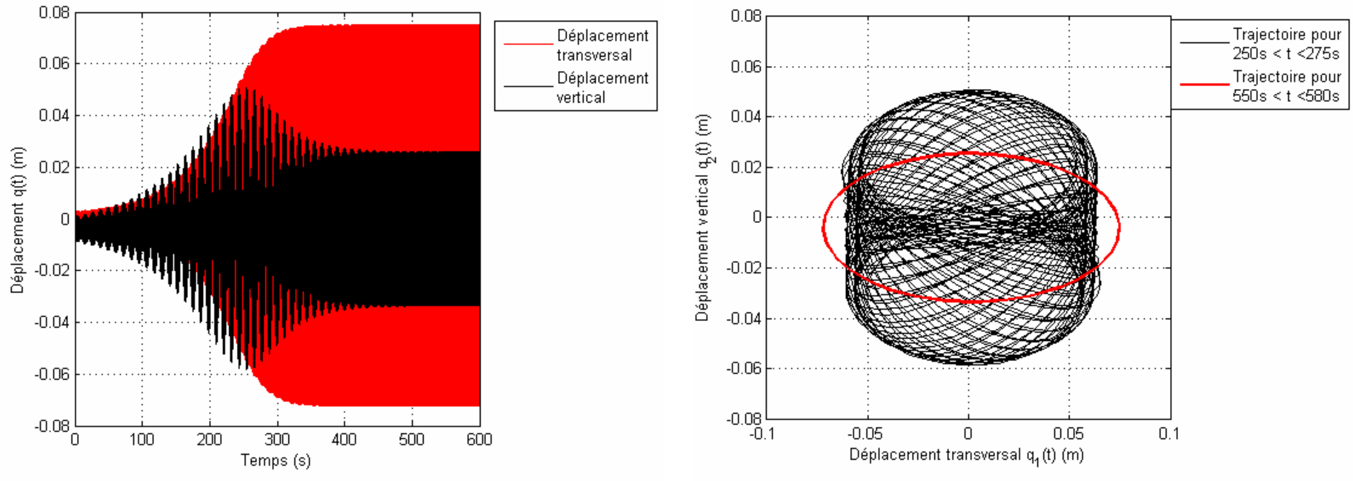
Ensuite l'objectif est de vérifier qu'en dessous de la fréquence critique f_{crit} le hauban est instable dans le cas résonant. La Figure 173 confirme ce résultat. Ainsi, contrairement au comportement du hauban H3Q22 dans la Région I, les modes antisymétriques des haubans de pont sont également sensibles à l'instabilité de la Région II.



a) b)

Figure 173. Simulation du comportement du hauban H3Q22 dans la Région II pour f_l = 2.20 Hz et σ = 0. Evolution temporelle (a) et trajectoire en régime établi (b).

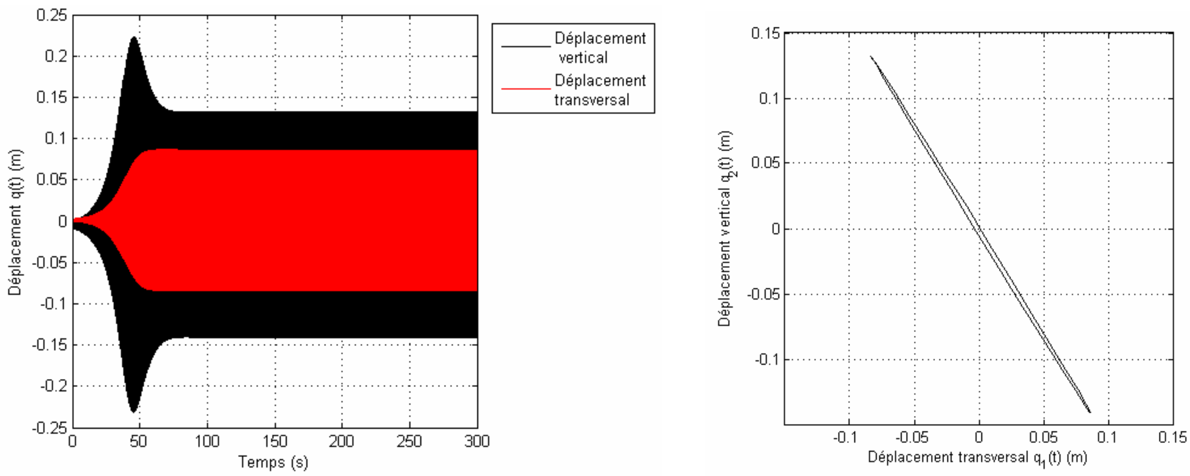
L'étude de stabilité dans la Région II dans le cas quasi-résonant a par ailleurs montré que pour une fréquence transversale inférieure à la fréquence f_{crit2} le hauban observait une deuxième bifurcation entre 2 états d'instabilité pour $\sigma < \sigma_{crit4}$. L'idée est donc de voir comment cette bifurcation se traduit sur le comportement du hauban. La Figure 174 montre que le hauban passe par un état intermédiaire complexe, avant que le mouvement devienne périodique et se rapproche de celui du hauban avant la deuxième bifurcation. Contrairement au comportement du hauban dans la région I pour $f < f_{crit}$, le galop à deux modes est ici transitoire.



a) b)

Figure 174. Simulation du comportement du hauban H3Q22 dans la Région II pour f_1 = 2.20 Hz et σ = -4 10^{-2}. Evolution temporelle (a) et trajectoire (b).

Enfin, il s'agit de comparer le comportement réel du hauban H3Q22 du Pont de l'Iroise avec la simulation. La Figure 175 présente ainsi une simulation du comportement du hauban H3Q22, pour une fréquence de 2.20 Hz correspondant approximativement à celle du 3ème mode propre du hauban réel et pour σ = -8.9 10^{-5}. Il apparaît que l'amplitude du mouvement vertical est du même ordre de grandeur que celles enregistrées sur le Pont de l'Iroise. Toutefois, celle du mouvement transversal est une nouvelle fois supérieure à celle observée en vraie grandeur. Les hypothèses émises dans le paragraphe 4.2. relatives aux différences entre les simulations et la vraie grandeur s'appliquent également ici.



a) b)

Figure 175. Simulation du comportement du hauban H3Q22 dans la Région II pour f_1 = 2.20 Hz et σ = -8.9 10^{-5}. Evolution temporelle (a) et trajectoire en régime établi (b).

5. Bilan et perspectives

Le modèle mathématique présenté dans ce chapitre a permis de comprendre comment les propriétés de l'écoulement autour du hauban identifiées dans le régime critique au cours des essais en soufflerie (Chapitre 5) influent sur la dynamique d'un hauban de pont. La détermination des coefficients de la matrice d'amortissement aérodynamique a ainsi conduit à mettre en évidence deux régions potentielles d'instabilité en début et en fin de régime critique, dans les directions de vent correspondant aux vibrations observées sur le Pont de l'Iroise ($10° < |\beta| < 30°$). La nature des instabilités a ensuite été déterminée par l'évaluation de chacun des termes des expressions analytiques des coefficients de la matrice d'amortissement aérodynamique. Il apparaît que les vibrations observées sur le Pont de l'Iroise sont associées à un phénomène de nature différente du galop de Den Hartog (lié aux variations du coefficient de portance avec l'angle d'attaque du vent). Contrairement aux interprétations actuelles du galop des câbles inclinés secs [Cheng et al. 2003 a ; Carassale et al. 2005 a-b], la mise en vibrations des haubans de pont en l'absence de pluie est en effet due aux variations importantes des coefficients de traînée et de portance en fonction du nombre de Reynolds, caractéristiques du régime critique des cylindres à section circulaire inclinés et orientés par rapport au vent.

Dans la Région I, en début de régime critique, l'instabilité est liée à des valeurs négatives de l'amortissement aérodynamique transversal, qui s'expliquent par deux mécanismes aérodynamiques intervenant simultanément :

- la 1ère chute de traînée (ou 1ère *drag crisis*), associée au rétrécissement du sillage du fait d'un recollement de couche limite, mentionné au Chapitre 5, se manifestant d'un côté du câble,
- la 1ère variation importante du coefficient de portance en fonction du nombre de Reynolds (que nous appellerons 1ère *lift crisis* par analogie), expliquée par la dissymétrie dans la distribution de pression autour du hauban engendrée par le recollement de couche limite.

Pour des fréquences de vibration supérieures à une valeur de l'ordre de 0.6 Hz (et un amortissement structurel de 0.2 %), le modèle développé montre alors que le hauban n'est instable que pour des valeurs du paramètre $\sigma = \omega_1 / \omega_2 - 1$ inférieures (σ est négatif dans le cas des haubans de pont) à une valeur σ_{crit}, qui décroît avec la fréquence de vibration. Seuls les premiers modes symétriques des haubans de pont sont donc potentiellement sensibles à cette première instabilité. Une augmentation de l'amortissement structurel du hauban est par ailleurs efficace pour supprimer le phénomène.

Dans la Région II, en fin de régime critique, l'instabilité est due d'une part aux valeurs négatives des amortissements aérodynamiques transversaux et/ou verticaux, et d'autre part aux couplages induits par le vent entre les mouvements verticaux et transversaux. La valeur de l'amortissement aérodynamique transversal s'explique alors par une deuxième chute de traînée (2ème *drag crisis* liée à un recollement de couche limite de l'autre côté du cylindre). La valeur négative de l'amortissement aérodynamique vertical, ainsi que les couplages, s'expliquent quant à eux par la variation rapide (en fonction du nombre de Reynolds) du coefficient de portance en fin de régime critique (2ème *lift crisis,* expliquée par un retour à une distribution de pression symétrique). Pour des fréquences propres usuelles de haubans de pont (inférieures à 11 Hz pour un amortissement structurel de 0.2 %), l'étude de la stabilité du système dynamique montre que les haubans de pont sont sensibles à cette instabilité. De plus l'augmentation de l'amortissement structurel du hauban par des amortisseurs additionnels ne semble pas efficace pour contrôler le phénomène. L'analyse réalisée dans ce chapitre orienterait donc plutôt les recherches relatives au contrôle du phénomène de galop des câbles inclinés secs vers le développement de gaines permettant de limiter les variations des coefficients aérodynamiques en fonction du nombre de Reynolds. A ce titre, une gaine légèrement rugueuse (qui dans le même temps ne doit pas trop augmenter la traînée) peut contribuer efficacement au contrôle des vibrations. Les gaines à double hélice, utilisées pour le contrôle du phénomène pluie-vent, peuvent ainsi représenter une première solution, qu'il conviendrait cependant de tester en soufflerie.

Au final, l'analyse réalisée dans ce chapitre indique que l'instabilité associée à la Région II est plus critique que celle relative à la Région I (d'autant plus que d'après le Chapitre 5, cette Région II se caractérise par une corrélation importante des coefficients aérodynamiques le long du hauban). Les simulations montrent d'ailleurs que les vibrations du hauban H3Q22 du Pont de l'Iroise semblent associées à ce phénomène.

Notons que les développements théoriques de ce chapitre ont permis de mettre en évidence les caractéristiques du phénomène à prendre en compte pour la réalisation d'essais sur un modèle dynamique de hauban.

- Ce modèle doit ainsi permettre les mouvements de câble dans les deux directions, contrairement aux essais réalisés pour l'étude du phénomène pluie-vent, où la seule prise en compte du mouvement vertical permettait de mettre en évidence l'instabilité [Flamand 1993, 1994].
- Il doit également permettre d'étudier l'influence de différents rapports entre les fréquences verticale et transversale (par l'utilisation de plusieurs jeux de ressorts).
- Enfin, l'utilisation de plusieurs couronnes (3 ou 4) est souhaitable pour étudier la corrélation des forces aérodynamiques le long du hauban, en particulier quand ce dernier entre en vibration.

Un tel modèle a été réalisé au CSTB dans le cadre de ce doctorat (Fig. 176), et permet d'envisager dans l'avenir des essais sur différents types de gaines de hauban. Si les quelques essais réalisés durant cette thèse confirment l'existence d'une instabilité dans les conditions identifiées durant les essais statiques, les résultats obtenus n'ont pas donné d'information complémentaire permettant de caractériser plus précisément le phénomène, ce dernier semblant difficile à reproduire de façon systématique en soufflerie. Une nouvelle campagne d'essais serait nécessaire pour obtenir des résultats plus probants.

Figure 176. Modèle de hauban pour les essais dynamiques.

L’un des objectifs de ce doctorat est de fournir une explication aux vibrations observées sur le Pont de l’Iroise. Or les résultats de la modélisation développée dans ce chapitre ne sont pas en totale adéquation avec les mesures réalisées sur site (le mouvement transversal semble en particulier surestimé par le modèle). Certaines caractéristiques du mouvement des haubans du Pont de l’Iroise, telles que la sensibilité particulière du hauban H3Q22 et la répétition pour ce hauban d’un même scénario de vibration (excitation des modes 3, 2 et éventuellement 1), laissent également penser que d’autres éléments de l’environnement peuvent influer sur la mise en vibration. Avec l’objectif, annoncé en introduction de ce mémoire, de ne pas dissocier le comportement aérodynamique des haubans de pont de la dynamique globale de la structure, le chapitre suivant évoque donc quelques phénomènes d’interaction entre les câbles et la structure, soumise au vent et au trafic, qui, couplés au phénomène de galop sec, peuvent expliquer le comportement particulier des haubans du Pont de l’Iroise.

Chapitre 7 : Etude de l'influence conjointe des phénomènes de galop sec et de résonances non linéaires sur la dynamique des haubans de pont

Le Chapitre 4 a permis de mettre en évidence le rôle joué par le vent dans la mise en vibration des haubans du Pont de l'Iroise. Les chapitres suivants ont ensuite été consacrés à l'identification et à l'étude d'un phénomène aérodynamique local, pouvant conduire à l'instabilité des haubans dans les conditions de vent associées aux vibrations observées sur site. Néanmoins, si le phénomène de galop des câbles inclinés secs permet d'expliquer certaines caractéristiques des vibrations observées (occurrence de vibrations dans des gammes restreintes de directions et de vitesses de vent, phénomène d'amplitude limitée), d'autres propriétés du comportement dynamique des haubans restent à éclaircir. Il s'agit en particulier d'expliquer la sensibilité particulière du hauban H3Q22 mise en évidence au Chapitre 4 et la répétition, pour ce hauban, d'un même scénario de vibration (excitation du mode 3, puis du mode 2 et éventuellement du mode 1).

Ce mémoire de doctorat a par ailleurs insisté dès le premier chapitre sur le fait que les ouvrages étaient souvent soumis simultanément à différentes sollicitations extérieures. A ce titre, il apparaît nécessaire de tenir compte de ces différentes excitations et de leurs interactions éventuelles dans l'étude de la dynamique d'un pont à haubans. L'objectif de ce chapitre est donc d'ouvrir des pistes pour l'étude de la dynamique des ouvrages haubanés soumis à l'action simultanée du vent et du trafic, par le biais de l'étude du cas du Pont de l'Iroise.

Il s'agit dans un premier temps d'identifier les mouvements de la structure globale pouvant influer sur la dynamique des haubans, par l'analyse temps-fréquence des signaux issus du monitoring de l'ouvrage. La démarche consiste ensuite à proposer des scénarios d'interaction entre la structure et les haubans, par l'écriture de modèles mathématiques. L'influence du phénomène de galop sec est alors évaluée en faisant varier dans les modèles l'amortissement total (structurel plus aérodynamique) du hauban. De façon à valider les scénarios proposés, les solutions périodiques sont déterminées par la méthode des échelles multiples, puis comparées aux amplitudes mesurées sur site. Le travail présenté dans ce chapitre a été réalisé en collaboration avec le Laboratoire Géomatériaux de l'Ecole Nationale des Travaux Publics de l'Etat et le Laboratoire d'Ingénierie Mécanique de l'Université Paul Sabatier de Toulouse.

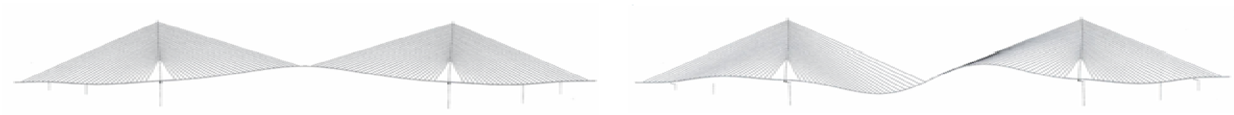
1. Identification des interactions possibles entre la structure globale et le hauban H3Q22

L'objectif de cette partie est d'identifier les mouvements de la structure globale (tablier et pylône H3) pouvant intervenir dans la mise en vibration du hauban H3Q22. Pour cela une analyse temps-fréquence des signaux d'accélération du tablier et du pylône est réalisée pour les fichiers correspondant aux épisodes de vibration du hauban.

1.1. Contribution des modes de flexion verticale sollicités par le vent

Nous avons vu au Chapitre 4 (partie 3.8.) que la structure était essentiellement sollicitée suivant ses 2 premiers modes de flexion verticale, respectivement à 0.31 et 0.44 Hz, durant les épisodes de vent fort. Les déformées de ces deux modes sont rappelées sur la

Figure 177. Les études menées en soufflerie au CSTB durant la construction du pont [Biétry et al. 2004], présentées au Chapitre 3, montrent que ces modes sont excités par la turbulence du vent dans le sillage du Pont Albert Louppe (cette turbulence étant modifiée par le détachement tourbillonnaire autour des clés des arches du Pont Albert Louppe).



a) b)

Figure 177. Déformées du premier (a) et du second (b) mode de flexion verticale, respectivement à 0.31 et 0.44 Hz.

Il s'agit ici de déterminer si ces modes sont sollicités durant les épisodes de vibration du hauban H3Q22, de façon à identifier s'ils peuvent contribuer à l'excitation du câble. Pour cela, le contenu fréquentiel des signaux d'accélération du tablier et du hauban H3Q22 est évalué à partir des fichiers correspondant aux épisodes de vibration du câble.
La Figure 178 présente en parallèle l'évolution des accélérations du hauban H3Q22 (Fig. 178 a) et du tablier (Fig. 178 c), ainsi que les scalogrammes associés (Fig. 178 b-d) lors de la mise en vibration du hauban H3Q22 le 18/04/05 à 01h03.

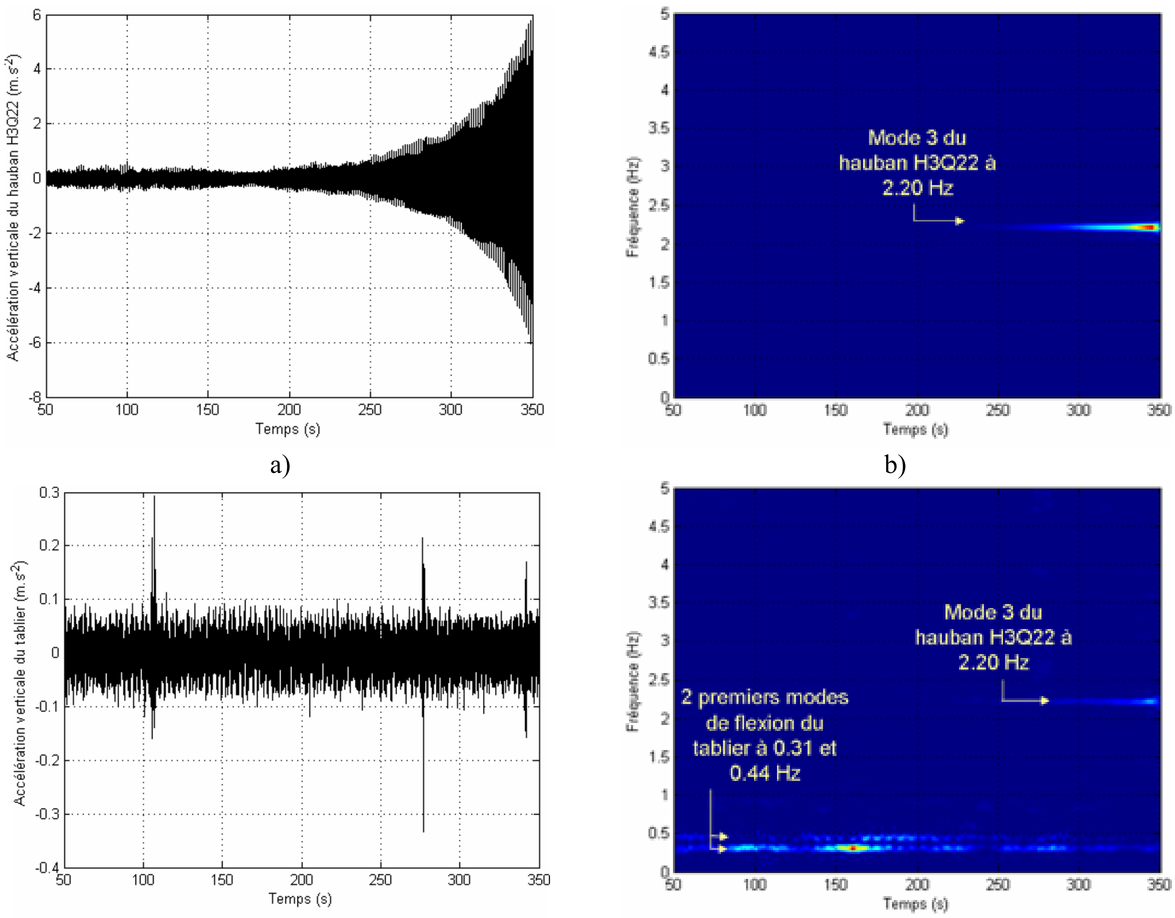
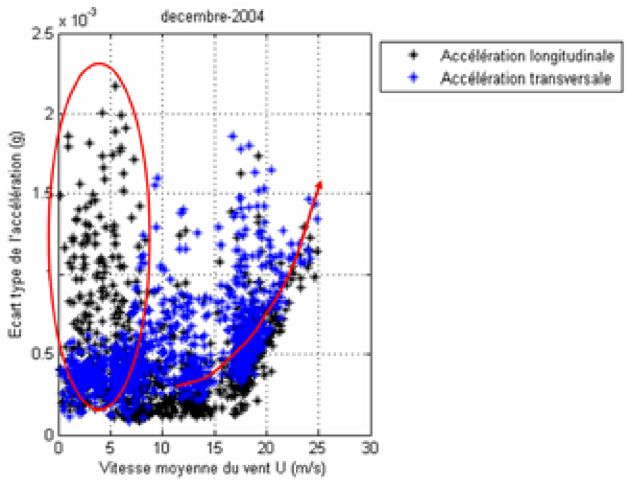


Figure 178. Comparaison du contenu fréquentiel des accélérations verticales du hauban H3Q22 (a-b) et du tablier au début de l'épisode de vibration du 18/04/05 à 01h03.

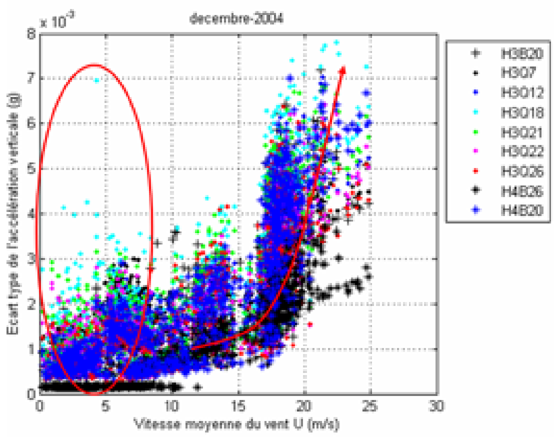
La Figure 178 d) confirme donc l'excitation des deux premiers modes de flexion de la structure lors de la mise en vibration du hauban H3Q22. Ce résultat est généralisable aux autres cas de mise en vibration de ce câble.

1.2. Contribution d'un mode de structure sollicité par le trafic

Nous avons vu au Chapitre 4, que la mise en vibration du hauban H3Q22 coïncidait souvent avec le passage d'un véhicule sur le pont, visible au niveau des capteurs de déplacements disposés sur l'ouvrage. L'objectif de cette partie est de déterminer comment le trafic peut contribuer à la mise en vibration des haubans du pont. Pour évaluer l'influence du passage de véhicules sur la dynamique de l'ouvrage, l'idée est dans un premier temps d'analyser le comportement du pont sollicité par le trafic en l'absence de vent (ou pour des vitesses de vent faibles).
Pour cela, l'écart-type des accélérations du pylône est analysé par tranches de 1 mois, à partir des signaux provenant du monitoring. L'idée est de mettre en évidence sur des périodes prolongées un comportement particulier de la structure associé au passage de véhicules. La Figure 179 montre que le pylône et certains haubans du Pont de l'Iroise présentent deux comportements différents selon la vitesse du vent. Ainsi, pour des vitesses de vent supérieures à 10 m/s, l'augmentation des écarts-types des accélérations en fonction de la vitesse moyenne du vent traduit le comportement au vent classique de la structure, évoqué au Chapitre 4 (les forces exercées par le vent sur le pylône et les haubans variant avec le carré de la vitesse). Pour des vitesses de vent faibles (de l'ordre de 5 m/s), l'écart-type de l'accélération du pylône dans l'axe du pont, ainsi que l'écart-type de l'accélération verticale de certains haubans, présentent également des valeurs importantes.



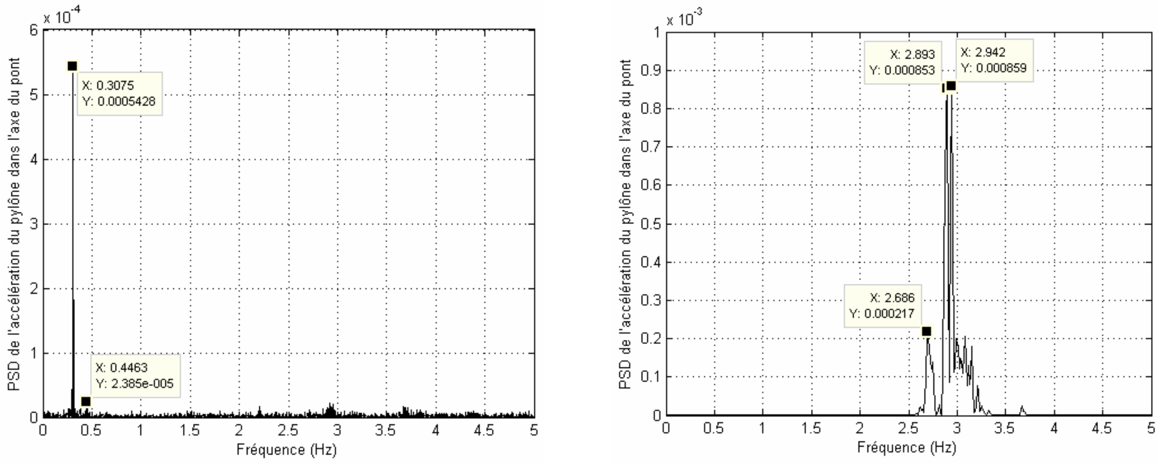
a)



b)

Figure 179. Ecart-type des accélérations du pylône (a) et des haubans (b) au court du mois de décembre 2004.

Une analyse spectrale des signaux d'accélération du pylône montre alors que leur contenu fréquentiel est différent selon la vitesse du vent. En effet, la Figure 180 a montre que pour des vitesses de vent supérieures à 10 m/s, le pylône vibre essentiellement suivant les deux premiers modes de flexion de la structure à 0.31 et 0.44 Hz (excitation également visible au niveau du tablier d'après le paragraphe précédent). Les vibrations intervenant pour des vitesses de vent faibles se caractérisent quant à elles par des fréquences voisines de 3 Hz (Fig. 180 b). Nous constatons par ailleurs que plusieurs fréquences semblent sollicitées dans ce cas.



a) b)

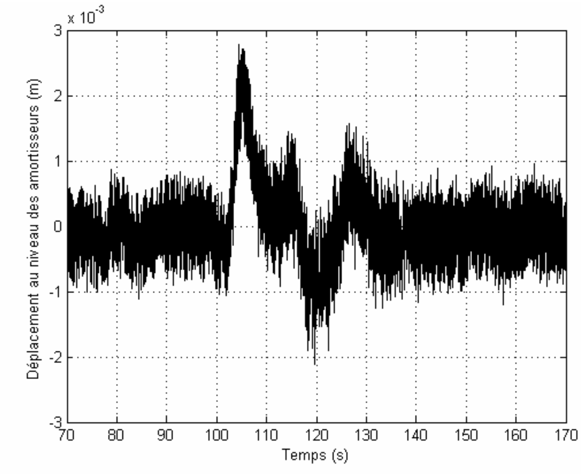
Figure 180. Comparaison du contenu fréquentiel des signaux d'accélération du pylône durant un épisode de vent fort (U = 21.3 m/s) (a) et un épisode de vent faible (U =7.2 m/s) (b).

Les vibrations du pylône intervenant pour des vitesses de vent négligeables semblent être associées au passage de véhicules sur l'ouvrage. Il s'agit alors de vérifier cette hypothèse et de comprendre comment le trafic sollicite le pylône et les haubans. Pour cela, la démarche consiste à réaliser des mesures durant des périodes de vent de faible intensité (de l'ordre de 5 m/s). Une série d'acquisitions manuelles (aucun des seuils préétablis ne devant être dépassé) est ainsi réalisée en juillet 2005. L'objectif étant d'étudier en particulier le comportement du hauban H3Q22 (des vibrations ayant été recensées en avril et mai de cette année), les amortisseurs de ce hauban sont déconnectés durant les mesures. Les autres haubans du pont sont par contre munis de leurs amortisseurs.

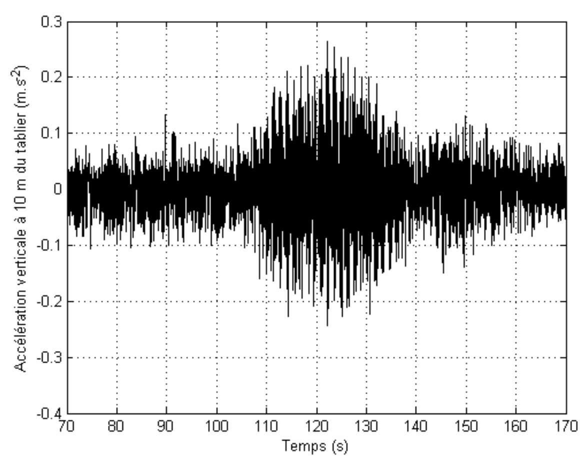
Cette campagne de mesures révèle l'excitation d'une fréquence voisine de 3 Hz sur le hauban H3Q22 au passage de véhicules sur le pont (Fig. 181). Le calcul du spectre de l'accélération verticale du hauban (Fig. 182 a) montre que cette fréquence est de 2.94-2.95 Hz. Il s'agit de la 4ème fréquence propre du hauban. Il apparaît également que le hauban est légèrement sollicité suivant son mode 3 (à 2.20 Hz). Ce résultat montre d'ores et déjà que l'influence du trafic peut constituer un élément d'explication à la sensibilité particulière de ce 3ème mode du hauban H3Q22 mise en évidence au Chapitre 4.

Le spectre de l'accélération du pylône dans l'axe du pont (Fig. 182 b) montre par ailleurs que ce dernier vibre également suivant une fréquence de l'ordre de 2.94 Hz (la fréquence de 2.939 Hz sur la Fig. 182 b correspond probablement au pic d'énergie à 2.942 Hz visible sur la Fig. 180 b). A ce stade, l'objectif est donc de déterminer si cette fréquence correspond à un mode d'ordre élevé de la structure, dont la sollicitation par le trafic serait susceptible d'exciter le câble.

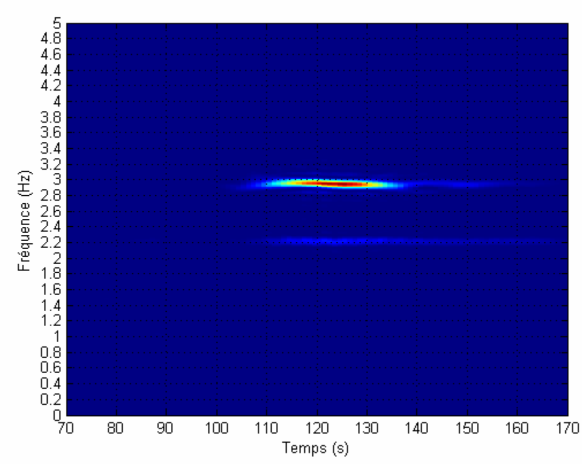
Les scalogrammes des accélérations du pylône et des autres haubans instrumentés de la nappe H3Q sur le même fichier révèlent également une composante voisine de 2.94-2.95 Hz au passage du véhicule sur le pont, comme le montre la Figure 183.



a)



b)



c)

Figure 181. Signal de déplacement au-bas du hauban H3Q22 (a), accélération verticale à 10 m du tablier (b) et scalogramme de l'accélération verticale à 10 m (c) au passage d'un véhicule.

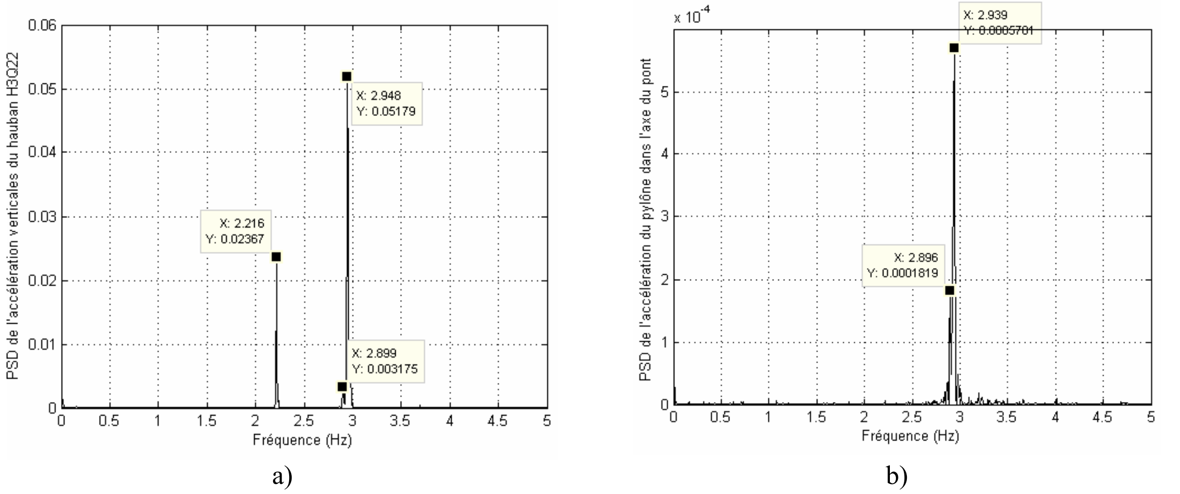


Figure 182. Densité spectrale de l'accélération verticale du hauban H3Q22 (privé de ses amortisseurs) (a) et du pylône dans l'axe du pont (b) au passage de véhicules.

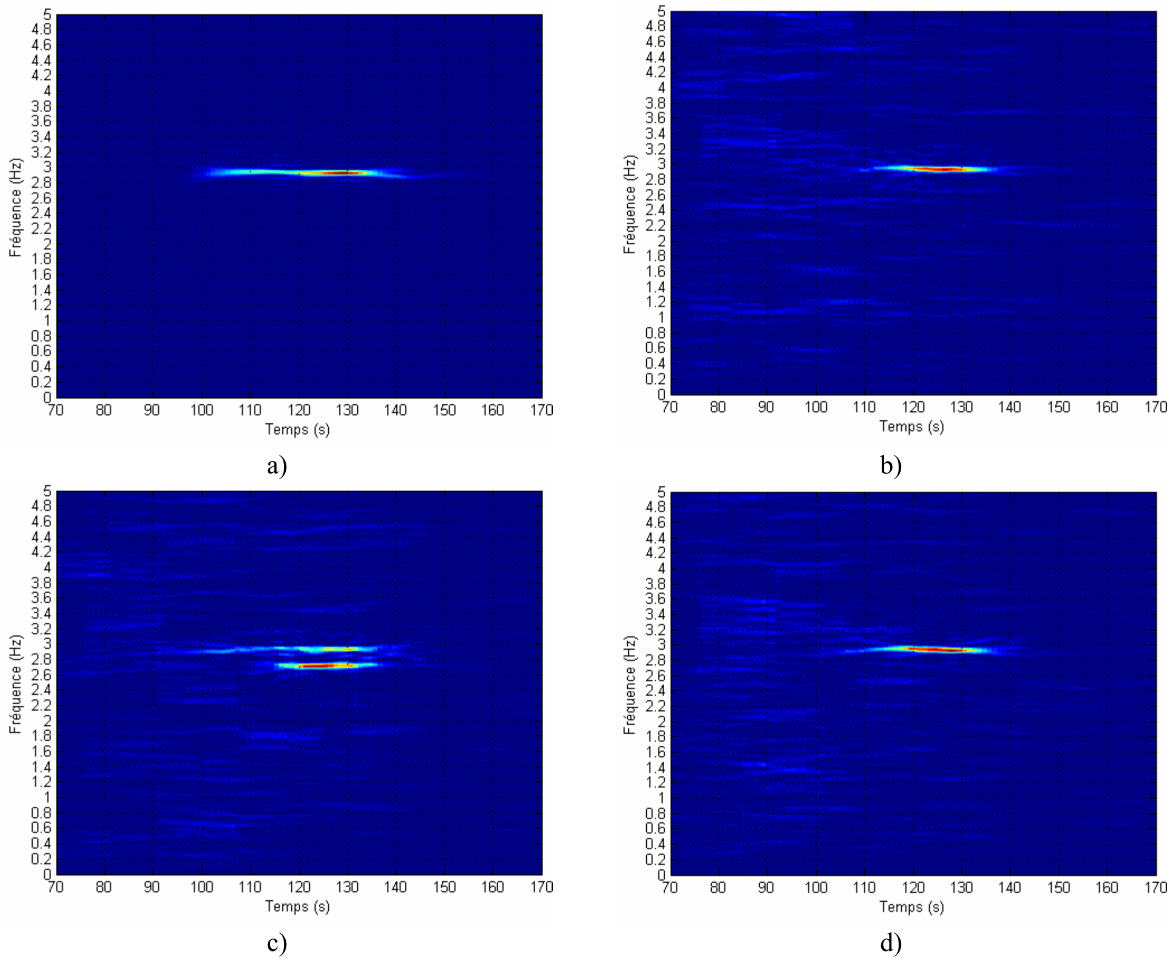


Figure 183. Scalogrammes de l'accélération du pylône dans l'axe du pont (a) et des accélérations verticales des haubans H3Q12 (b), H3Q18 (c) et H3Q26 (d) au passage d'un véhicule.

Il s'agit alors de comprendre si cette fréquence correspond à un mode de la structure ou s'il est la manifestation du mouvement des câbles. Remarquons que la fréquence de 2.94 Hz visible sur l'ensemble des signaux ne coïncide pas avec une fréquence propre de tous les haubans, comme le montre le Tableau 15.

Hauban	**Fréquence du mode 1 (Hz)**	**Fréquence du mode 2 (Hz)**	**Fréquence du mode 3 (Hz)**	**Fréquence du mode 4 (Hz)**	**Fréquence du mode 5 (Hz)**
H3Q12 (avec amortisseurs)	1.24	2.47	3.70	4.94	6.18
H3Q18 (avec amortisseurs)	0.91	1.81	2.72	3.64	4.54
H3Q22 (sans amortisseur)	0.74	1.47	2.20	2.94	3.68
H3Q26 (avec amortisseurs)	0.65	1.28	1.92	2.56	3.20

Tableau 15. Récapitulatif des 5 premières fréquences des haubans de la nappe H3Q instrumentés par le CSTB.

La vibration des haubans H3Q12, H3Q18 et H3Q26 selon une fréquence de 2.94-2.95 Hz est donc une oscillation forcée, induite par le mouvement du pylône.

A ce stade une ambiguïté demeure, puisque la fréquence du mouvement du pylône peut correspondre soit à une fréquence propre de la structure, soit à une fréquence d'excitation forcée, engendrée par le mouvement du hauban H3Q22 suivant son $4^{ème}$ mode (cette fréquence étant justement de l'ordre de 2.94 Hz). Pour lever cette ambiguïté, nous procédons alors à une comparaison du contenu fréquentiel des accélérations du pylône et du hauban H3Q22 muni de ses amortisseurs au passage de véhicules. En effet dans ce cas de figure, non seulement les mouvements du hauban sont limités et sont donc moins susceptibles d'entraîner le pylône, mais les fréquences de vibration du hauban sont également modifiées. Ainsi, en présence des amortisseurs, la fréquence du $4^{ème}$ mode du hauban H3Q22 est de 3.03 Hz. Sur la Figure 184 a, nous voyons que le signal d'accélération du pylône dans l'axe du pont présente deux composantes entre 2.90 et 3 Hz. La comparaison des Figures 180b et 184a indique les fréquences de 2.92 et 2.98 Hz correspondent aux fréquences de 2.89 et 2.94 Hz identifiées sur l'accélération du pylône lorsque le hauban H3Q22 est muni de ses amortisseurs. Le spectre de la Figure 184a confirme en tout cas l'excitation de plusieurs fréquences de la structure autour de 3 Hz au passage de véhicules, ces fréquences pouvant correspondre à des fréquences de haubans du pont.
L'analyse du spectre des haubans H3Q18 (correspondant au câble le plus sollicité durant l'épisode considéré) et H3Q22, met cependant en évidence que les fréquences de vibration des câbles ne coïncident pas tout à fait avec celle identifiées sur le signal d'accélération du pylône (Fig. 184b-c). Les fréquences de vibrations autour de 3 Hz identifiées sur le pylône correspondent donc à des modes d'ordres élevés de la structure, sollicités par le trafic.
L'analyse temps-fréquence des signaux d'accélération du pylône et des haubans sur la Figure 185 donne un exemple de mise en vibration du hauban H3Q18 par le trafic.

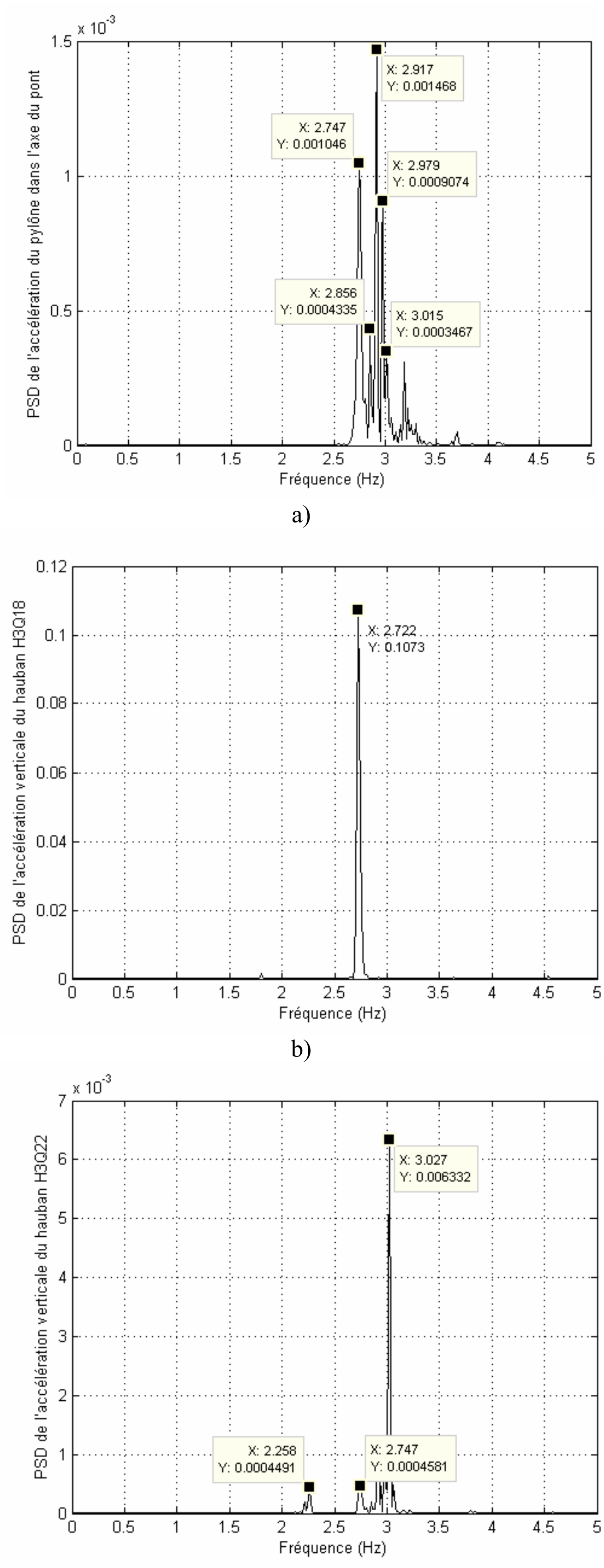


Figure 184. Densité spectrale de l'accélération du pylône dans l'axe du pont (a) et des accélérations verticales du hauban H3Q18 (b) et du hauban H3Q22 (c) munis de leurs amortisseurs au passage de véhicules.

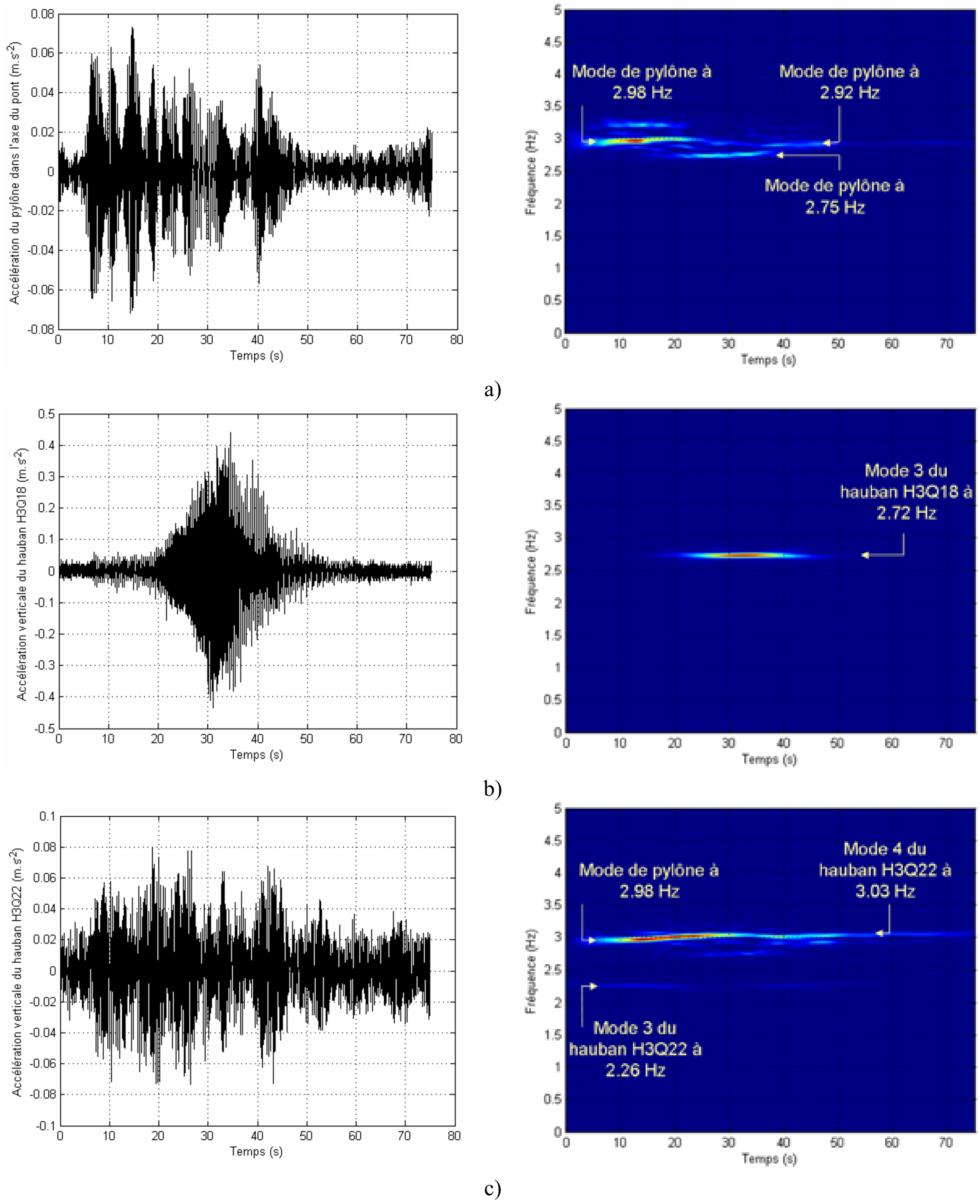


Figure 185. Accélérations et scalogrammes associés du pylône (a) et des haubans H3Q18 (b) et H3Q22 (c) munis de leurs amortisseurs au passage de véhicules.

La Figure 185 montre que dans le cas où les haubans sont munis de leurs amortisseurs, le hauban H3Q18 semble plus sensible aux sollicitations induites par le trafic que le hauban H3Q22. L'analyse temps-fréquence indique en effet que le pylône (Fig. 185 a) commence d'abord à osciller suivant son mode identifié à 2.98 Hz sur la Figure 184a. Une partie de l'énergie semble ensuite se reporter sur le mode à 2.75 Hz, ce qui induit une résonance du hauban H3Q18 selon son 3ème mode à 2.72 Hz (Fig. 185b). Nous constatons par ailleurs une migration de la fréquence de vibration du hauban H3Q22 au cours de l'épisode (Fig. 185c).

Ce dernier suit en effet le mouvement du pylône à 2.98 Hz dans un premier temps, puis se met progressivement à osciller suivant sa 4ème fréquence propre à 3.03 Hz lorsque l'énergie du pylône se dissipe sur ses modes à 2.75 et 2.92 Hz. Notons par ailleurs que la Figure 185c montre une nouvelle fois que la vibration du pylône à une fréquence de 2.98 Hz se traduit par une légère excitation du mode 3 du hauban H3Q22 (ici à une fréquence de 2.26 Hz du fait de la présence des amortisseurs additionnels). Cette composante fréquentielle disparaît ensuite du signal d'accélération du hauban H3Q22 lorsque le pylône vibre essentiellement selon son mode à 2.75 Hz.

L'analyse précédente montre donc l'existence de plusieurs modes de la structure d'ordres élevés susceptibles de provoquer des résonances au niveau de certains haubans longs par l'intermédiaire des mouvements du pylône au passage de véhicules sur le pont. Deux modes ont en particulier été identifiés :

- l'un à une fréquence de 2.74 Hz : ce mode est responsable de la mise en résonance du hauban H3Q18 selon son 3ème mode.
- l'autre à une fréquence de 2.94 Hz : ce mode est responsable de la mise en résonance du hauban H3Q22 selon ses 4ème et 3ème modes.

Notons que d'autres modes identifiés sur l'accélération du pylône sont susceptibles d'engendrer des résonances des autres haubans longs du pont. Les paragraphes précédents montrent donc que certains câbles du Pont de l'Iroise peuvent être sollicités même en l'absence de vent et en présence d'amortisseurs additionnels, du fait de résonances induites par le trafic entre les mouvements du pylône et certains modes de haubans. Indépendamment des vibrations induites par le vent, ce phénomène constitue donc un élément d'explication à la fissuration des ancrages de certains haubans longs de cette nappe.

Remarquons enfin que l'excitation des modes de la structure (par l'intermédiaire du pylône H3) à des fréquences voisines de 3 Hz repose probablement sur l'espacement entre les haubans longs du pont. Un véhicule passant sur le pont engendre une traction du pylône dans l'axe du pont par l'intermédiaire des haubans au passage de chaque ancrage. L'espacement entre les ancrages bas du pont étant de l'ordre de 7-8 mètres, si la vitesse du véhicule est de 90 km/h, la fréquence de la sollicitation est bien de l'ordre de 3 Hz. Une explication plus complète de cette excitation nécessiterait une modélisation rigoureuse de la réponse dynamique de l'ouvrage au trafic, qui ne fait cependant pas l'objet de cette thèse.

L'un des objectifs de ce chapitre étant d'expliquer la sensibilité particulière du hauban H3Q22 aux vibrations pointée au Chapitre 4, nous considérerons dans les modèles développés dans la suite de ce chapitre une vibration du pylône suivant son mode à 2.94 Hz.
De façon à obtenir des informations supplémentaires sur ce mode de pylône excité par le trafic, une campagne expérimentale a été réalisée en collaboration avec le Laboratoire Géomatériaux de l'Ecole Nationale des Travaux Publics de l'Etat (ENTPE) et la Direction Départementale de l'Equipement du Finistère. Plusieurs accéléromètres ont ainsi été disposés à l'intérieur du pylône (Fig. 186) et la réponse de l'ouvrage a été évaluée au passage de saleuses de la DDE. L'analyse par l'ENTPE des fichiers enregistrés a alors permis de conclure que le mode de structure à une fréquence de l'ordre de 2.94 Hz correspond au deuxième mode de flexion, dont la déformée est schématisée en bleu sur la Figure 186.

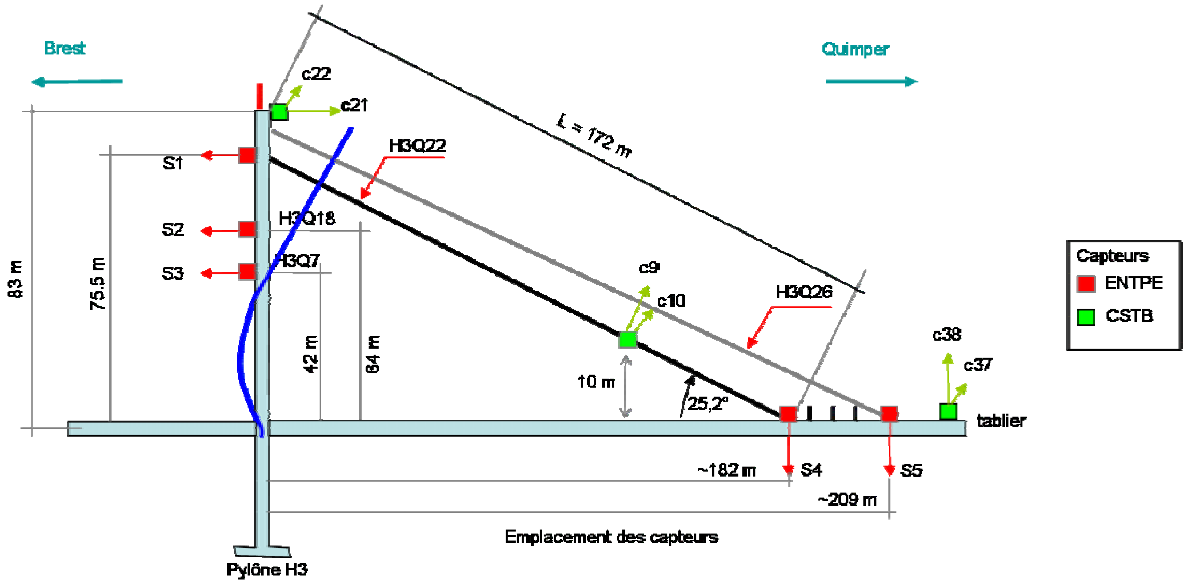
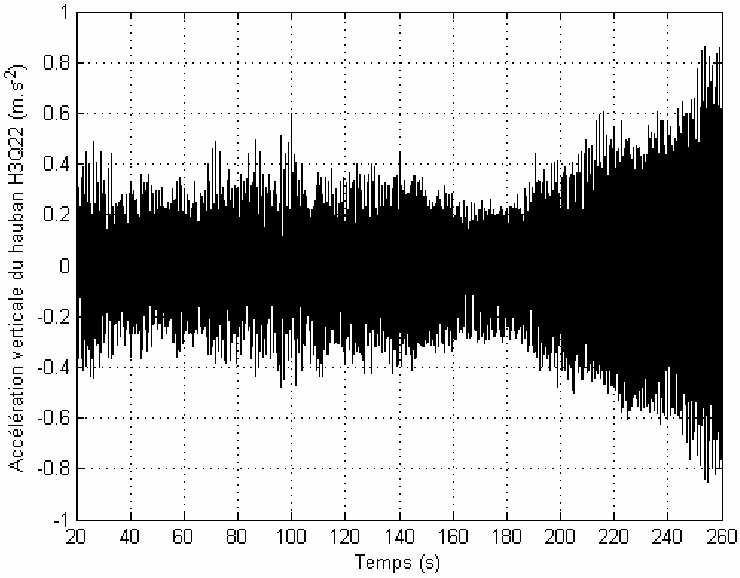


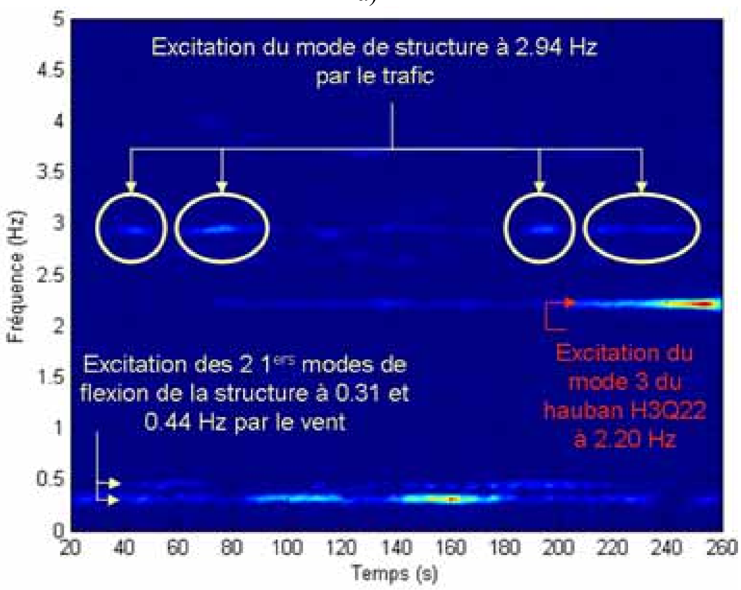
Figure 186. Emplacement des capteurs pour la campagne d'identification du mode de pylône.

Les paragraphes suivants ont donc permis d'identifier les mouvements principaux de la structure pouvant intervenir dans la mise en vibration du hauban H3Q22. Ainsi les vibrations du câble semblent coïncider avec l'excitation simultanée des deux premiers modes de flexion de la structure par le vent, ainsi que celle du mode de structure à 2.94 Hz identifié dans ce paragraphe (nous appellerons ce mode « mode de pylône » dans la suite par commodité) par le trafic, comme le montre la Figure 187. Il reste désormais à comprendre comment ces contributions des modes globaux de la structure peuvent favoriser les oscillations du câble H3Q22.

L'objectif est désormais d'identifier les mécanismes pouvant engendrer la mise en vibration du hauban H3Q22. Il s'agit en particulier d'expliquer les deux principaux types de vibration identifiés au Chapitre 4 : l'excitation du mode 1 seul et l'excitation successive des modes 3 et 2.
Pour cela, la méthode consiste à proposer des scénarios de résonance non linéaire entre la structure et le hauban, sur la base de l'identification des contributions des modes globaux réalisée dans la partie précédente. De façon à pouvoir valider ces scénarios par la suite, les phénomènes de résonance proposés sont mis en équation sous la forme de modèles non linéaires. Ils sont ensuite étudiés analytiquement de façon à évaluer l'influence d'une diminution de l'amortissement effectif du hauban associée au phénomène de galop des câbles inclinés secs.



a)



b)

Figure 187. Accélération verticale du hauban H3Q22 (a) et scalogramme de l'accélération du pylône (b) lors de l'épisode de vibration du 18/04/05 à 01h03.

2. Excitation du premier mode de hauban par les deux premiers modes de flexion verticale de la structure

La première fréquence propre du hauban H3Q22 est $f_1 = 0.74$ Hz. Celles des 2 premiers modes de flexion verticale de la structure globale sont respectivement $F_1 = 0.31$ Hz et $F_2 = 0.44$ Hz. Aucun phénomène de résonance (du type $F_1 = f_1$ ou $F_2 = f_1$) ou d'excitation paramétrique ($F_1 = 2.f_1$ ou $F_2 = 2.f_1$) classique n'intervient donc entre ces modes de structure et les modes du câble.

Cependant, notons que la somme des fréquences propres des modes de flexion verticale de l'ouvrage est voisine de la première fréquence propre du hauban :

$$F_1 + F_2 \approx f_1 \qquad \text{Équation 236}$$

L'objectif de cette partie est donc de déterminer si cette caractéristique de la dynamique du Pont de l'Iroise peut expliquer la sensibilité particulière du hauban H3Q22 identifiée au Chapitre 4.
Pour ce faire, les paragraphes suivants reviennent sur l'étude théorique du phénomène de résonance par combinaison évoqué au Chapitre 1, et la complètent. Le problème est mis en équation dans le cas général, puis le modèle non linéaire proposé est traité analytiquement pour déterminer si l'excitation simultanée des deux premiers modes de flexion verticale de la structure par le vent peut expliquer l'excitation du premier mode vertical du hauban H3Q22.

2.1. Mise en équation du phénomène de résonance par combinaison à deux composantes

L'objectif est d'étudier la dynamique d'un hauban de pont lorsque la structure globale (tablier et/ou pylône) vibre simultanément selon deux fréquences F_1 et F_2 (Fig. 188).

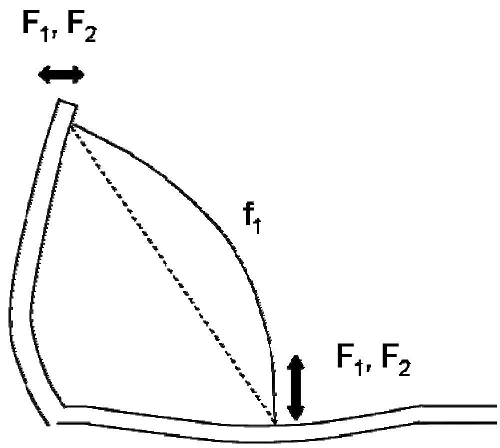


Figure 188. Résonance par combinaison à deux composantes d'un hauban de pont.

Remarquons tout d'abord que dans le cas du Pont de l'Iroise, les fréquences propres du câble H3Q22 ne coïncident pas avec F_1 ou F_2. Ainsi, l'influence du mouvement du câble sur celui de la structure peut être négligé a priori. Le mouvement des ancrages est donc considéré indépendant de celui du hauban dans le modèle (et donc interprété comme un terme d'excitation dans l'équation du mouvement du hauban).
De plus, les mouvements de la structure suivant F_1 et F_2 sont verticaux et ne sollicitent donc pas les modes transversaux du hauban. Les couplages entre les modes verticaux et les modes transversaux sont donc négligés ici.
Enfin, l'objectif étant d'étudier la possibilité d'une résonance non linéaire entre les deux premiers modes de flexion verticale de la structure et le premier mode du hauban H3Q22, les couplages internes entre les différents modes verticaux du hauban sont également négligés.

En simplifiant l'équation 80 du Chapitre 1, le mouvement vertical du hauban suivant le mode k est donc modélisé par l'équation :

$$\ddot{q}_l + 2\zeta_{ql}\omega_{ql}\dot{q}_{ql} + \omega_{ql}^2\left[q_l + \sum_{k=1,2} B_{lk}.s_k.q_l + (C_{ll} + D_{ll}).q_l^2 + E_{ll}.q_l^3\right] = \sum_{k=1,2} F_{lk}.s_k + \sum_{k=1,2} G_{lk}.\ddot{s}_k \qquad \text{Équation 237}$$

Les coordonnées généralisées des modes globaux sont par ailleurs du type :

$$s_1(t) = S_1.\cos(\Omega_1.t) \qquad \text{Équation 238}$$

$$s_2(t) = S_2.\cos(\Omega_2.t + \phi) \qquad \text{Équation 239}$$

avec $\Omega_i = 2\pi F_i$ les pulsations des modes globaux et S_i les amplitudes modales associées (i = 1, 2). L'équation générale du modèle de résonance par combinaison peut donc se réécrire :

$$\ddot{q} + 2\zeta\omega\dot{q} + \omega^2\left[(1 + A_1.\cos(\Omega_1.t) + A_2.\cos(\Omega_2.t + \phi)).q + B.q^2 + C.q^3\right] = Q_1.\cos(\Omega_1.t) + Q_2.\cos(\Omega_2.t + \phi) \qquad \text{Équation 240}$$

avec : $A_1 = B_{l1}.S_1$, $A_2 = B_{l2}.S_2$, $B = C_{ll} + D_{ll}$, $C = E_{ll}$, $Q_1 = (F_{l1} - \Omega_1^2.G_{l1}).S_1$ et $Q_2 = (F_{l2} - \Omega_2^2.G_{l2}).S_2$.

Il s'agit ensuite d'étudier les solutions périodiques de l'équation 240.

2.2. Etude analytique de la résonance $F_1 + F_2 = f_1$

L'objectif est d'exprimer l'amplitude des solutions périodiques de l'équation 240 en fonction des amplitudes des déplacements des ancrages et de l'amortissement du hauban, en vue d'une étude paramétrique. Cette analyse est réalisée par la méthode des échelles multiples [Nayfeh & Mook 1979].
Sur la base du constat que le coefficient d'amortissement ζ du hauban, ainsi que les coefficients des termes non linéaires de l'équation 240, sont petits et du même ordre de grandeur (Tableau 16), le paramètre ε, vérifiant $0 < \varepsilon \ll 1$, est introduit dans l'équation du mouvement, qui devient :

$$\ddot{q} + 2\varepsilon\zeta\omega\dot{q} + \omega^2 q + \varepsilon\omega^2\left[(A_1.\cos(\Omega_1.t) + A_2.\cos(\Omega_2.t + \phi)).q + B.q^2 + C.q^3\right] = Q_1.\cos(\Omega_1.t) + Q_2.\cos(\Omega_2.t + \phi) \qquad \text{Équation 241}$$

Coefficients de l'équation 241	Valeur numérique
ζ	0.0018
A_1	$1.74.U_1$ (U_1 : déplacement longitudinal du câble selon F_1)
A_2	$0.74.U_2$ (U_2 : déplacement longitudinal du câble selon F_2)
B	0.04
C	0.025

Tableau 16. Evaluation des paramètres de l'équation du mouvement dans le cas d'une résonance par combinaison du premier mode vertical du hauban H3Q22 du Pont de l'Iroise.

La méthode des échelles multiples consiste alors à introduire les variables de temps $T_n = \varepsilon^n t$, pour n = 1, 2, … et de décomposer q(t) en :

$$q(t) = q(t,\varepsilon) = q_0(T_0, T_1, ...) + \varepsilon.q_1(T_0, T_1, ...) + ... + O(\varepsilon^N) \qquad \text{Équation 242}$$

Les règles de dérivation sont alors les suivantes :

$$\frac{d}{dt} = \frac{dT_0}{dt}\cdot\frac{\partial}{\partial T_0} + \frac{dT_1}{dt}\cdot\frac{\partial}{\partial T_1} + \frac{dT_2}{dt}\cdot\frac{\partial}{\partial T_2} + ... = D_0 + \varepsilon.D_1 + \varepsilon^2.D_2 + ... \qquad \text{Équation 243}$$

$$\frac{d^2}{dt^2} = D_0^{\ 2} + 2\varepsilon.D_0D_1 + \left(D_1^{\ 2} + 2D_0D_2\right).\varepsilon^2 + ... \qquad \text{Équation 244}$$

avec $D_i = \frac{\partial}{\partial T_i}$, pour i = 0, 1, ….

Nous cherchons alors à établir une approximation à l'ordre 1 des solutions de l'équation 241 autour de la résonance par combinaison. Imposons donc :

$$\Omega_1 + \Omega_2 = \omega + \varepsilon\eta \qquad \text{Équation 245}$$

En substituant les équations 242, 243, 244 et 245 dans l'équation 241 et en regroupant les termes à l'ordre 0 et à l'ordre 1 en ε, l'équation du mouvement 241 se décompose en les deux équations suivantes :

$$D_0^{\ 2}q_0 + \omega^2 q_0 = Q_1\cos(\Omega_1 T_0) + Q_2\cos(\Omega_2 T_0 + \phi) \qquad \text{Équation 246}$$

$$\begin{aligned} D_0^{\ 2}q_1 + \omega^2 q_1 = &-2D_0D_1q_0 - 2\zeta\omega D_0 q_0 - \omega^2.B.q_0^{\ 2} - \omega^2.C.q_0^{\ 3} \\ &- \omega^2.\left[A_1\cos(\Omega_1 T_0) + A_2\cos(\Omega_2 T_0 + \phi)\right].q_0 \end{aligned} \qquad \text{Équation 247}$$

La solution générale de l'équation 246 s'écrit sous la forme :

$$q_0 = Q(T_1)e^{i\omega T_0} + \overline{Q}(T_1)e^{-i\omega T_0} + \frac{Q_1}{\omega^2 - \Omega_1^{\ 2}}\cos(\Omega_1 T_0) + \frac{Q_2}{\omega^2 - \Omega_2^{\ 2}}\cos(\Omega_2 T_0 + \phi) \qquad \text{Équation 248}$$

En réinjectant l'équation 248, l'équation 247 donne alors :

$$D_0^{\,2} q_1 + \omega^2 q_1 = -2i\omega\left[\left(Q' + \zeta Q\omega\right)\right]e^{i\omega T_0}$$
$$-3C\omega^2\left[Q^2\overline{Q} + \frac{Q_1^{\,2}Q}{2\left(\omega^2-\Omega_1^{\,2}\right)^2} + \frac{Q_2^{\,2}Q}{2\left(\omega^2-\Omega_2^{\,2}\right)^2}\right]e^{i\omega T_0} \qquad \text{Équation 249}$$
$$-\frac{1}{2}\left[\frac{\omega^2 B Q_1 Q_2}{\left(\omega^2-\Omega_1^{\,2}\right)\left(\omega^2-\Omega_2^{\,2}\right)} + \frac{\omega^2 Q_1 A_2}{2\left(\omega^2-\Omega_1^{\,2}\right)} + \frac{\omega^2 Q_2 A_1}{2\left(\omega^2-\Omega_2\right)}\right]e^{i(\eta T_1+\phi)}e^{i\omega T_0} + cc + tns$$

où Q' = D_1Q, cc représente le conjugué complexe des termes précédents et tns représente les termes non séculaires (non proportionnels à $e^{i\omega T_0}$) de l'équation 249.

Nous cherchons à établir les solutions périodiques de l'équation 241. La condition de périodicité de q_1 se traduit alors par l'annulation des termes séculaires du second membre de l'équation 249, soit :

$$-2i\omega\left[\left(Q' + \zeta Q\omega\right)\right] - 3C\omega^2\left[Q^2\overline{Q} + \frac{Q_1^{\,2}Q}{2\left(\omega^2-\Omega_1^{\,2}\right)^2} + \frac{Q_2^{\,2}Q}{2\left(\omega^2-\Omega_2^{\,2}\right)^2}\right] \qquad \text{Équation 250}$$
$$-\frac{1}{2}\left[\frac{\omega^2 B Q_1 Q_2}{\left(\omega^2-\Omega_1^{\,2}\right)\left(\omega^2-\Omega_2^{\,2}\right)} + \frac{\omega^2 Q_1 A_2}{2\left(\omega^2-\Omega_1^{\,2}\right)} + \frac{\omega^2 Q_2 A_1}{2\left(\omega^2-\Omega_2\right)}\right]e^{i(\eta T_1+\phi)} = 0$$

Pour résoudre l'équation 250, Q est cherché sous la forme :

$$Q(T_1) = \frac{1}{2}a(T_1)e^{ib(T_1)} \qquad \text{Équation 251}$$

avec a et b des fonctions réelles de T_1. En séparant les parties réelles et imaginaires dans l'équation 250, le problème se ramène au système d'équations :

$$a' = -\zeta\omega a - \frac{\omega}{2}\left[\frac{B Q_1 Q_2}{\left(\omega^2-\Omega_1^{\,2}\right)\left(\omega^2-\Omega_2^{\,2}\right)} + \frac{Q_1 A_2}{2\left(\omega^2-\Omega_1^{\,2}\right)} + \frac{Q_2 A_1}{2\left(\omega^2-\Omega_2^{\,2}\right)}\right]\sin(\gamma) \qquad \text{Équation 252}$$

$$a(\eta-\gamma') = \frac{3C\omega}{4}\left[\frac{a^3}{2} + \frac{Q_1^{\,2}a}{\left(\omega^2-\Omega_1^{\,2}\right)^2} + \frac{Q_2^{\,2}a}{\left(\omega^2-\Omega_2^{\,2}\right)^2}\right] \qquad \text{Équation 253}$$
$$+\frac{\omega}{2}\left[\frac{B Q_1 Q_2}{\left(\omega^2-\Omega_1^{\,2}\right)\left(\omega^2-\Omega_2^{\,2}\right)} + \frac{Q_1 A_2}{2\left(\omega^2-\Omega_1^{\,2}\right)} + \frac{Q_2 A_1}{2\left(\omega^2-\Omega_2^{\,2}\right)}\right]\cos(\gamma)$$

avec $\gamma = \eta.T_1 + \varphi - b$.

Nous cherchons par ailleurs les solutions stationnaires, qui vérifient donc (a', γ') = (0, 0). En éliminant les termes en γ dans les équations 252 et 253, nous obtenons alors l'équation définissant l'amplitude des solutions périodiques en fonction de la fréquence et de l'amplitude des mouvements des ancrages :

$$\left[\frac{\eta}{\omega}-\frac{3C}{4}\left(\frac{a^2}{2}+\frac{Q_1^{\ 2}}{\left(\omega^2-\Omega_1^{\ 2}\right)^2}+\frac{Q_2^{\ 2}}{\left(\omega^2-\Omega_2^{\ 2}\right)^2}\right)\right]^2$$

$$=\frac{1}{4a^2}\left[\frac{BQ_1Q_2}{\left(\omega^2-\Omega_1^{\ 2}\right)\left(\omega^2-\Omega_2^{\ 2}\right)}+\frac{Q_1A_2}{2\left(\omega^2-\Omega_1^{\ 2}\right)}+\frac{Q_2A_1}{2\left(\omega^2-\Omega_2^{\ 2}\right)}\right]^2-\zeta^2 \qquad \text{Équation 254}$$

L'équation 254 permet alors de déterminer l'amplitude a en fonction de la fréquence $F_1 + F_2$, des amplitudes d'excitation S_1 et S_2 et de l'amortissement effectif ζ du hauban. La coordonnée généralisée solution de l'équation 241 du mouvement s'écrit alors :

$$q=a\cdot\cos(\omega\cdot t+b)+\frac{Q_1}{\omega^2-\Omega_1^{\ 2}}\cos(\Omega_1T_0)+\frac{Q_2}{\omega^2-\Omega_2^{\ 2}}\cos(\Omega_2T_0+\phi)+O(\varepsilon) \qquad \text{Équation 255}$$

Selon la valeur ζ de l'amortissement effectif du hauban et du paramètre $\eta = \Omega_1 + \Omega_2 - \omega$, l'équation 255 a une, deux ou trois solutions (ou 0 lorsque le second membre devient négatif, c'est à dire pour des valeurs de l'amortissement supérieures à une valeur limite), comme le montre la Figure 189. Ainsi pour un amortissement de 0.05 % (courbe noire), l'équation 241 présente une unique solution périodique. Pour un amortissement effectif plus faible, un phénomène de saut apparaît. Pour une valeur de $F_1 + F_2$, trois états périodiques peuvent coexister. Une analyse de la stabilité de ces solutions (fournie en Annexe 3) montre que dans ce cas, seules les branches supérieure et inférieure (représentées en trait continu sur la Figure 189) sont stables. La solution d'amplitude intermédiaire, correspondant à la courbe en pointillés, est quant à elle instable. Le phénomène de saut est alors dû pour une même valeur de $F_1 + F_2$ à l'existence de deux solution stables possibles. En imaginant une augmentation graduelle de $F_1 + F_2$, l'amplitude augmente le long de la courbe X_1X_2, puis au point X_2, l'amplitude décroît soudainement pour suivre la courbe X_3X_4. Inversement, si $F_1 + F_2$ décroît, l'amplitude augmente le long de la courbe X_4Y_2, puis au point Y_2, l'amplitude croît soudainement pour suivre la courbe Y_3X_1.

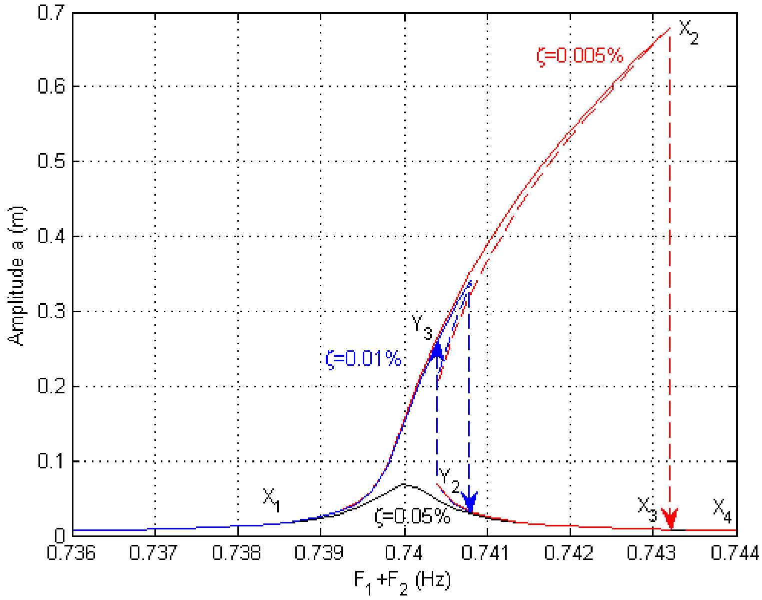


Figure 189. Diagramme de résonance par combinaison du hauban H3Q22 soumis à un mouvement des ancrages suivant F_1 et F_2 (pour des amplitudes verticales du tablier au niveau de l'ancrage : U_1 = 2 cm et U_2 = 1 cm).

Lorsque deux solutions stables coexistent, l'amplitude de la solution observée dépend alors des conditions initiales (déplacement). Si la condition initiale est proche d'une des branches stables, la réponse vibratoire du hauban convergera vers la solution stable la plus proche.
Dans le cas de résonance par combinaison traité ici, la Figure 189 montre que l'amplitude associée à la branche stable supérieure peut être très élevée (supérieure à un diamètre de câble). Ainsi il est peu probable que les mouvements du hauban H3Q22 suivant son premier mode de vibration soient associés à cette branche supérieure.

L'analyse précédente a permis de mettre en évidence un phénomène d'interaction non linéaire entre le hauban et la structure globale, qui pour de faibles valeurs de l'amortissement effectif du hauban (par exemple lorsque la résonance se conjugue au phénomène de galop des câbles inclinés secs) peut être à l'origine de vibrations de grande amplitude. Toutefois, ce type d'interaction structure/câble ne semble pas pouvoir expliquer les rares cas de mise en vibration du hauban H3Q22 du Pont de l'Iroise suivant son premier mode. L'origine de ce comportement vibratoire semble donc de nature aérodynamique.

3. Excitation du troisième mode de hauban par les deux premiers modes de flexion verticale de la structure et le mode de pylône

L'objectif est d'expliquer l'excitation répétée du mode trois du hauban H3Q22 du Pont de l'Iroise identifiée au Chapitre 4. L'idée est donc, comme dans le paragraphe précédent, de déterminer si une résonance non linéaire entre ce 3ème mode de câble et des modes globaux de la structure peut expliquer ce comportement dynamique.
Nous avons vu précédemment que la somme des deux premiers modes de flexion verticale de l'ouvrage, sollicités par la turbulence du vent, coïncidait presque avec la 1ère fréquence propre du hauban. De la même façon, la fréquence à 2.94 Hz du mode de pylône excité par le trafic est voisine de la 4ème fréquence propre du câble. En notant F_3 la fréquence du mode de pylône

et f_3 celle du 3ème mode de câble, les fréquences de la structure le plus fréquemment sollicitées au cours des épisodes de vibration du hauban H3Q22 vérifient donc la relation :

$$F_3 - (F_1 + F_2) \approx f_3 \qquad \text{Équation 256}$$

Comme dans la partie précédente, les paragraphes suivants s'attachent donc à vérifier cette hypothèse de résonance. Le problème est d'abord mis en équation, puis le modèle est traité par la méthode des échelles multiples.

3.1. Mise en équation du phénomène de résonance par combinaison à 3 composantes

L'objectif est d'étudier la dynamique d'un hauban de pont lorsque la structure globale (tablier et/ou pylône) vibre simultanément selon 3 fréquences F_1, F_2 et F_3 (Fig. 190).

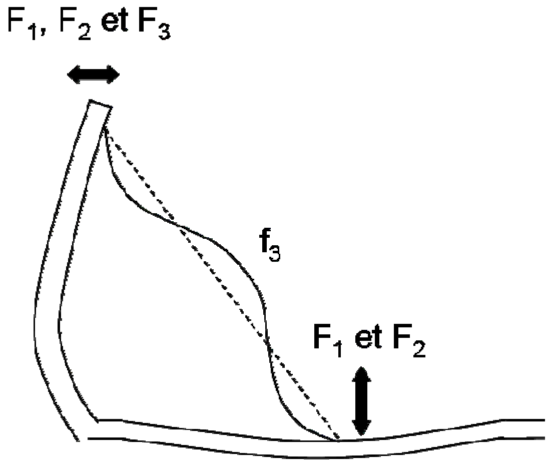


Figure 190. Excitation du hauban H3Q22 par 3 modes de la structure.

Le problème est donc mis en équation comme dans la partie 2.1.
De façon analogue aux coordonnées généralisées des deux premiers modes de flexion verticale de la structure (équations 238 et 239), la coordonnée généralisée du mode de pylône est supposée de la forme :

$$s_3(t) = S_3.\cos(\Omega_3.t + \psi) \qquad \text{Équation 257}$$

avec $\Omega_3 = 2\pi F_3$. L'équation du modèle de résonance par combinaison se réécrit alors dans ce cas :

$$\begin{aligned} &\ddot{q} + 2\zeta\omega\dot{q} + \omega^2\left[(1 + A_1.\cos(\Omega_1.t) + A_2.\cos(\Omega_2.t + \phi) + A_3.\cos(\Omega_3.t + \psi)).q\right] \\ &\quad + \omega^2\left[B.q^2 + C.q^3\right] = Q_1.\cos(\Omega_1.t) + Q_2.\cos(\Omega_2.t + \phi) + Q_3.\cos(\Omega_3.t + \psi) \end{aligned} \qquad \text{Équation 258}$$

Dans le cas d'une excitation du 3ème mode du hauban H3Q22, le Tableau 17 montre qu'une nouvelle fois le coefficient d'amortissement et les coefficients des termes non linéaires de l'équation 258 sont petits et du même ordre de grandeur. Remarquons que le coefficient C du terme cubique (qui nous le verrons dans la suite est le seul paramètre influant dans ce cas) est dix fois supérieur à celui correspondant au cas d'une excitation du 1er mode du câble (Tableau 16).

Coefficients de l'équation 258	**Valeur numérique**
ζ	0.0020
A_1	$1.77.U_1$ (U_1 : déplacement longitudinal du câble selon F_1)
A_2	$1.77.U_2$ (U_2 : déplacement longitudinal du câble selon F_2)
A_3	$1.77.U_3$ (U_3 : déplacement longitudinal du câble selon F_3)
B	0.014
C	0.231

Tableau 17. Evaluation des paramètres de l'équation du mouvement dans le cas d'une résonance par combinaison à 3 composantes du 3ème mode vertical du hauban H3Q22 du Pont de l'Iroise.

3.2. Etude analytique de la résonance $F_3 - (F_1 + F_2) = f_3$

Pour étudier ce cas, l'idée est une nouvelle fois d'introduire un paramètre $0 < \varepsilon \ll 1$ dans l'équation du mouvement 258. Cette dernière se réécrit :

$$\begin{aligned}\ddot{q} + 2\varepsilon\zeta\omega\dot{q} + \omega^2 q + \varepsilon\omega^2\left[\left(A_1.\cos(\Omega_1.t) + A_2.\cos(\Omega_2.t+\phi) + A_3.\cos(\Omega_3.t+\psi)\right).q\right] \\ + \varepsilon\omega^2\left[B.q^2 + C.q^3\right] = Q_1.\cos(\Omega_1.t) + Q_2.\cos(\Omega_2.t+\phi) + Q_3.\cos(\Omega_3.t+\psi)\end{aligned} \quad \text{Équation 259}$$

La méthode consiste alors à établir une approximation à l'ordre 1 des solutions de l'équation 259 autour de la résonance par combinaison à 3 composantes. L'hypothèse de résonance étudiée ici se traduit par la relation :

$$\Omega_3 - (\Omega_1 + \Omega_2) = \omega + \varepsilon\eta \quad \text{Équation 260}$$

L'application de la méthode des échelles multiples comme dans la partie 2 conduit à la relation suivante reliant l'amplitude a des solutions périodiques à la fréquence et à l'amplitude des mouvements des ancrages :

$$\begin{aligned}&\left[\frac{\eta}{\omega} - \frac{3C}{4}\left(\frac{a^2}{2} + \frac{Q_1^2}{(\omega^2-\Omega_1^2)^2} + \frac{Q_2^2}{(\omega^2-\Omega_2^2)^2} + \frac{Q_3^2}{(\omega^2-\Omega_3^2)^2}\right)\right]^2 \\ &= \frac{9}{16a^2}\left[\frac{CQ_1Q_2Q_3}{(\omega^2-\Omega_1^2)(\omega^2-\Omega_2^2)(\omega^2-\Omega_3^2)}\right]^2 - \zeta^2\end{aligned} \quad \text{Équation 261}$$

L'équation 261 est similaire à l'équation 254 décrivant l'amplitude du hauban en fonction de la fréquence et de l'amplitude du mouvement des ancrages dans le cas de la résonance $F_1 + F_2 = f_1$. Ainsi de la même façon, selon la valeur ζ de l'amortissement effectif du hauban et du paramètre $\eta = \Omega_3 - (\Omega_1 + \Omega_2) - \omega$, l'équation 261 a 0, 1, 2 ou 3 solutions. Pour un amortissement effectif ζ quasi-nul, 3 solutions périodiques coexistent pour $F_3 - (F_1 + F_2) > f_3$. Comme dans le cas du paragraphe 2.2., une étude de stabilité (Annexe 3) montre que seules les branches inférieures et supérieures sont stables. Par contre, contrairement à la résonance par combinaison à deux composantes, les termes paramétriques (termes A_1, A_2 et A_3) de l'équation 258 n'ont pas d'influence sur l'amplitude des solutions. Ainsi le second membre de l'équation 261 s'annule pour des valeurs infimes de l'amortissement effectif ζ. L'équation 261 n'admet donc des solutions que si l'amortissement effectif du hauban est quasiment nul. Or dans ce cas (si ζ = 0) le modèle mathématique proposé n'est plus valable puisque le mouvement du câble est contrôlé par le phénomène aérodynamique. Autrement dit, cette résonance par combinaison à 3 composantes ne peut être à l'origine de l'excitation du mode 3 du hauban.

Notons que comme les termes paramétriques n'interviennent pas dans l'équation 261, les deux solutions d'amplitude maximale (solution stable de la branche supérieure et solution instable) sont très proches. C'est pourquoi seules deux branches sont visibles sur la Figure 191.

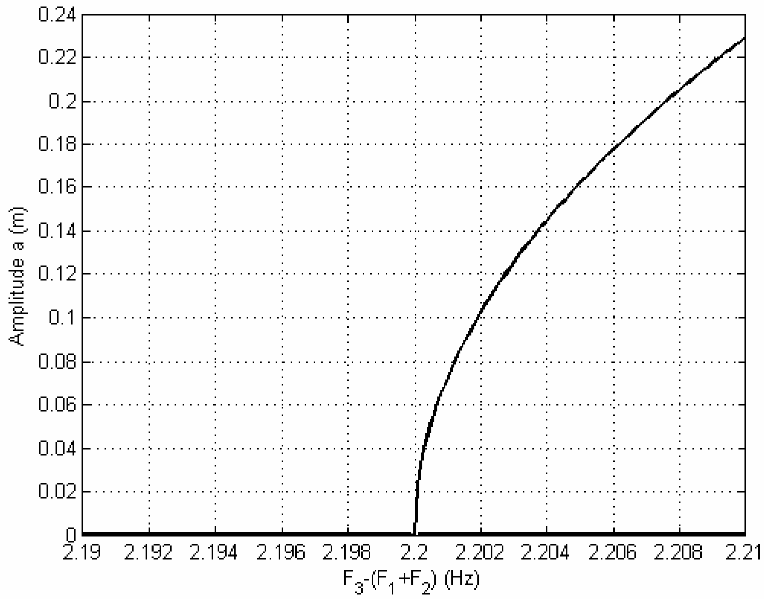


Figure 191. Diagramme de résonance par combinaison du hauban H3Q22 soumis à un mouvement des ancrages suivant F_1, F_2 et F_3 (pour des amplitudes verticales du tablier au niveau de l'ancrage : U_1 = 3 cm, U_2 = 2 cm et U_3 = 1 cm).

4. Excitation paramétrique du hauban par le mode de pylône

L'objectif est d'évaluer la sensibilité du hauban H3Q22 du Pont de l'Iroise au phénomène d'excitation paramétrique que peut induire le mouvement du pylône, lui-même sollicité par le trafic (Fig. 192). Nous avons vu en effet que la fréquence F_3 du 2ème mode de flexion du pylône était de l'ordre de 2.94 Hz. La fréquence f_2 du deuxième mode du câble étant de 1.47 Hz, il est donc légitime d'étudier l'éventualité de la résonance :

$$F_3 = 2.f_2 \qquad \text{Équation 262}$$

La démarche consiste alors à évaluer l'amplitude du mouvement du hauban engendré par ce phénomène, de façon à déterminer s'il est à l'origine des excitations recensées du mode 2 du hauban H3Q22 du Pont de l'Iroise. L'influence du phénomène de galop sec (étudié dans les paragraphes précédents) sur cette résonance est également abordée. Il s'agit d'étudier l'impact d'une diminution de l'amortissement effectif du hauban sur les frontières de la zone d'instabilité définie dans le Chapitre 1 et sur l'amplitude du mouvement.

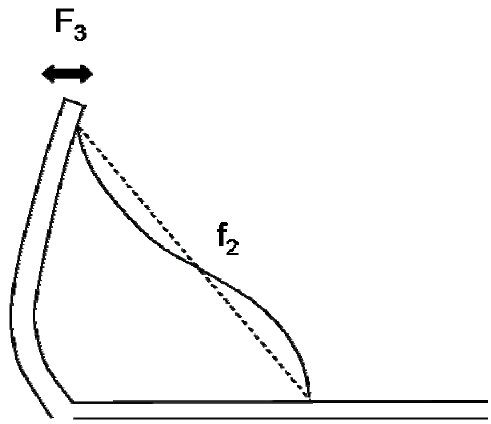


Figure 192. Excitation paramétrique du hauban H3Q22 du Pont de l'Iroise.

4.1. Définition des frontières de la zone d'instabilité

Il s'agit ici de déterminer l'intervalle de fréquences d'excitation de la structure pour lequel le mode 2 du hauban peut être soumis au phénomène d'excitation paramétrique.

L'équation du mouvement relative au 2[ème] mode vertical du hauban est de la forme (d'après l'équation 80 du Chapitre 1) :

$$\ddot{q}_2 + 2\zeta_2\omega_2\dot{q}_2 + \omega_2^{\,2}\left[q_2 + B_{23}.s_3.q_3 + E_{22}.q_2^{\,3}\right] = G_{23}.\ddot{s}_3 \qquad \text{Équation 263}$$

avec s_3 la coordonnée généralisée du mode de pylône. Les valeurs numériques des paramètres de l'équation sont données dans le Tableau 18.

Coefficients de l'équation 263	**Valeurs numériques**
B_{23}	-1.60
E_{22}	0.10
G_{23}	0.13

Tableau 18. Evaluation des paramètres de l'équation du mouvement dans le cas de l'excitation paramétrique du deuxième mode vertical du hauban H3Q22 du Pont de l'Iroise.

En notant S_3 l'amplitude du mouvement du pylône et $\Omega_3 = 2\pi F_3$, le Chapitre 1 montre que les frontières de la zone d'instabilité associées à l'excitation paramétrique étudiée ici sont données par la relation suivante (équation 85 du Chapitre 1) :

$$\frac{\Omega_3}{2\omega_2} = \sqrt{1 \pm \sqrt{\frac{(B_{23}.S_3)^2}{4} - 4\zeta_2^{\ 2}}} \qquad \text{Équation 264}$$

La Figure 193 montre alors l'influence d'une diminution de l'amortissement effectif du hauban (engendrée par exemple par le phénomène de galop des câbles inclinés secs étudié dans les chapitres précédents) sur les frontières de la zone d'instabilité associée à l'excitation paramétrique. Il apparaît ainsi qu'un amortissement aérodynamique négatif a deux effets principaux.

- Il tend à diminuer l'amplitude minimale du déplacement du pylône nécessaire à l'initiation du phénomène. Ainsi, en l'absence d'autres sollicitations extérieures, l'amplitude du pylône nécessaire pour provoquer l'instabilité est de l'ordre de 5 mm (pour ζ = 0.2 %, qui correspond à l'amortissement du hauban sans ses amortisseurs). Pour un amortissement de l'ordre 0.05 % (dans les conditions de vent associées au phénomène de galop sec par exemple), ce seuil est inférieur à 2 mm.
- Pour une amplitude de déplacement du pylône donnée, la diminution de l'amortissement effectif du hauban contribue à accroître l'intervalle de fréquences d'excitation pour lequel le phénomène apparaît. Autrement dit, si la fréquence F_3 du pylône ne coïncide pas tout à fait avec le double de la fréquence f_2 du hauban, l'excitation paramétrique peut cependant avoir lieu pour un amortissement effectif du hauban suffisamment faible.

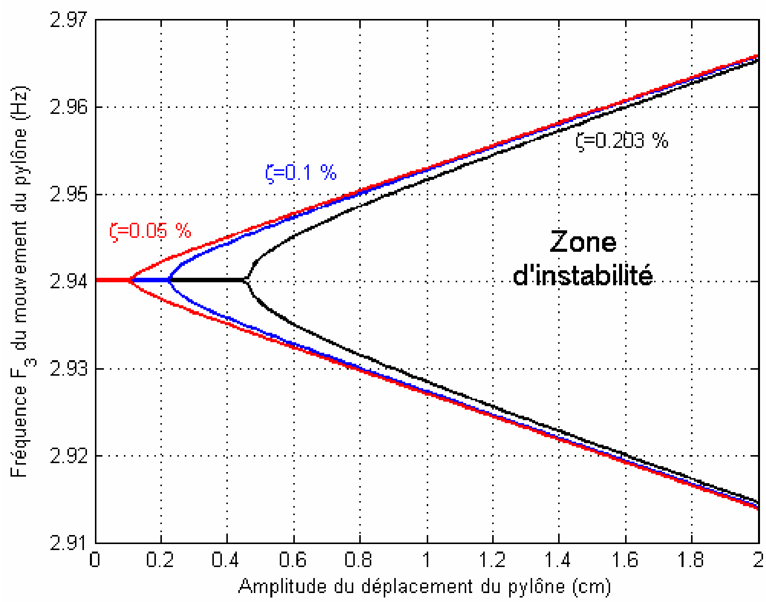


Figure 193. Zone d'instabilité associée à l'excitation paramétrique du mode 2 du hauban H3Q22 du Pont de l'Iroise.

4.2. Evaluation de l'amplitude du déplacement du hauban H3Q22 soumis au phénomène d'excitation paramétrique

L'idée est ici d'évaluer l'amplitude théorique du déplacement du hauban H3Q22 soumis à une excitation paramétrique, de sorte à pouvoir la comparer aux amplitudes

mesurées sur le site du Pont de l'Iroise. L'objectif est également d'analyser l'influence d'une diminution de l'amortissement effectif sur l'amplitude du câble.
Pour cela, utilisons l'expression de l'amplitude donnée par l'équation 90 du Chapitre 1 [Clément & Crémona 1996]. Soit dans notre cas l'amplitude a correspondant à la branche stable. Elle vérifie :

$$a = \sqrt{\frac{4}{3E_{22}}\left[\left(\frac{\Omega_3}{2\omega_2}\right)^2 + \sqrt{\frac{(B_{23}.S_3)^2}{4} - 4{\zeta_2}^2\left(\frac{\Omega_3}{2\omega_2}\right)^2}\right]} \qquad \text{Équation 265}$$

La Figure 194 confirme alors le phénomène de saut mentionné au Chapitre 1. Nous voyons également qu'en plus d'augmenter l'intervalle correspondant à l'instabilité du hauban, la diminution de l'amortissement effectif tend à amplifier l'amplitude de vibration.

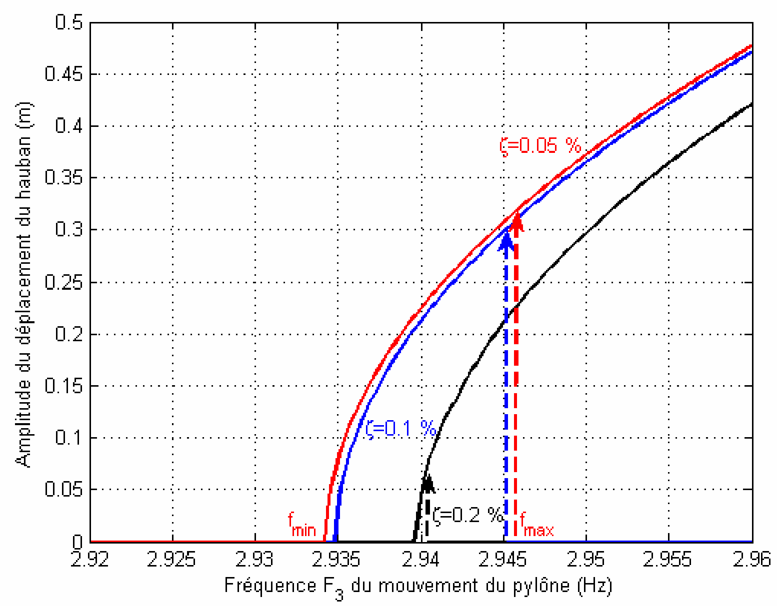


Figure 194. Amplitude du déplacement du hauban H3Q22 du Pont de l'Iroise soumis à une excitation paramétrique de son 2ème mode (pour un déplacement du pylône de 5mm).

Le comportement du hauban est alors le suivant. Pour une fréquence du pylône inférieure à la fréquence f_{min} correspondant à la borne inférieure de l'intervalle d'instabilité, le hauban est stable. Pour une fréquence de pylône comprise entre f_{min} et f_{max}, avec f_{max} la borne supérieure de l'intervalle d'instabilité, le hauban devient instable et son comportement tend vers la solution périodique d'amplitude supérieure. Enfin, pour une fréquence supérieure à f_{max}, deux états stables coexistent. L'amplitude du déplacement du hauban dépend alors de la condition initiale (en déplacement), l'amplitude observée correspondant à l'état stable le plus proche.

Pour une fréquence du mouvement du pylône de l'ordre de 2.94 Hz et pour une légère diminution de l'amortissement effectif du hauban, la Figure 194 montre que l'amplitude associée du câble est de l'ordre de 20 cm. Ce résultat du même ordre de grandeur que les amplitudes observées sur le site du Pont de l'Iroise.
Des scénarios proposés, il semble donc que l'excitation paramétrique du câble par les mouvements du pylône (eux mêmes engendrés par le trafic) soit l'interprétation la plus

pertinente de la sensibilité particulière du hauban H3Q22. Toutefois, si ce phénomène d'interaction entre la structure et le hauban explique l'excitation du 2ème mode de câble, elle ne permet pas d'expliquer celle du 3ème mode. La partie suivante tente d'apporter quelques éléments d'explication sur ce mécanisme.

5. Modélisation à deux degrés de liberté du phénomène d'excitation paramétrique

L'étude classique du phénomène d'excitation paramétrique considère le cas de l'excitation du mode fondamental du hauban. L'objectif de cette partie est donc de compléter ces analyses, en considérant le cas de l'excitation du 2ème mode. L'idée est de déterminer en particulier, si ce phénomène ne s'accompagne pas d'une excitation du 3ème mode, qui expliquerait le comportement dynamique du hauban H3Q22 du Pont de l'Iroise. Pour cela, nous considérons un modèle de hauban à deux degrés de liberté, pour tenir compte des mouvements suivants les modes 2 et 3.

En adaptant l'équation 80 du Chapitre 1, les équations du mouvement du câble suivant ses modes 2 et 3 s'écrivent :

$$\ddot{q}_2 + 2\zeta_2\omega_2\dot{q}_2 + \omega_2^{\,2}\left[\left(1 + B_{23}.s_3 + C_{23}.q_3\right)q_2 + E_{22}.q_2^{\,3} + E_{23}.q_3^{\,2}q_2\right] = G_{23}.\ddot{s}_3 \qquad \text{Équation 266}$$

$$\begin{aligned}\ddot{q}_3 + 2\zeta\omega_3\dot{q}_3 + \omega_3^{\,2}\Big[\left(1 + B_{33}.s_3\right)q_3 + D_{32}.q_2^{\,2} + \left(C_{33} + D_{33}\right).q_3^{\,2} + E_{32}.q_2^{\,2}q_3 \\ + E_{33}.q_3^{\,3}\Big] = F_{33}.s_3 + G_{33}.\ddot{s}_3\end{aligned} \qquad \text{Équation 267}$$

Nous appliquons alors la méthode des échelles multiples comme dans les paragraphes 2 et 3. Les relations de résonance à prendre en compte sont ici :

$$\Omega_3 = 2\omega_2 + \varepsilon\eta \qquad \text{Équation 268}$$

pour tenir compte de l'excitation paramétrique du deuxième mode de câble par le mode de pylône et :

$$\omega_3 = \frac{3}{2}\omega_2 + \varepsilon\sigma \qquad \text{Équation 269}$$

pour tenir compte des couplages internes entre les modes 2 et 3 du hauban. Comme dans les parties 2 et 3 de ce chapitre, ε est un petit paramètre vérifiant $0 < \varepsilon \ll 1$. Nous considérons toujours que les coefficients d'amortissement ζ_2 et ζ_3 ainsi que les coefficients des termes non linéaires des équations 266 et 267 sont à l'ordre de 1 en ε (les autres termes étant à l'ordre 0). En décomposant q_2 et q_3 selon l'équation 242 et en regroupant les termes à l'ordre 0 et à l'ordre 1 en ε, les équations 266 et 267 se réécrivent :

$$D_0 q_{20} + \omega_2^{\,2} q_{20} = Q_{23}\cos\left(\Omega_3 T_0\right) \qquad \text{Équation 270}$$

$$D_0 q_{30} + \omega_3^{\,2} q_{30} = Q_{33}\cos\left(\Omega_3 T_0\right) \qquad \text{Équation 271}$$

$$D_0^{\ 2} q_{21} + \omega_2^{\ 2} q_{21} = -2 D_0 D_1 q_{20} - 2\zeta_2 \omega_2 D_0 q_{20} - \omega_2^{\ 2}.\left[\left(B_{23} S_3 \cos(\Omega_3 T_0) + C_{23}.q_{30}\right).q_{20} + E_{22} q_{20}^{\ 3} + E_{23} q_{30}^{\ 2} q_{20}\right] \qquad \text{Équation 272}$$

$$D_0^{\ 2} q_{31} + \omega_3^{\ 2} q_{31} = -2 D_0 D_1 q_{30} - 2\zeta_3 \omega_3 D_0 q_{30} - \omega_3^{\ 2}.\left[B_{33} S_3 \cos(\Omega_3 T_0).q_{30} + D_{32}.q_{20}^{\ 2} + \left(C_{33} + D_{33}\right).q_{30}^{\ 2} + E_{32}.q_{20}^{\ 2} q_{30} + E_{33}.q_{30}^{\ 3}\right] \qquad \text{Équation 273}$$

avec $s_3 = S_3.\cos(\Omega_3.T_0)$, $Q_{23} = -\Omega_3^2.G_{23}.S_3$ et $Q_{33} = (F_{33} - \Omega_3^2.G_{33}).S_3$.

Les solutions des équations 270 et 271 vérifient par ailleurs :

$$q_{20} = Q_2(T_1) e^{i\omega_2 T_0} + \overline{Q}_2(T_1) e^{-i\omega_2 T_0} + P_2.\cos(\Omega_3 T_0) \qquad \text{Équation 274}$$

$$q_{30} = Q_3(T_1) e^{i\omega_3 T_0} + \overline{Q}_3(T_1) e^{-i\omega_3 T_0} + P_3.\cos(\Omega_3 T_0) \qquad \text{Équation 275}$$

avec :

$$P_2 = \frac{Q_{23}}{\omega_2^{\ 2} - \Omega_3^{\ 2}} \qquad \text{Équation 276}$$

$$P_3 = \frac{Q_{33}}{\omega_3^{\ 2} - \Omega_3^{\ 2}} \qquad \text{Équation 277}$$

Posons alors, comme dans les parties 2 et 3 de ce chapitre :

$$Q_2(T_1) = \frac{1}{2} a_2(T_1) e^{i b_2(T_1)} \qquad \text{Équation 278}$$

$$Q_3(T_1) = \frac{1}{2} a_3(T_1) e^{i b_3(T_1)} \qquad \text{Équation 279}$$

L'annulation des termes résonants dans les équations 272 et 273 se traduit alors par les 4 équations suivantes :

$$a_2' = -\zeta_2 \omega_2 a_2 - \frac{\omega_2}{4}\left[B_{23} + C_{23} P_3\right] a_2 \sin(\gamma_1) - \frac{\omega_2 E_{23} P_2}{8} a_3^{\ 2} \sin(\gamma_2) \qquad \text{Équation 280}$$

$$a_2\left(\frac{\eta - \gamma_1'}{2}\right) = \frac{\omega_2 a_2}{4}\left[3E_{22}\left(\frac{a_2^{\ 2}}{2} + P_2^{\ 2}\right) + E_{23}\left(a_3^{\ 2} + P_3^{\ 2}\right)\right] + \frac{\omega_2}{4}\left[B_{23} + C_{23} P_3\right] a_2 \cos(\gamma_1) + \frac{\omega_2 E_{23} P_2}{8} a_3^{\ 2} \cos(\gamma_2) \qquad \text{Équation 281}$$

$$a_3' = -\zeta_3 \omega_3 a_3 + \frac{\omega_3 E_{32} P_2}{4} a_2 a_3 \sin(\gamma_2) \qquad \text{Équation 282}$$

$$a_3\left(\frac{3\eta - 4\sigma + 2\gamma_2' - \gamma_1'}{4}\right) = \frac{\omega_3 a_3}{4}\left[3E_{33}\left(\frac{a_3^{\ 2}}{2} + P_3^{\ 2}\right) + E_{32}\left(a_2^{\ 2} + P_2^{\ 2}\right)\right] + \frac{\omega_3 E_{32} P_2}{4} a_2 a_3 \cos(\gamma_2) \qquad \text{Équation 283}$$

avec :

$$\gamma_1 = \alpha T_1 - 2b_2 \qquad \text{Équation 284}$$

$$\gamma_2 = (2\beta - \alpha)T_1 + 2b_3 - b_2 \qquad \text{Équation 285}$$

Nous cherchons alors les solutions stationnaires du système d'équations 280, 281, 282 et 283, qui vérifient (a_2', a_3', γ_2', γ_3') = (0, 0, 0, 0).
La résolution de ce système montre qu'en plus des solutions classiques du problème d'excitation paramétrique ($a_2 \neq 0$, $a_3 = 0$), correspondant au cas traité dans le paragraphe précédent (représentées en noir sur la Fig. 195), il existe deux solutions du type $a_2 \neq 0$, $a_3 \neq 0$ pour de faibles valeurs de l'amortissement effectif du hauban (représentées en rouge et en bleu sur la Fig. 195). Ces deux couples de solutions (a_2, a_3) sont très proches, c'est pourquoi il n'est pas possible de les distinguer sur la Figure 195.

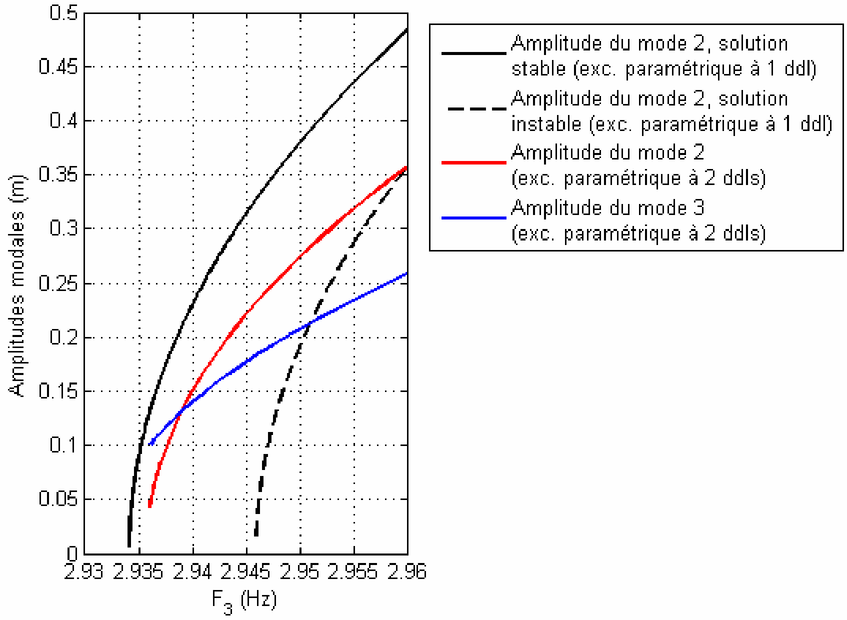


Figure 195. Amplitudes modales du hauban H3Q22 du Pont de l'Iroise soumis à une excitation paramétrique de son 2ème mode (pour un déplacement du pylône de 5mm).

La Figure 195 représente l'évolution en fonction de la fréquence de vibration du pylône des amplitudes associées aux solutions des équations 280, 281, 282 et 283 pour un faible amortissement effectif (ici $\zeta = 10^{-4}$ %). Les courbes noires correspondent aux solutions du type $a_2 \neq 0$, $a_3 = 0$, qu'un modèle à un degré de liberté suffit à déterminer. Les courbes rouge et bleue correspondent en revanche aux solutions du type $a_2 \neq 0$, $a_3 \neq 0$ mises en évidence par le modèle à deux degrés de liberté.
Il apparaît en particulier que pour une fréquence du pylône inférieure à 2.939 Hz, il existe un état périodique pour lequel l'amplitude associée au mode 3 du hauban est supérieure à celle

associée au mode 2. Notons en particulier que ces amplitudes sont similaires à celles observées sur le Pont de l'Iroise.

Les simulations réalisées grâce à une méthode de Runge-Kutta n'ont cependant pas permis de retrouver cet état intermédiaire identifié grâce aux échelles multiples. Un approfondissement serait donc nécessaire pour interpréter ce résultat. Une étude des régimes transitoires serait également souhaitable pour expliquer en détail le comportement du hauban H3Q22.

6. Bilan

L'analyse plus approfondie des signaux issus du monitoring, et en particulier ceux relatifs aux mouvements du tablier et du pylône, a permis de compléter l'étude aérodynamique développée dans les chapitres précédents. Elle a ainsi conduit à mettre en évidence que l'excitation par le trafic de modes d'ordres élevés de la structure peut expliquer la sensibilité particulière de certains haubans, ainsi que la fissuration constatée de leur tube coffrant. L'éventualité d'interactions non linéaires entre l'ouvrage et certains câbles, rendues possibles par la diminution de l'amortissement effectif du hauban du fait du phénomène de galop sec, a ainsi été abordée.

Si les modèles de résonance par combinaison proposés et étudiés analytiquement dans ce chapitre ne permettent pas d'expliquer les vibrations constatées sur le Pont de l'Iroise, ce chapitre a néanmoins fourni un éclaircissement théorique sur ces phénomènes et démontre que ce type d'interaction a peu de chance de se produire sur les haubans de pont.

L'excitation paramétrique du hauban H3Q22 au passage de véhicules semble en revanche être la cause de la sensibilité particulière de ce câble. Le phénomène de galop des câbles inclinés secs a alors pour effet de diminuer le seuil de déplacement du pylône nécessaire pour engendrer l'instabilité du hauban, ainsi qu'à élargir l'intervalle de fréquences d'excitation pour lesquelles cette instabilité est susceptible de se manifester.

La dernière partie de ce chapitre a enfin ouvert des pistes pour l'interprétation de l'excitation du mode 3 du hauban H3Q22. La prise en compte des couplages internes entre les modes 2 et 3 du câble dans le modèle d'excitation paramétrique a ainsi conduit à mettre en évidence, en plus du mouvement de grande amplitude selon le $2^{ème}$ mode classiquement obtenu par un modèle à un degré de liberté, un état intermédiaire (l'amplitude du mode 2 est alors plus faible) caractérisé par une amplitude non négligeable suivant le mode 3. Cette analyse permet d'envisager une étude plus approfondie, centrée en particulier sur l'étude des régimes transitoires, qui n'entre cependant pas dans le cadre de ce doctorat.

Conclusion

La plupart des études portant sur les phénomènes à l'origine de la mise en vibration des haubans de pont a jusqu'ici été consacrée à un phénomène unique, en négligeant ses interactions éventuelles avec d'autres mécanismes. Les travaux réalisés lors de ce doctorat ont été conduits avec l'idée que les phénomènes vibratoires observés aujourd'hui sur certains ouvrages pouvaient être attribués à la concomitance de différentes actions du vent sur les haubans, que les moyens de contrôle actuels (amortisseurs additionnels, gaines profilées, aiguilles de liaison) ne sont pas forcément à même de dissiper. Il paraît en effet nécessaire d'envisager les interactions entre les effets directs (turbulence, détachement tourbillonnaire, action conjointe du vent et de la pluie, galop des câbles inclinés secs) et indirects (résonance, excitation paramétrique) du vent, ainsi que d'autres sollicitations extérieures telles que le trafic, sur la dynamique des câbles, afin de développer des moyens de contrôle efficaces.

C'est dans cette perspective qu'a été abordée l'étude de la mise en vibration des haubans du Pont de l'Iroise. Si les travaux présentés dans ce mémoire ont permis plus particulièrement de contribuer à la compréhension du phénomène de galop des câbles inclinés secs, l'objectif premier était avant tout d'identifier les différentes sources d'excitation dans l'environnement de l'ouvrage pouvant intervenir dans la mise en vibration des haubans. Pour cela, la démarche de ce doctorat s'est organisée en trois axes :

- **un diagnostic sur site** : cette étape était destinée d'une part à identifier, parmi les phénomènes répertoriés dans la littérature, ceux pouvant avoir une influence sur la mise en vibration des haubans du Pont de l'Iroise et d'autre part, à déterminer les compléments à apporter pour expliquer les phénomènes observés ;
- **une étude plus approfondie en soufflerie** : cette étude en laboratoire avait pour objectif de clarifier plus particulièrement le mécanisme de mise en vibration des câbles en l'absence de pluie (par opposition au phénomène pluie-vent) mis en évidence sur site ;
- **un recalage du phénomène aérodynamique local identifié dans la dynamique globale de l'ouvrage** : il s'agissait alors d'expliquer comment la concomitance du phénomène aérodynamique local identifié (le galop sec) et des interactions entre les haubans et la structure, sollicitée par le vent et/ou le trafic, peut être à l'origine de la mise en vibration des câbles dans le cas du Pont de l'Iroise.

L'analyse, pendant trois ans, du comportement dynamique du Pont de l'Iroise a fourni l'opportunité d'identifier sur un ouvrage réel les phénomènes responsables de la mise en vibration des haubans. L'étude des signaux d'accélérations des câbles et de la structure issus du monitoring, ainsi que des données climatiques associées, a permis de mettre en évidence l'occurrence de vibrations dans des gammes restreintes de vitesses et de directions de vent, indépendamment de la présence de pluie. Les vibrations se manifestent en effet pour des vitesses de vent modérées, comprises entre 13 et 18 m/s environ, et pour des directions comprises entre 10 et 30° par rapport à la normale au pont, sollicitant principalement les trois premiers modes verticaux des haubans longs du pont. La confrontation de ces données avec la bibliographie a conduit à attribuer ces oscillations au phénomène de galop des câbles inclinés secs, qui n'avait jusqu'ici été étudié qu'en soufflerie. Cette campagne de mesures sur site a donc permis non seulement de mettre en évidence, mais également de caractériser un phénomène aérodynamique encore méconnu et d'identifier certains paramètres des câbles semblant favoriser son apparition (nombre de Scruton inférieur à 85, inclinaison de l'ordre de

25°). La caractérisation du phénomène, qu'il conviendrait toutefois de préciser par une confrontation avec le comportement des câbles d'ouvrages similaires, a par ailleurs conduit à définir un protocole expérimental permettant d'identifier en soufflerie les propriétés de l'écoulement responsables des vibrations observées sur site. Cette première étape constitue donc un atout significatif pour l'étude du phénomène en soufflerie par rapport aux recherches précédentes, dont la représentativités vis-à-vis du comportement dynamique des haubans de pont n'était pas avérée.

Les mesures de pression réalisées par la suite sur un modèle statique de hauban incliné à 25° ont permis d'identifier, dans les gammes de directions associées aux vibrations observées sur site, l'apparition d'un coefficient de portance significatif, dans le régime d'écoulement critique, associée à la chute de traînée caractéristique de ce régime d'écoulement pour les cylindres à section circulaire. Les spécificités de l'écoulement autour d'un hauban incliné dans les directions de vent considérées semblent être liées au profil particulier de la section de câble « vue » par le vent. En effet, pour ces orientations du hauban, la section légèrement elliptique, est à la fois suffisamment proche du cercle pour qu'un recollement de couche limite apparaisse dans le régime critique, et dans le même temps suffisamment dissymétrique par apport à la direction de l'écoulement pour que ce recollement se manifeste systématiquement du même côté du cylindre et qu'il s'accompagne d'un décollement laminaire de l'autre côté. La manifestation de ces deux derniers mécanismes est ainsi responsable de l'apparition dans le régime critique d'un état stable caractérisé par une distribution de pression fortement dissymétrique autour du hauban. Ces résultats expérimentaux ont donc permis de fournir une interprétation à l'évolution particulière des coefficients aérodynamiques du hauban dans cette gamme de directions de vent, ainsi que de pointer l'influence de l'inclinaison du hauban sur ses propriétés aérodynamiques. La combinaison de l'inclinaison et de l'orientation réelles du hauban par rapport au vent, à l'origine de cette légère dissymétrie de section, explique en effet les différences constatées avec les résultats des précédentes recherches. La représentativité des études en soufflerie sur l'aérodynamique des câbles inclinés et orientés par rapport au vent semble donc reposer sur la conservation de ces deux paramètres. Toutefois, pour mieux appréhender l'influence de l'inclinaison, des mesures similaires pour différentes valeurs de ce paramètre seraient souhaitables. De ce point de vue, le soucis de reproduire en soufflerie l'inclinaison réelle des haubans longs du Pont de l'Iroise nous a permis de garantir la pertinence des résultats obtenus en laboratoire en vue de l'explication de la sensibilité particulière de ces haubans sur site.
Les propriétés aérodynamiques d'un cylindre incliné et orienté par rapport à l'écoulement, mises en évidence par mesures de pression, seraient cependant à préciser par des visualisation des champs de vitesses autour du câble au moyen d'un dispositif PIV. A cet égard, la collaboration initiée en 2006 entre le CSTB et l'Université Polytechnique de Hong Kong, dans le cadre d'un programme de recherche PROCORE (portant sur l'explication et le contrôle du phénomène de mise en vibration des haubans de pont sous l'action conjointe du vent et de la pluie), devrait permettre de préciser les résultats obtenus au cours de ce doctorat.

A l'issue de ces essais en soufflerie, l'objectif était de déterminer dans quelle mesure les propriétés de l'écoulement identifiées dans le régime critique autour d'un modèle statique de hauban pouvaient conduire à la mise en vibration d'un hauban. Pour cela, les coefficients aérodynamiques mesurés en soufflerie ont été introduits dans un modèle mathématique de hauban à deux degrés de liberté (développé dans le cadre d'une approche quasi-stationnaire) et la stabilité du système dynamique résultant a ensuite été étudiée. Cette analyse a montré que l'instabilité des haubans est liée à deux phases de variations rapides des coefficients aérodynamiques en fonction du nombre de Reynolds dans le régime critique pour les directions de vent correspondant aux vibrations observées sur le Pont de l'Iroise. Deux zones d'instabilité ont ainsi été identifiées :

- l'une est associée à une première crise de traînée en début de régime critique, accompagnée d'une première « crise de portance » (par analogie), correspondant à la transition entre le régime d'écoulement subcritique et l'état stable lié à la distribution de pression dissymétrique identifiée dans le régime critique,
- l'autre est quant à elle associée à une seconde crise de traînée en fin de régime critique, accompagnée d'une seconde « crise de portance », correspondant à l'annulation de cette dernière lors de la transition entre l'état stable intermédiaire et le régime supercritique.

L'étude de la contribution à l'instabilité du hauban des différentes propriétés de l'écoulement au cours de ces phases de transition montre que la première instabilité, à laquelle seuls les premiers modes symétriques des haubans de pont peuvent être soumis, est liée à une annulation de l'amortissement effectif transversal du câble, du fait d'un amortissement aérodynamique négatif. Une augmentation de l'amortissement du hauban semble alors adaptée pour contrôler le phénomène.

La seconde instabilité, qui concerne tous les premiers modes de câble, est liée à la fois à une diminution (voire à l'annulation) des coefficients d'amortissement effectifs verticaux et transversaux du hauban, et aux couplages induits par le vent entre les mouvements du câble dans les deux directions. Cette deuxième instabilité semble d'autant plus dangereuse qu'elle est associée à une plus grande corrélation des forces aérodynamiques le long du hauban, résultat de la manifestation d'un écoulement dans l'axe du hauban. De plus, l'étude de la stabilité montre qu'une augmentation de l'amortissement ne semble pas efficace dans ce cas.
La prise en compte de l'évolution non linéaire des coefficients aérodynamiques en fonction de la vitesse relative du vent par rapport au hauban en mouvement dans le modèle proposé a d'ores et déjà permis de simuler les mouvements d'amplitude limitée (de l'ordre d'un diamètre de câble) associés à l'excitation du troisième mode de câble observée sur les haubans du Pont de l'Iroise. L'étude théorique menée au cours de ce doctorat permet par ailleurs d'envisager un protocole d'essais en soufflerie sur un modèle dynamique de hauban (tel que proposé dans ce mémoire), destiné à la fois à vérifier l'existence des instabilités identifiées et à préciser l'influence du mouvement du câble sur l'écoulement et les forces aérodynamiques résultantes, étape nécessaire pour la modélisation des vibrations de grande amplitude (associées principalement à la fréquence fondamentale des haubans). Il apparaît en particulier que ce modèle dynamique doit reproduire les mouvements du hauban dans les deux directions et permettre l'évaluation de l'influence du rapport des fréquences transversale et verticale sur le phénomène.

L'analyse des résultats expérimentaux par l'intermédiaire du modèle proposé a également permis de déterminer les propriétés des coefficients aérodynamiques responsables des instabilités. Les résultats théoriques obtenus montrent en particulier que les phénomènes identifiés sont de nature différente du galop de Den Hartog, auquel était jusqu'à présent assimilé le galop des câbles inclinés secs. Ils ouvrent donc des perspectives pour le contrôle du phénomène, en orientant les recherches à venir sur le développement de nouveaux profils de gaines de hauban, à même de limiter la sensibilité des coefficients aérodynamiques aux variations du nombre de Reynolds (en augmentant par exemple la rugosité). A ce titre, l'évaluation de l'influence de différentes gaines sur les instabilités identifiées serait à réaliser sur le modèle dynamique proposé, pour déterminer en particulier l'efficacité à les dissiper d'une augmentation de la rugosité ou des gaines à hélices utilisées pour le contrôle du phénomène pluie-vent.

Au terme de cette campagne d'essais en soufflerie, il s'agissait de fournir au maître d'ouvrage une explication à la fissuration constatée des ancrages de certains haubans du Pont de l'Iroise. Si les caractéristiques du phénomène aérodynamique identifié en soufflerie expliquaient la sensibilité particulière des haubans à certaines conditions climatiques, des phénomènes d'interaction entre les haubans et la structure globale semblaient être à l'origine du comportement particulier de certains haubans longs. L'analyse temps-fréquence des signaux d'accélération du pylône et des haubans a alors permis de mettre en évidence des modes d'ordres élevés de la structure sollicités par le trafic, de fréquences voisines des troisième ou quatrièmes fréquences propres de certains câbles. De façon à évaluer l'influence de ces modes de structure sur la mise en vibration des haubans, plusieurs scénarios d'interaction non linéaire entre la structure et les câbles ont été proposés par l'intermédiaire de modèles mathématiques, sur la base de l'analyse temps-fréquence des signaux issus du monitoring.
Parmi les scénarios proposés, deux ont permis d'approfondir les travaux théoriques sur le phénomène de résonance par combinaison. L'étude analytique des modèles par la méthode des échelles multiples a ainsi conduit à mettre en évidence des phénomènes de résonances non linéaires d'un hauban soumis simultanément à des mouvements de ses ancrages suivant deux ou trois fréquences propres de la structure. Une étude paramétrique a alors montré qu'une diminution de l'amortissement effectif du hauban du fait du galop des câbles inclinés secs pouvait se traduire par l'apparition d'un phénomène de saut : pour un même groupe de fréquences de la structure, le hauban présente deux états périodiques stables, dont un associé à une grande amplitude, et le mouvement du câble converge alors vers l'un ou l'autre de ces états en fonction des conditions initiales.

Un troisième scénario encore plus critique est vraisemblablement à l'origine de la plus grande sensibilité constatée d'un des haubans du Pont de l'Iroise. L'excitation du pylône par le trafic suivant des fréquences voisines de la quatrième fréquence propre du câble conduit à envisager la manifestation d'un phénomène d'excitation paramétrique du deuxième mode de hauban. La diminution de l'amortissement effectif du câble se traduit alors par une diminution du déplacement minimal du pylône nécessaire à l'initiation du phénomène d'excitation paramétrique. Ce mécanisme à l'origine de l'instabilité du câble apparaît donc comme le résultat de la manifestation simultanée de deux types de sollicitations distincts : le trafic et un phénomène aérodynamique local.

Par ailleurs, l'étude théorique de l'excitation paramétrique des modes d'ordre supérieur à 1 révèle un comportement sensiblement différent du cas classique (excitation de la fréquence fondamentale). Il apparaît en particulier que l'excitation paramétrique du mode 2 d'un hauban peut s'accompagner, pour de faibles valeurs de l'amortissement effectif, d'une excitation non négligeable du mode 3, en accord avec les observations réalisées sur le Pont de l'Iroise.
Bien que cette étude théorique mériterait d'être approfondie, celle-ci a permis de mettre en évidence le fait que les haubans du Pont de l'Iroise sont sensibles non seulement aux sollicitations climatiques, mais également au trafic (et ce, même en présence d'amortisseurs).

La définition de moyens de contrôle adaptés doit donc passer par un dimensionnement au vent et au trafic.

La solution consisterait à utiliser des gaines à même d'empêcher la manifestation du phénomène de galop sec (selon une technologie à définir), ainsi que des aiguilles pour contrôler les résonances ou excitations paramétriques entre la structure et les câbles. Toutefois, sur un ouvrage existant tel que le Pont de l'Iroise, ces dispositifs restent difficiles à mettre en œuvre. L'utilisation d'amortisseurs additionnels, qui permettent de contrôler la majorité des phénomènes vibratoires, semble donc être une solution satisfaisante à condition d'en assurer un suivi régulier. En revanche sur les ouvrages à venir, il semble plus pertinent d'étudier dès la construction le risque d'excitation paramétrique sans se limiter aux premiers modes de la structure, ainsi que l'exposition de l'ouvrage au vent, puis, le cas échéant, de mettre en place les moyens de contrôle adaptés.

Publications

Boujard O., Grillaud G. 2007. Inclined stay-cable vibrations: confrontation of full-scale measurements and quasi-steady analysis of wind-tunnel tests. Proceedings of the 12th International Conference on Wind Engineering, Cairns, Australia.

Boujard O., Grillaud G. 2007. Full-scale dry inclined stay-cable vibrations: modelling by non linear quasi-steady analysis of wind-tunnel tests. Proceedings of the EVACES'07 conference (Experimental Vibration Analysis for Civil Engineering Structures), Porto, Portugal.

Boujard O., Pernot S., Berlioz A., Lamarque C.H. 2007. A peculiar case of non-linear cable resonance combination of a cable-stayed bridge submitted to wind and traffic. Proceedings of the EVACES'07 conference (Experimental Vibration Analysis for Civil Engineering Structures), Porto, Portugal.

Boujard O., Pernot S., Lamarque C.H., Berlioz A. 2007. Nonlinear parametric resonances in the Iroise cable stayed bridge: experiments and reduced order modelling. Proceedings of the EUROMECH Colloquium 483, Porto, Portugal.

Boujard O., Pernot S., Berlioz A., Lamarque C.H. 2007. Nonlinear parametric resonances in a stay of the Iroise cable-stayed bridge: analytical model and experiments. Proceedings of the 5th International Conference of Multibody Systems, Nonlinear Dynamics, and Control, Las Vegas, USA.

Références bibliographiques

Achkire Y. 1997. Active Tendon Control of Cable-Stayed Bridges. PhD Thesis, Université Libre de Bruxelles.

AFGC (Association Française de Génie Civil) 2002. Comportement au vent des ponts. *Presses de l'école nationale des ponts et chaussées*.

Aublanc P., Augustin V., Chauvin A., Le Picard F., Placidi M., Redoulez P. 1994. The new bridge over the Elorn River. Proceedings of the International Conference A.I.P.C. – F.I.P. Deauville on Cable-stayed and Suspension Bridges, Vol.1, pp. 265-272.

Barre C., Barnaud G. 1993. High Reynolds number simulation techniques and their application to shaped structures model test. Proceedings of the 1st IAWE European and African Regional Conference: pp. 83-93.

Bearman P.W. 1984. Vortex shedding from oscillating bluff bodies. *Annual Review of Fluid Mechanics* 16: 195-222.

Bearman P.W., Trueman D.M. 1972. An investigation of the flow around rectangular cylinders. *The Aeronautical Quarterly*, Vol. 23.

Berlioz A., Lamarque C.H. 2005. A non linear model for the dynamics of an inclined cable. *Journal of Sound and Vibration*, 279: 619-639.

Bietry J., Chauvin A., Redoulez P., Augustin V. 1994. Elorn River Bridge, France. Wind effects modelling and structural analysis. Proceedings of the International Conference A.I.P.C. – F.I.P. Deauville on Cable-stayed and Suspension Bridges, Vol.2, pp. 153-162.

Bishop R.E.D., Hassan A.Y. 1964. The lift and drag forces on a circular cylinder oscillating in a flowing fluid. Proceedings of the Royal Society Series A, 277: pp. 51-74.

Bursnall W.J., Loftin L.K. 1951. Experimental investigation of the pressure distribution about a yawed circular cylinder in the critical Reynolds number range. National Advisory Committee for Aeronautics, Technical Note 2463.

Caetano E. 2001. Indirect excitation of stays on cable-stayed bridges. Proceedings of the Fourth International Symposium on Cable Dynamics, pp. 129-136.

Cao D.Q., Tucker R.W., Wang C. 2003. A stochastic approach to cable dynamics with moving rivulets. *Journal of Sound and Vibration*, 268: 291-304.

Carassale L., Freda A., Piccardo G. 2005 (a). Aeroelastic forces on yawed circular cylinders: quasi-steady modelling and aerodynamic instability. *Wind & Structures*, Vol. 8, No. 5: 373-388.

Carassale L., Freda A., Piccardo G. 2005 (b). Instability mechanisms of skewed circular cylinders. Proceedings of EACWE4, the 4th European & African Conference on Wind Engineering, Prague.

Chen S. S. 1987. Flow-Induced Vibration of Circular Cylindrical Structures, *Springer-Verlag*.

Cheng S., Irwin P. A., Jakobsen J. B., Lankin J., Larose G. L., Savage M. G., Tanaka H., Zurell C. 2003 (a). Divergent motion of cables exposed to skewed wind. Proceedings of the 5th International Symposium on Cable Dynamics: pp. 271-278.

Cheng S., Tanaka H., Irwin P., Jakobsen J.B. 2003 (b). Aerodynamic instability of inclined cables. Proceedings of the 5th International Symposium on Cable Dynamics: pp. 69-76.

Cheng S., Tanaka H. 2005. Correlation of aerodynamic forces on an inclined circular cylinder. *Wind & structures*, Vol. 8, No. 2: 135-146.

Clément H., Crémona C. 1996. Etude mathématique du phénomène d'excitation paramétrique appliqué aux haubans de pont. *Laboratoire Central des Ponts et Chaussées*.

Cremona C. 2001. A generalisation of the Pacheco's curve for linear damper design. Proceedings of the Fourth International Symposium on Cable Dynamics, pp. 293-300.

Cosentino N. 2003. Rain-wind induced vibration of stay cables. PhD Thesis, Université de Bologne, Italie.

Cosentino N., Flamand O. 2003. The rain-wind induced vibration of inclined cables measurements at full scale, in a climatic wind tunnel. Proceedings of the 5th International Symposium on Cable Dynamics: pp. 379-382.

Cosentino N., Flamand O., Ceccoli C. 2003. Rain-wind induced vibration of inclined stay cables. Part 1 : experimental investigation and physical explanation. *Wind & Structures,* Vol. 6, No. 6 : 471-484.

CSTB 1989 (a). Caractéristiques de la vitesse du vent sur le Pont de l'Elorn. Flori J.P. Rapport CSTB, EN-CLI 89.3 C.

CSTB 1989 (b). Caractérisation de la turbulence sur le site du Futur pont de l'Elorn – Etude en soufflerie atmosphérique sur modèle à échelle 1/250ème. Barré C., Biétry J., Grillaud G. Rapport CSTB, EN-AS 89 3 C.

CSTB 1990. Caractérisation de la turbulence en aval du Pont Albert Louppe aménagé – Etude en soufflerie atmosphérique sur modèle à échelle 1/250ème. Barré C., Biétry J., Grillaud G. Rapport CSTB, EN-AS 90 1 C.

CSTB 1996. Pont à haubans : forces dues au vent dans les «aiguilles» de liaison des haubans. Biétry J., Jan P. Rapport CSTB, EN-D 96 1 C.

CSTB 2004 (a). Mesure in situ de l'amortissement des haubans du Pont de l'Iroise. Flamand O. Rapport CSTB, EN-CAPE 04.052 C.

CSTB 2004 (b). Mesure de l'amortissement des modes d'ordre élevé des haubans du Pont de l'Iroise – Caractérisation des amortisseurs hydrauliques. Flamand O. Rapport CSTB, EN-CAPE 04.120 C.

Davis D. A., Richards D.J.W., Scriven R. A. 1963. Investigation of conductor oscillation on the 275 kV crossing over the Rivers Severn and Wye. Proc.. I.E.E., 110: pp. 205-219.

DDE 29 2007. Site internet de la Direction Départementale de l'Equipement du Finistère : http://www.finistere.equipement.gouv.fr.

Den Hartog J. P. 1932. Transmission line vibration due to sleet. *AIEE Trans.*, 51: 1074-1076.

Durgin W.W., March P.A., Lefebvre P.J. 1980. Lower mode response of circular cylinder in cross-flow. *ASME Journal of Fluids Engineering*, 102: 183-190.

ESDU 1980. Mean forces, pressures and flow field velocities for circular cylindrical structures. Item no 80025.

Flamand O. 1993. Rain-wind induced vibration of cables. Proceedings of the 1st IAWE European and African Regional Conference, pp. 471-479.

Flamand O. 1994. Rain-wind induced vibration of cables. Proceedings of the International Conference A.I.P.C. – F.I.P. Deauville on Cable-stayed and Suspension Bridges, Vol.2, pp. 523-532.

Flamand O., Peube J.-L., Papanikilas P. 2001. An explanation of the rain-wind induced vibration of inclined stays. Proceedings of the Fourth International Symposium on Cable Dynamics, pp 69-76.

Fujino Y., Warnitchai P., Pacheco B.M. 1993. An experimental and analytical study of autoparametric resonance in a 3 DOF model of cable-stayed-beam. *Nonlinear Dynamics*, 4: 111-138.

Gabbai R.D., Benaroya H. 2005. An overview of modeling and experiments of vortex-induced vibration of circular cylinders. *Journal of Sound and Vibration*, 282: 575-616.

Georgakis C.T., Taylor C.A. 2005 (a). Nonlinear dynamics of cable stays. Part 1: sinusoidal cable support excitation. *Journal of Sound and Vibration*, 281: 537-564.

Georgakis C.T., Taylor C.A. 2005 (b). Nonlinear dynamics of cable stays. Part 2: stochastic cable support excitation. *Journal of Sound and Vibration*, 281: 565-591.

Geurts C. et al. 1998. Numerical modelling of rain-wind induced vibration: Erasmus Bridge, Rotterdam. *Structural Engineering International*, Vol. 2.

Hartlen R.T., Currie I.G. 1970. Lift-oscillator model of vortex induced vibration. *Journal of the Engineering Mechanics,* 96 (5): 577-591.

Hikami Y., Shiraishi N. 1988. Rain-wind induced vibrations of cables in cable stayed bridges. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 29: 399-408.

Honda A., Saito T., Yamanaka T., Fujiwara T. 1995. Wind tunnel test on rain-wind vibration of the stay-cable. Proceedings of the First International Symposium on Cable Dynamics, pp. 255-262.

Irvine H.M. **1981**. Cable Structures, *The M.I.T. Press*, Cambridge, MA.

Irwin P.A. 1997. Wind Vibrations of Cables on Cable-stayed Bridges. Proceedings of Structures Congress XV, Structural Engineering Institute/ASCE: pp. 383-387.

Irwin P.A., Alca N., Telang N. 1999. Wind induced stay cable vibrations – A case study. Proceedings of the Third International Symposium on Cable Dynamics, pp. 171-176.

Iwan W.D., Blevins R.D. 1974. A model for vortex-induced oscillation of structures. *Journal of Applied Mechanics*, 41 (3): 581-586.

Jakobsen J.B., Andersen T.L., Larose G.L. Interpretation of wind forces monitored on an inclined stationary cylinder in critical Reynolds number range in relation to observed aeroelastic model response. Proceedings of the Sixth International Symposium on Cable Dynamics.

Kimura K., Tanaka H., Kubo Y. 2001. Aerodynamic characteristics of multi-strand cable with helical wire for cable-stayed bridges in skew wind. Proceedings of the Fourth International Symposium on Cable Dynamics, pp. 51-58.

Kovacs I. 1982. Zur Frage der Seilschwingungen und der Seildämpfung. *Die Bautechnick*: 325-332

Kubo Y., Kato K., Maeda H., Oikawa K., Takeda T. 1994. New concept on mechanism and suppression of wake-galloping of cable-stayed bridges. Proceedings of the International Conference A.I.P.C. – F.I.P. Deauville on Cable-stayed and Suspension Bridges, Vol.2, pp. 491-498.

Kubo Y., Maeda H., Watanabe A., Kato K., Hoshino S. 1995. Aerodynamic behaviour of newly proposed cable system for cable-stayed bridges. Proceedings of the First International Symposium on Cable Dynamics, pp. 453-460.

Kubo Y., Tanaka H., Matsunaga N. 1999. Development of cable for cable-stayed bridge with good performance to wind induced vibrations. Proceedings of the Third International Symposium on Cable Dynamics, pp. 133-138.

Labeeuw G. **1990**. Les phénomènes provoqués dans les ponts à haubans par les résonances de couplage des vibrations au second ordre. Bureau des ponts M.T.P., pp. 85-94.

Lamarque C.H., Stoffel A. 1992. Parametric resonance with a nonlinear term : comparison of averaging and the normal form method using a simple example. *Mechanics research communications* Vol. 19(6): 495-504.

Landl R. 1975. A mathematical model for vortex-excited vibrations of bluff bodies. *Journal of Sound and Vibration*, 42 (2): 219-234.

Laneville A., Young L.Z. 1983. Mean flow patterns around two dimensional rectangular cylinders and their interpretations. Proceedings of the 6th International Conference on Wind Engineering.

Langsoe H.E., Larsen O.D. 1987. Generating mechanisms for cable stay oscillations at the Faroe Bridge. International Conference on Cable-stayed Bridge.

Larose G.L., Zan S.J. 2001. The aerodynamic forces on the stay cables of cable-stayed bridges in the critical Reynolds number range. Proceedings of the Fourth International Symposium on Cable Dynamics, pp. 77-84.

Larose G.L., Savage M.G., Jakobsen J.B. 2003. Wind-tunnel experiments on an inclined and yawed stay cable model in the critical Reynolds number range. Proceedings of the 5th International Symposium on Cable Dynamics: pp. 279-286.

Larose G.L., Zasso A., Giappino S. 2005. Experiments on a yawed stay cable in turbulent flow in the critical Reynolds number range. Proceedings of the Sixth International Symposium on Cable Dynamics.

Lilien J.L. 1997. Galloping of overhead electrical lines, mechanisms, wind-tunnel experiments – field measurement Proceedings of the Second International Symposium on Cable Dynamics, pp. 37-48.

Lilien J.L., Pinto Da Costa A. 1994. Vibration amplitudes caused by parametric excitation of cable stayed structures. *Journal of Sound and Vibration*, 174: 69-90.

Luongo A., Piccardo G. 1998. Non-linear galloping of sagged cables in 1:2 internal resonance. *Journal of Sound and Vibration*, 214 (5): 915-940.

Luongo A., Piccardo G. 2005. Linear instability mechanisms for coupled translational galloping. *Journal of Sound and Vibration*, 288: 1027-1047.

Macdonald J.H.G. 2001. Susceptibility of inclined bridge cables to large amplitude vibrations considering aerodynamic and structural cable damping. Proceedings of the Fourth International Symposium on Cable Dynamics, pp. 243-250.

Macdonald J.H.G. 2002. Separation of the contributions of aerodynamic and structural damping in vibrations of inclined cables. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 90: 19-39.

Macdonald J.H.G., Larose G.L. 2005. Dry inclined cable galloping – Theoretical analysis and structural damping required for its prevention. Proceedings of the 4th European & African Conference on Wind Engineering, Prague.

Macdonald J.H.G., Larose G.L. 2006. A unified approach to aerodynamic damping and drag/lift instabilities, and its application to dry inclined cable galloping. *Journal of Fluids and Structures*, 22: 229-252.

Main J.A., Jones N.P., Yamaguchi H. 2001. Characterization of rain-wind induced stay-cable vibrations from full-scale measurements. Proceedings of the Fourth International Symposium on Cable Dynamics, pp. 235-242.

Matsumoto M. 1998. Observed behaviour of prototype cable vibration and its generation mechanism. Proceedings of the International Symposium on Advances in Bridge Aerodynamics, pp. 189-212.

Matsumoto M. 1999. Vortex shedding of bluff bodies: a review. *Journal of Fluids and Structures*, 13: 791-811.

Matsumoto M., Shiraishi N., Kitazawa M., Knisely C., Shirato H., Kim Y., Tsuji M. 1990. Aerodynamic behavior of inclined circular cylinders-cable aerodynamics. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 33: 63-72.

Matsumoto M., Shirato H., Saitoh T., Kitazawa M., Nishizaki T. 1993. Response characteristics of rain-wind induced vibration of stay-cables of cable-stayed bridges. Proceedings of the 1st IAWE European and African Regional Conference, pp. 411-420.

Matsumoto M., Hikami Y., Kitazawa M. 1994. Cable vibrations and its aerodynamic/mechanical control. Proceedings of the International Conference A.I.P.C. – F.I.P. Deauville on Cable-stayed and Suspension Bridges, Vol.2, pp. 439-452.

Matsumoto M., Fujii D., Ishizaki H., Kitazawa M., Aoki J. 1995. Cable aerodynamics and its stabilization. Proceedings of the First International Symposium on Cable Dynamics, pp. 289-296.

Matsumoto M., Daito Y., Kanamura T., Shigemura Y., Sakuma S., Ishizaki H. 1998. Wind-induced vibration of cables of cable-stayed bridges. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 74-76: 1015-1027.

Matsumoto M., Yagi T., Tsushima D. 1999. Inclined cable aerodynamics – Velocity restricted response at high reduced velocity. Proceedings of the Third International Symposium on Cable Dynamics, pp. 91-96.

Matsumoto M., Shirato H., Yagi T., Jones N.P., Hayashi T. 2001. Field observation system of cable aerodynamics in natural wind. Proceedings of the Fourth International Symposium on Cable Dynamics, pp. 219-226.

Matsumoto M., Yagi T., Sakai S., Ohya J., Okada T. 2003 (a). Investigation on steady wind force coefficients of inclined cables and their application to aerodynamics. Proceedings of the 5th International Symposium on Cable Dynamics: pp. 287-294.

Matsumoto M., Yagi T., Sakai S., Ohya J., Okada T. 2003 (b). High speed vortex induced vibration of inclined cables related to the span-wise upper water rivulet locations. Proceedings of the 5th International Symposium on Cable Dynamics: pp. 295-302.

Matsumoto M., Yagi T., Liu Q., Oishi T., Adachi Y. 2005 (a). Effects of axial flow and karman vortex interference on dry-state galloping of inclined stay-cables. Proceedings of the Sixth International Symposium on Cable Dynamics.

Matsumoto M., Yagi T., Sakai S., Ohya J., Okada T. 2005 (b). Steady wind force coefficients of inclined stay cables with water rivulet and their application to aerodynamics. *Wind & Structures*, Vol 8. No. 2: 107-120.

Miyata T., Yamada H., Hojo T. 1994. Aerodynamic response of PE stay cables with pattern-indented surface. Proceedings of the International Conference A.I.P.C. – F.I.P. Deauville on Cable-stayed and Suspension Bridges, Vol.2, pp. 515-522.

Modarres-Sadeghi Y., Paidoussis M.P., Semler C. 2005. A nonlinear model for an extensible slender flexible cylinder subjected to axial flow. *Journal of Fluids and Structures*, 21: 609-627.

Nakamura Y., Tomonari Y. 1981. The aerodynamic characteristics of D-section prisms in a smooth and in turbulent flow. *The Aeronautical Quarterly*, Vol. 32.

Nayfeh A.H., Mook D.T. 1979. Nonlinear Oscillations. *Wiley*.

Ng Y.T., Luo S.C., Chew Y.T. 2004. On using high-order polynomial curve fits in the quasi-steady theory for square-cylinder galloping. *Journal of Fluids and Structures*, 20: 141-146.

Pernot S. 2000. Méthodes ondelettes pour l'étude des vibrations et de la stabilité des systèmes dynamiques. Thèse de doctorat de l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon.

Pinto da Costa A., Martins J., Lilien J.L. 1994 (a). Parametric excitation of cables of cable-stayed bridges. Proceedings of the International Conference A.I.P.C. – F.I.P. Deauville on Cable-stayed and Suspension Bridges, Vol.2, pp. 475-482.

Pinto da Costa A., Branco F.A., Martins J. 1994 (b). Analysis of the cable vibrations at the international Guadiana Bridge. Proceedings of the International Conference A.I.P.C. – F.I.P. Deauville on Cable-stayed and Suspension Bridges, Vol.2, pp. 483-490.

Poulin S., Larsen A. 2005. Drag loading of circular cylinders inclined in the along-wind direction. Proceedings of the Fourth European and African Conference on Wind Engineering, Paper #197.

PTI (Post Tensioning Institute) 1999. Recommendations for Stay Cable Design, Testing and Installation. Post-Tensioning Institute on Cables Stayed Bridges. Draft of the Fourth Edition.

Qingxiong W., Takahashi K., Okabayashi T., Nakamura S. 2001. Response characteristics on local vibrations of stay cables in an existing cable-stayed bridge. Proceedings of the Fourth International Symposium on Cable Dynamics, pp. 101-108.

Rega G., Vestroni F., Benedettini F. 1984. Parametric analysis of large amplitude free vibrations of a suspended cable. *International Journal of Solids Structures*, Vol. 20, No 2: 95-105.

Saito T., Matsumoto M., Kitazawa M. 1994. Rain-wind excitation of cables on cable-stayed Higashi-Kobe bridge and cable vibration control. Proceedings of the International Conference A.I.P.C. – F.I.P. Deauville on Cable-stayed and Suspension Bridges, Vol.2, pp. 507-514.

Satou H., Kusakabe T., Takeda T., Mukai H., Oikawa K. 1995. Evaluation of a countermeasure against wake halloping using wire connection method. Proceedings of the First International Symposium on Cable Dynamics, pp. 359-364.

Schewe G. 1983. On the force fluctuations acting on a circular cylinder in crossflow from subcritical up to transcritical Reynolds numbers. *Journal of Fluids Mechanics*, Vol. 133: 265-286.

Seidel C., Dinkler D. Rain-wind induced vibrations – phenomenology, mechanical modelling and numerical analysis. *Computers & Structures*, Vol. 84, Issues 24-25: 1584-1595.

Setra 2001. Haubans. Recommandations de la commission interministérielle de la précontrainte.

Shirakashi M., Ishida Y., Wakiya S. 1985. Higher velocity response of circular cylinders. *ASME Journal of Fluids Engineering*, 107: 392-396.

Shirakashi M., Hasegawa A., Wakiya S. 1986. Effect of the secondary flow on Karman vortex shedding. *Bullitin of JSME*, Vol. 29, No 250.

Simiu E., Scanlan R.H. 1986. Wind Effects on Structures , *Wiley.*

Simiu E., Scanlan R.H. 1996. Wind Effects on Structures – Third Edition, *Wiley Interscience.*

Skop R.A., Griffin O.M. 1973. A model for the vortex-excited resonant response of bluff cylinders. *Journal of Sound and Vibration*, 27 (2): 225-233.

Sondergaard T. 1992. The development of a cable damper system for the Weirton-Steubenville Bridge.

Tsuji M., Kanou I. 1980. Damping of wire ropes. Proceedings of the 13th Annual Conference of the Japan Construction Consultants Association, pp. 73-86.

Uhrig R. 1993. On kinetic response of cables of cable-stayed bridges due to combined parametric and forced excitation. *Journal of Sound and Vibration*, 165: 185-192.

Van Der Hoven I. 1957. Power spectrum of horizontal wind speed in the frequency range from 0.0007 to 900 cycles per hour. *Journal of Meteorology*.

Verwiebe C., Ruscheweyh H. 1998. Recent research results concerning the exciting mechanisms of rain-wind-induced vibrations. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 74-76: 1005-1013.

Virlogeux M. 1998. Cable vibrations in cable-stayed bridges. Proceedings of the International Symposium on Advances in Bridge Aerodynamics, pp. 213-234.

Virlogeux M. 2005. State-of-the-art in cable vibrations of cable-stayed bridges. *Bridge Structures*, Vol.1, No.3.

Wang L., Xu Y.L. 2003. Wind-rain-induced vibration of cable: an analytical model (1). International Journal of Solids and Structures, 40: 1265-1280.

Warnitchai P., Fujino Y., Susumpow T. 1995. A non-linear dynamic model for cables and its application to a cable-structure system. *Journal of Sound and Vibration*, 187: 695-712.

Wilde K., Witkowski W. 2003. Simple model of rain-wind-induced vibrations of stayed cables. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 91: 873-891.

Yamaguchi H. 1990. Analytical study on growth mechanism of rain vibration of cables. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 33: 73-80.

Yamaguchi H., Jayawardena L. 1972. Analytical estimation of structural damping in cable structures. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 41-44: 1961-1972.

Yamaguchi H., Adhikari R. 1994. Loss factors of damping treated structural cables. *Journal of Sound and Vibration*, 176: 487-495.

Yamaguchi H., Adhikari R. 1995. Energy-based evaluation of modal damping in structural cables with and without damping treatment. *Journal of Sound and Vibration*, 181(1): 71-83.

Yamaguchi H., Fujino Y. 1994. Damping of cables in cable-stayed bridges with and without vibration-control measures. Proceedings of the International Conference A.I.P.C. – F.I.P. Deauville on Cable-stayed and Suspension Bridges, Vol.2, pp. 533-542.

Yamaguchi H., Fujino Y. 1998. Stayed cable dynamics and its vibration control. Proceedings of the International Symposium on Advances in Bridge Aerodynamics, pp. 235-254.

Yamaguchi H., Nishimura T., Tsutsumi K., Yamaguchi K. 2001. Damping effect of coupled cable vibration in a cable-stayed bridge. Proceedings of the Fourth International Symposium on Cable Dynamics, pp. 153-160.

Yoshimura T. et al. 1988. Rain-wind induced vibration of the cables of the Aratsu bridges. Proceedings of the 10th National Conference of Wind Engineering, Tokyo.

Yoshimura T., Savage M.G., Tanaka H. 1995. Wind-induced vibrations of bridge stay-cables. Proceedings of the First International Symposium on Cable Dynamics, pp. 437-444.

Zasso A., Larose G.L., Giappino S., Muggiasca S. . Effects of turbulence intensity and surface roughness on stays of cable-stayed bridges. Proceedings of the Sixth International Symposium on Cable Dynamics.

Zdravkovich M.M. 1990. Conceptual overview of laminar and turbulent flows past smooth and rough circular cylinders. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 33: 53-62.

Zdravkovich M.M. 1997. Flow around circular cylinders Vol. 1: Fundamentals. *Oxford University Press.*

Zuo D., Jones N. P. 2005. Large-amplitude dry cable vibrations and their implication on rain-wind-induced vibrations. Proceedings of the 6th European Conference on Structural Dynamics.

ANNEXES

Annexe 1 : Calcul de la réponse des haubans de pont au vent turbulent

La modélisation des effets de la turbulence présentée ci-dessous a été développée au cours de cette thèse en s'inspirant de l'étude de Biétry & Jan [CSTB 1996] destinée à évaluer les forces dues au vent turbulent dans les aiguilles de liaison des haubans, et qui suppose un vent soufflant parallèlement à la nappe de haubans. La méthode présentée permet d'évaluer de façon plus générale l'action de la turbulence sur un câble isolé pour l'ensemble des incidences de vent.

Il s'agit d'une méthode spectrale qui permet d'estimer l'écart-type de la réponse.

1. Estimation de l'écart-type de la réponse d'un oscillateur à un degré de liberté

Pour un oscillateur à un degré de liberté soumis à une excitation de type harmonique f(t) = A.sin(ωt) et régi par l'équation différentielle du second ordre :

$$\ddot{x}(t)+2\zeta\omega_0\dot{x}(t)+\omega_0{}^2x(t)=\frac{f(t)}{m}$$ Équation 286

avec ζ le coefficient d'amortissement, ω_0 la pulsation propre et m la masse du système, la réponse dans le domaine fréquentiel s'écrit sous la forme [AFGC 2002] :

$$x(n)=H(n).f(n)=\frac{1}{4\pi^2 n_0{}^2 m\left(1+i2\zeta\left(\frac{n}{n_0}\right)-\left(\frac{n}{n_0}\right)^2\right)}.f(n)$$ Équation 287

où n_0 est la fréquence propre de l'oscillateur et n la fréquence d'excitation. La variance de la réponse vérifie alors :

$$V_x=\sigma_x{}^2=\int_0^\infty S_x(n)dn=\int_0^\infty \left\|H(n)\right\|^2 S_f(n)dn$$ Équation 288

avec $S_x(n)$ et $S_f(n)$ les densités spectrales respectivement de la réponse et de l'excitation. La densité spectrale peut par ailleurs être scindée en un terme lié au comportement statique de la structure (sans amplification dynamique) et un terme lié à l'amplification dynamique. Soit :

$$\sigma_x{}^2=V_x{}^s+V_x{}^d$$ Équation 289

avec : - V_x^s la contribution statique : $V_x{}^s\cong\int_0^\infty\left\|H(0)\right\|^2 S_f(n)dn$, soit :

$$V_x^{\,s} \cong \frac{\sigma_f^{\,2}}{16\pi^4 m^2 n_0^{\,4}} \qquad \text{Équation 290}$$

- V_x^d la contribution dynamique : $V_x^{\,d} \cong S_f(n_0)\int_0^{\infty}\|H(n)\|^2 dn$, soit :

$$V_x^{\,d} \cong \frac{1}{16\pi^4 m^2 n_0^{\,4}}\frac{\pi n_0}{4\zeta}S_f(n_0) \qquad \text{Équation 291}$$

C'est cette dernière contribution dynamique due à l'action du vent turbulent sur les haubans que nous nous proposons de déterminer, en assimilant le câble à un oscillateur à un degré de liberté.

2. Détermination de l'équation du mouvement d'un hauban soumis au vent turbulent

La densité spectrale des composantes de la turbulence décroît rapidement avec la fréquence. Ainsi, seuls les premiers modes peuvent être excités de façon significative. Ici nous ne considérerons que le premier mode vertical. Sous ces hypothèses, l'équation régissant le mouvement du câble s'exprime sous la forme :

$$\ddot{q}(t) + 2\zeta\omega\dot{q}(t) + \omega^2 q(t) = \frac{Q(t)}{M} \qquad \text{Équation 292}$$

avec : - q(t) la coordonnée généralisée,

- $M = \frac{1}{2}mL$ (m : masse linéique, L : longueur du câble), la masse généralisée,

- $Q(t) = \int_0^L \sin\left(\pi\frac{x}{L}\right).dF$, la force généralisée (nous faisons l'hypothèse classique d'un mode de corde vibrante), avec dF la force exercée par le vent sur une portion dx de câble,

- ζ et ω le coefficient d'amortissement structurel et la pulsation correspondants au premier mode vertical de vibration.

Dans l'hypothèse où le hauban reste immobile, la force exercée sur une portion dx de câble dans la direction du vecteur x_2 (correspondant à la direction du mouvement, sur la Fig. 196) est la projection dans cette direction de la force de traînée dF_D exercée sur la portion de câble considérée, soit :

$$dF = dF_D.\sin(\alpha^*) \qquad \text{Équation 293}$$

(L'équation 155 de la partie 1.2.1. du Chapitre 6 fournit une relation entre α^* et les angles α et β).

Par ailleurs, selon l'ESDU [1980], le coefficient de traînée sur un cylindre orienté par rapport au vent dans le régime subcritique est indépendant de la composante axiale de la vitesse du vent. La force exercée sur la portion dx de hauban dans la direction x_2 se réécrit donc :

$$dF = \frac{1}{2}\rho D C_D V_N{}^2.\sin\left(\alpha^*\right)dx \qquad \text{Équation 294}$$

avec V_N la composante de la vitesse dans le plan de la section du hauban (O, x_1, x_2) et C_D le coefficient de traînée mesuré sur un cylindre de diamètre D perpendiculaire à l'écoulement, pour une vitesse de vent V_N.

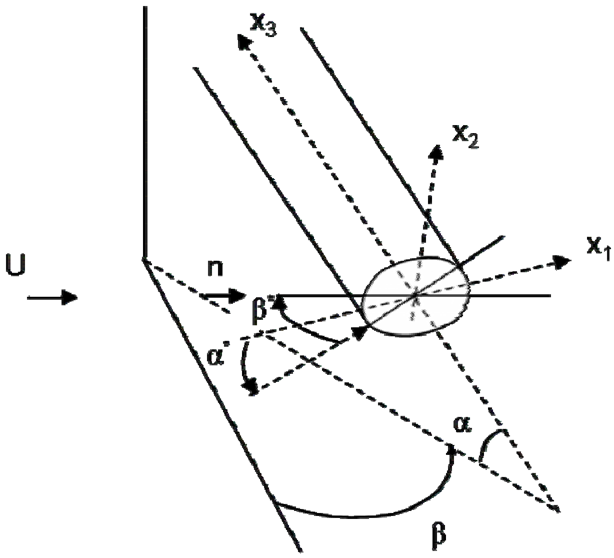


Figure 196. Définition du repère lié au hauban.

En notant U la vitesse moyenne du vent (supposée horizontale), et u, v et w les composantes de la turbulence définies dans la partie 1.1. du Chapitre 2 de ce mémoire, Virlogeux [2005] montre que la composante V_N de la vitesse dans le repère (O, x_1, x_2) vérifie la relation :

$$V_N{}^2 = \left[U^2 + 2uU\right]\left(\cos^2(\beta) + \sin^2(\beta)\sin^2(\alpha)\right) + \left[vU\right]\cos^2(\alpha)\sin(2\beta) + \left[wU\right]\sin(\beta)\sin(2\alpha) \qquad \text{Équation 295}$$

(en négligeant les termes du second ordre en u, v et w). D'après l'équation 294, la force dF se réécrit donc :

$$dF = \frac{1}{2}\rho D C_D U^2.\sin\left(\alpha^*\right)dx\left[\left(1 + 2\frac{u}{U}\right)\left(\cos^2(\beta) + \sin^2(\beta)\sin^2(\alpha)\right) + \frac{v}{U}\cos^2(\alpha)\sin(2\beta) + \frac{w}{U}\sin(\beta)\sin(2\alpha)\right] \qquad \text{Équation 296}$$

En considérant que la vitesse du hauban est petite devant la vitesse du vent, nous nous plaçons dans le cadre d'une approche quasi-stationnaire : nous supposons qu'à chaque instant la force appliquée sur le hauban en mouvement est égale à celle qui serait appliquée sur un hauban fixe pour une vitesse égale à la vitesse relative. La force qui s'applique sur une portion de hauban dx peut alors être vue comme la somme de la force quasi-statique dF de l'équation 296 et d'un terme relatif à l'amortissement aérodynamique (proportionnel à $\dot{q}$).

L'amortissement aérodynamique se calcule alors à partir de l'expression donnée par l'équation 128 de la partie 4.1.2. du Chapitre 2 dans le cas de vibrations verticales. La différence dans ce cas repose sur le fait que le câble n'est pas rigide. Ainsi l'amortissement aérodynamique se calcule à partir de la force généralisée. Soit :

$$\zeta_a = \frac{\rho D C_D}{2mL\omega}\left(\sqrt{\cos^2(\beta)+\sin^2(\alpha)\sin^2(\beta)} + \frac{\sin^2(\alpha)\sin^2(\beta)}{\sqrt{\cos^2(\beta)+\sin^2(\alpha)\sin^2(\beta)}}\right) \times \int_0^L U \sin\left(\pi\frac{x}{L}\right)dx$$ Équation 297

(la masse est ici remplacée par la masse généralisée).

D'après les équations 292, 296 et 297, l'équation du mouvement du hauban est la suivante :

$$\ddot{q}(t) + 2\zeta_{tot}\omega\dot{q}(t) + \omega^2 q(t) = \frac{2Q(t)}{mL}$$ Équation 298

avec $\zeta_{tot} = \zeta + \zeta_a$ et :

$$Q(t) = \rho D C_D \sin(\alpha^*)\int_0^L U^2\left[\frac{u}{U}\left(\cos^2(\beta)+\sin^2(\beta)\sin^2(\alpha)\right) + \frac{v}{U}\cos^2(\alpha)\sin(\beta)\cos(\beta) + \frac{w}{U}\sin(\beta)\sin(\alpha)\cos(\alpha)\right]\sin\left(\pi\frac{x}{L}\right)dx$$ Équation 299

Seule la partie fluctuante de la force généralisée n'est considérée ici car l'équation du mouvement est traitée par une méthode spectrale en ne considérant que la gamme des fréquences proches de la première fréquence propre du hauban.
Il s'agit alors de déterminer la densité spectrale de la force généralisée Q(t).

3. Expression de la densité spectrale de la force généralisée

La force généralisée Q(t) exprimée dans le paragraphe précédent (équation 299) est une combinaison linéaire des composantes de la turbulence. Ainsi, en négligeant la faible cohérence entre les différentes composantes de la turbulence, la densité spectrale de Q(t) peut être vue comme une combinaison linéaire des densités spectrales des réponses associées à chaque composante de la turbulence. Soit :

$$S_Q(n) = S_{Qu}(n) + S_{Qv}(n) + S_{Qw}(n)$$ Équation 300

avec :

$$S_{Qu}(n_0) = \left[\rho D C_D \sin(\alpha^*)\left(\cos^2(\beta) + \sin^2(\beta)\sin^2(\alpha)\right)\right]^2$$
$$\times \int_0^L \int_0^L U(x_i).U(x_j).\sin\left(\pi \frac{x_i}{L}\right).\sin\left(\pi \frac{x_j}{L}\right).S_{u,i,j}.dx_i.dx_j \qquad \text{Équation 301}$$

$$S_{Qv}(n_0) = \left[\rho D C_D \sin(\alpha^*)\cos^2(\alpha)\sin(\beta)\cos(\beta)\right]^2$$
$$\times \int_0^L \int_0^L U(x_i).U(x_j).\sin\left(\pi \frac{x_i}{L}\right).\sin\left(\pi \frac{x_j}{L}\right).S_{v,i,j}.dx_i.dx_j \qquad \text{Équation 302}$$

$$S_{Qw}(n_0) = \left[\rho D C_D \sin(\alpha^*)\sin(\beta)\sin(\alpha)\cos(\alpha)\right]^2$$
$$\times \int_0^L \int_0^L U(x_i).U(x_j).\sin\left(\pi \frac{x_i}{L}\right).\sin\left(\pi \frac{x_j}{L}\right).S_{w,i,j}.dx_i.dx_j \qquad \text{Équation 303}$$

où $S_{u,i,j}$, $S_{v,i,j}$, $S_{w,i,j}$ sont les densités interspectrales des différentes composantes de la turbulence, calculables à partir d'une modélisation de la turbulence. La théorie montre que seule la partie réelle de ces termes intervient dans les calculs de dynamique aléatoire. Nous utilisons alors l'expression suivante [CSTB 1996] pour chaque composante k (k = u, v, w) de la turbulence (entre deux points i et j du câble) :

$$R_e\left\{S_{k,i,j}\right\} = S_k(n)\sqrt{Coh_k^{\ x}(\Delta X_{i,j}, n).Coh_k^{\ y}(\Delta Y_{i,j}, n).Coh_k^{\ z}(\Delta Z_{i,j}, n)} \times \cos(\phi) \qquad \text{Équation 304}$$

avec $Coh_k^X(\Delta X_{ij},n)$, $Coh_k^Y(\Delta Y_{ij},n)$ et $Coh_k^Z(\Delta Z_{ij},n)$ les cohérences de la composante k respectivement dans la direction du vent moyen, à l'horizontale perpendiculairement au vent moyen et à la verticale. Ces fonctions de cohérence sont calculées à partir de l'expression 104 de la partie 1.3.3. du Chapitre 2. Les densités spectrales sont quant à elles calculées grâce aux formulations de von Karman (équations 101 et 102 de la partie 1.3.2. du Chapitre 2). Les distances séparant les points i et j dans les 3 directions se déduisent par ailleurs de la distance le long du câble, suivant les expressions :

$$\Delta X_{i,j} = \Delta x_{i,j} \cos(\alpha)\sin(\beta) \qquad \text{Équation 305}$$
$$\Delta Y_{i,j} = \Delta x_{i,j} \cos(\alpha)\cos(\beta) \qquad \text{Équation 306}$$
$$\Delta Z_{i,j} = \Delta x_{i,j} \sin(\alpha) \qquad \text{Équation 307}$$

Remarquons également que Biétry & Jan [CSTB 1996] introduisent un terme de déphasage cos(φ) dans l'équation 304, qui traduit le transport de la turbulence u par le vent moyen. Ce déphasage est proportionnel au temps qu'il faut à l'écoulement pour parcourir la distance ΔX_{ij}. Soit :

$$\phi = 2\pi \frac{n \Delta X_{i,j}}{U_2} = 2\pi \frac{n \Delta x_{i,j} \cos(\alpha)\sin(\beta)}{U_2} \qquad \text{Équation 308}$$

où U_2 est la vitesse moyenne du vent à mi-hauteur de hauban.

Enfin, pour décrire l'influence de la hauteur sur la vitesse moyenne du vent, nous utilisons le modèle empirique en puissance introduit dans la partie 1.2. du Chapitre 2.

Il est alors possible de calculer la densité spectrale $S_Q(n)$ de la force généralisée. Et l'écart-type du déplacement vertical s'obtient à partir de l'équation 291 (dans laquelle le paramètre m est remplacé par la masse modale du hauban).

Annexe 2 : Evaluation de l'influence des termes d'ordre pair sur les modèles non linéaires de galop

Cette annexe est destinée à montrer que les termes d'ordre pair des polynômes d'interpolation de l'évolution des coefficients aérodynamiques en fonction du nombre de Reynolds n'ont pas d'influence sur les modèles non linéaires de galop proposés dans la partie 4.1. du Chapitre 6.

Le développement des coefficients aérodynamiques en fonction de la vitesse relative du vent par rapport au hauban en mouvement conduit à exprimer la force exercée par l'écoulement sur la câble comme un polynôme des composantes $\dot{q}_1$ et $\dot{q}_2$ de la vitesse du hauban (qui, avec les notations du Chapitre 6, correspondent respectivement aux vitesses transversale et verticale). En l'absence d'autre excitation (qui pourrait par exemple correspondre au déplacement du tablier dans le cas des haubans de pont), le phénomène de galop peut alors être modélisé, dans le cas d'un système à 1 degré de liberté, par une équation du type :

$$\ddot{q}(t)+2\zeta\omega\dot{q}(t)+\omega^2 q(t)+\sum_{k=1}^{n} A_k \dot{q}^k(t)=0 \qquad \text{Équation 309}$$

(nous négligeons ici les non linéarités géométriques liées au comportement mécanique d'un hauban, ainsi que la composante statique de la force exercée par le vent).

L'évaluation de l'influence des termes d'ordre k pair sur l'amplitude des solutions de l'équation 309 est alors réalisée par utilisation de la méthode des échelles multiples (également utilisée au Chapitre 7).
Sur la base du constat que les termes ζ et A_k sont petits et du même ordre de grandeur, nous introduisons alors un paramètre ε vérifiant 0 < ε << 1 et nous définissons les paramètres $\zeta=\varepsilon\hat{\zeta}$ et $A_k=\varepsilon\hat{A}_k$. L'équation 309 se réécrit alors :

$$\ddot{q}(t)+2\varepsilon\hat{\zeta}\omega\dot{q}(t)+\omega^2 q(t)+\varepsilon\sum_{k=1}^{n} \hat{A}_k \dot{q}^k(t)=0 \qquad \text{Équation 310}$$

La méthode des échelles multiples [Nayfeh & 1979] consiste alors à introduire les variables de temps $T_n = \varepsilon^n t$, pour n = 1, 2, … et de décomposer q(t) en :

$$q(t)=q(t,\varepsilon)=q_0(T_0,T_1,...)+\varepsilon.q_1(T_0,T_1,...)+...+O(\varepsilon^N) \qquad \text{Équation 311}$$

Les règles de dérivation sont alors les suivantes :

$$\frac{d}{dt}=\frac{dT_0}{dt}\cdot\frac{\partial}{\partial T_0}+\frac{dT_1}{dt}\cdot\frac{\partial}{\partial T_1}+\frac{dT_2}{dt}\cdot\frac{\partial}{\partial T_2}+...=D_0+\varepsilon D_1+\varepsilon^2 D_2+... \qquad \text{Équation 312}$$

$$\frac{d^2}{dt^2}=D_0^{\,2}+2\varepsilon D_0 D_1+\left(D_1^{\,2}+2D_0 D_2\right)\varepsilon^2+... \qquad \text{Équation 313}$$

avec $D_i = \dfrac{\partial}{\partial T_i}$, pour $i = 0,1,\ldots$.

En décomposant l'équation 311 en deux équations correspondant respectivement aux termes d'ordre 0 et aux termes d'ordre 1 en ε, nous obtenons alors le système :

$$D_0^{\,2} q_0 + \omega^2 q_0 = 0 \qquad \text{Équation 314}$$

$$D_0^{\,2} q_1 + \omega^2 q_1 = -2D_0 D_1 q_0 - 2\zeta\omega D_0 q_0 - \sum_{k=1}^{n} A_k \left(D_0 q_0\right)^k \qquad \text{Équation 315}$$

La solution de l'équation 312 est de la forme :

$$q_0 = A(T_1) e^{i\omega T_0} + \overline{A}(T_1) e^{-i\omega T_0} \qquad \text{Équation 316}$$

Pour déterminer les solutions périodiques de l'équation 311, il s'agit alors de substituer la solution précédente dans l'équation 313 et d'imposer l'annulation des termes séculaires (termes en $e^{i\omega T_0}$ ou $e^{-i\omega T_0}$). Seuls ces termes interviennent donc sur la solution finale.

Or :

$$\left(D_0 q_0\right)^k = \left(i\omega\right)^k \sum_{j=0}^{k} C_k^j A^j (T_1) \left(-\overline{A}(T_1)\right)^{k-j} e^{i[(2j-k)\omega T_0]} \qquad \text{Équation 317}$$

L'équation 315 montre donc que pour k pair, $(D_0 q_0)^k$ ne fournit pas de terme séculaire et ne modifie donc pas l'amplitude de la solution périodique de l'équation 311.

Ce développement montre donc que les termes de degré pair peuvent être omis dans le modèle de galop. Néanmoins ces termes doivent être réincorporés pour étudier l'influence d'un terme d'excitation supplémentaire, dû par exemple aux oscillations du tablier dans le cas des haubans de pont (au phénomène de galop s'ajoute alors un phénomène de résonance ou d'excitation paramétrique).
Pour l'interpolation des courbes expérimentales, le résultat précédent montre donc qu'il faut choisir des polynômes d'ordre impair (l'utilisation d'un polynôme d'ordre pair k n'augmentant pas la précision du modèle par rapport à un polynôme d'ordre k-1). Pour accroître la précision par rapport au modèle linéaire, il faut donc utiliser des polynômes d'ordre 3, 5, 7, …

Annexe 3 : Détermination de la section de hauban « vue » par le vent

Cette annexe détermine l'équation du profil elliptique du hauban vu par le vent.

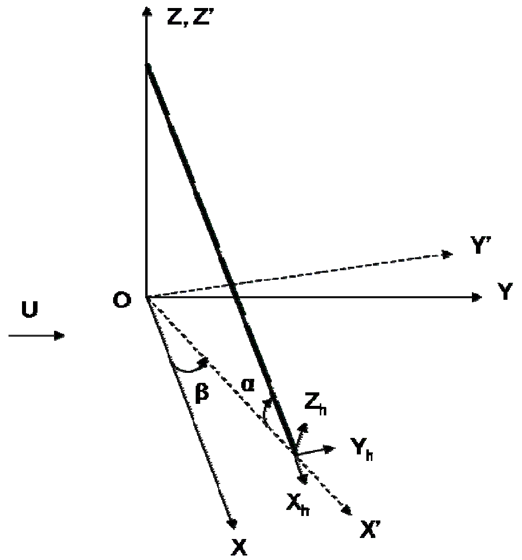


Figure 197. Définition des repères.

Le passage du repère (O, X, Y, Z) au repère (O, X', Y', Z') (Fig. 197) est régi par le système d'équations :

$$\begin{cases} X' = X\cos(\beta) + Y\sin(\beta) \\ Y' = -X\sin(\beta) + Y\cos(\beta) \\ Z' = Z \end{cases}$$ Équation 318

De même, le passage du repère (O, X', Y', Z') au repère lié au hauban (O, X_h, Y_h, Z_h) est régi par le système d'équations :

$$\begin{cases} X_h = X'\cos(\alpha) - Z'\sin(\alpha) \\ Y_h = Y' \\ Z_h = X'\sin(\alpha) + Z'\cos(\alpha) \end{cases}$$ Équation 319

Au final le passage du repère (O, X, Y, Z) au repère lié au hauban (O, X_h, Y_h, Z_h) s'exprime donc :

$$\begin{cases} X_h = [X\cos(\beta) + Y\sin(\beta)]\cos(\alpha) - Z\sin(\alpha) \\ Y_h = -X\sin(\beta) + Y\cos(\beta) \\ Z_h = [X\cos(\beta) + Y\sin(\beta)]\sin(\alpha) + Z\cos(\alpha) \end{cases}$$ Équation 320

Or dans le repère (O, X_h, Y_h, Z_h), l'équation du cylindre est la suivante :

$$Y_h^{\ 2} + Z_h^{\ 2} = R^2 \qquad \text{Équation 321}$$

avec R le rayon du hauban. Dans le repère (O, X, Y, Z), cette équation se réécrit :

$$\left(-X\sin(\beta)+Y\cos(\beta)\right)^2 + \left([X\cos(\beta)+Y\sin(\beta)]\sin(\alpha)+Z\cos(\alpha)\right)^2 = R^2 \qquad \text{Équation 322}$$

L'intersection entre le hauban et le plan vertical d'équation X = 0 contenant le vecteur vitesse moyenne du vent est donc définie par l'équation :

$$Y^2\left[\cos^2(\beta)+\sin^2(\beta)\sin^2(\alpha)\right]+Z^2\left[\cos^2(\alpha)\right]+YZ\left[\sin(\beta)\sin(2\alpha)\right]=R^2 \qquad \text{Équation 323}$$

Posons alors :

$$\begin{cases} Y = y\cos(\theta)-z\sin(\theta) \\ Z = y\sin(\theta)+z\cos(\theta) \end{cases} \qquad \text{Équation 324}$$

avec θ l'inclinaison de l'ellipse (Fig. 198) correspondant à la section de hauban dont nous cherchons à déterminer l'équation.

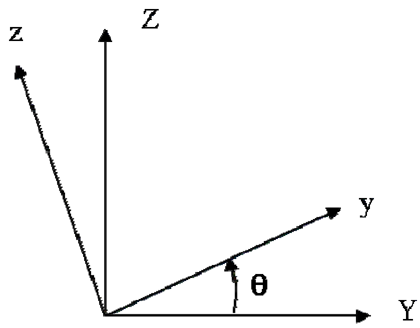


Figure 198. Définition de l'inclinaison de l'ellipse.

Notons par ailleurs :

$$\begin{cases} \cos(\beta)=a \\ \sin(\beta)\sin(\alpha)=b \\ \cos(\alpha)=c \end{cases} \qquad \text{Équation 325}$$

En utilisant les équations 324 et 325, l'équation 323 de l'ellipse se réécrit donc :

$$\begin{aligned} &y^2\left[\cos^2(\theta)(a^2+b^2)+\sin^2(\theta)c^2+bc\sin(2\theta)\right]+z^2\left[\sin^2(\theta)(a^2+b^2)\right. \\ &\qquad \left.+\cos^2(\theta)c^2-bc\sin(2\theta)\right]+yz\left[\sin(2\theta)(c^2-a^2-b^2)+2bc\cos(2\theta)\right]=R^2 \end{aligned} \qquad \text{Équation 326}$$

L'angle θ est donc défini par la relation (annulation du terme en xz dans l'équation 326) :

$$\tan(2\theta)=\frac{2bc}{a^2+b^2-c^2}=\frac{\sin(\beta)\sin(2\alpha)}{\cos^2(\beta)+\sin^2(\beta)\sin^2(\alpha)-\cos^2(\alpha)} \qquad \text{Équation 327}$$

Et l'équation 325 de la section de câble « vue » par le vent dans le plan vertical est de la forme :

$$\frac{y^2}{A^2}+\frac{z^2}{B^2}=1 \qquad \text{Équation 328}$$

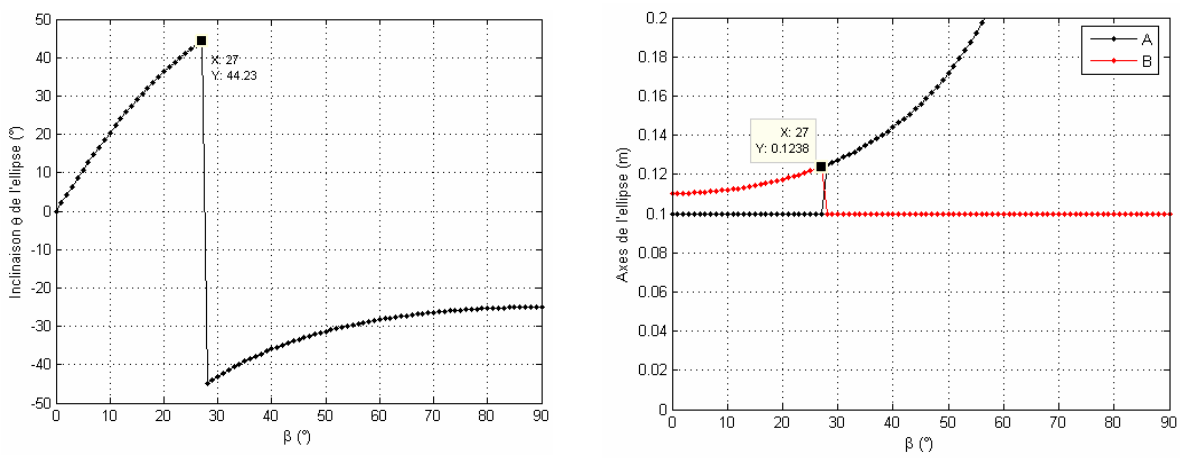
les deux axes de l'ellipse ainsi définie vérifiant les relations :

$$A=R\sqrt{\frac{1+t^2}{a^2+(b+ct)^2}} \qquad \text{Équation 329}$$

$$B=R\sqrt{\frac{1+t^2}{a^2t^2+(bt-c)^2}} \qquad \text{Équation 330}$$

avec t = tan(θ). La Figure 199 a montre alors que dans le cas d'un hauban incliné de 25°, l'inclinaison θ de l'ellipse (par rapport à l'horizontale) est de 45° pour une valeur de β de l'ordre de 27°. La Figure 199 b montre quant à elle que pour β < 27° (environ) le demi grand axe de l'ellipse est donné par la relation 330, et le demi petit axe est égal au rayon du hauban. Pour β < 27°, le demi grand axe de l'ellipse est donné par la relation 329, et le demi petit axe est toujours égal au rayon du hauban.

Remarquons que la gamme de directions pour lesquelles un coefficient de portance particulièrement important a été signalé dans le régime critique dans le Chapitre 5, correspond approximativement à la gamme de directions pour laquelle le grand axe de l'ellipse est incliné à plus de 45° par rapport à l'horizontale.



a) b)

Figure 199. Evolution de l'inclinaison (a) et des deux axes (b) de l'ellipse « vue » par le vent dans le cas d'un hauban de diamètre D = 0.2 m et incliné de 25°.

Annexe 4 : Etude de la stabilité des solutions périodiques des systèmes dynamiques du Chapitre 7

Nous avons vu au Chapitre 7, pour les différents modèles d'interaction non linéaire structure/hauban, que la réponse du câble en fonction de la fréquence d'excitation de la structure présentait un phénomène de saut. Autrement dit, pour une fréquence de vibration de la structure donnée, il peut exister jusqu'à trois états périodiques d'amplitude différente. L'objectif de cette annexe est, dans ce cas, de déterminer les solutions stables parmi ces différents états périodiques.

1. Etude de la stabilité des solutions du modèle de résonance par combinaison à deux composantes

Nous cherchons ici à déterminer la stabilité des solutions stationnaires de l'équation 241 du Chapitre 7. D'après les développements de la partie 2.2. de ce chapitre, l'amplitude a et le déphasage γ de la réponse du hauban vérifient les équations :

$$a' = -\zeta\omega a - \frac{\omega}{2}\left[\frac{BQ_1Q_2}{\left(\omega^2-\Omega_1^{\;2}\right)\left(\omega^2-\Omega_2^{\;2}\right)} + \frac{Q_1A_2}{2\left(\omega^2-\Omega_1^{\;2}\right)} + \frac{Q_2A_1}{2\left(\omega^2-\Omega_2^{\;2}\right)}\right]\sin(\gamma) \qquad \text{Équation 331}$$

$$\begin{aligned}\gamma' = \eta &- \frac{3C\omega}{4}\left[\frac{a^2}{2} + \frac{Q_1^{\;2}}{\left(\omega^2-\Omega_1^{\;2}\right)^2} + \frac{Q_2^{\;2}}{\left(\omega^2-\Omega_2^{\;2}\right)^2}\right] \\ &- \frac{\omega}{2a}\left[\frac{BQ_1Q_2}{\left(\omega^2-\Omega_1^{\;2}\right)\left(\omega^2-\Omega_2^{\;2}\right)} + \frac{Q_1A_2}{2\left(\omega^2-\Omega_1^{\;2}\right)} + \frac{Q_2A_1}{2\left(\omega^2-\Omega_2^{\;2}\right)}\right]\cos(\gamma)\end{aligned} \qquad \text{Équation 332}$$

les paramètres des équations 331 et 332 ayant été définies au Chapitre 7. Par commodité, notons :

$$P_1 = \frac{Q_1}{\left(\omega^2-\Omega_1^{\;2}\right)} \qquad \text{Équation 333}$$

$$P_2 = \frac{Q_2}{\left(\omega^2-\Omega_2^{\;2}\right)} \qquad \text{Équation 334}$$

Il s'agit alors d'étudier la stabilité d'un couple de solutions stationnaires (a_0, γ_0) des équations 331 et 332 (vérifiant donc (a_0', γ_0')). Nous considérons pour ce faire un couple de solution (a, γ) vérifiant :

$$a = a_0 + \tilde{a} \qquad \text{Équation 335}$$

$$\gamma = \gamma_0 + \tilde{\gamma} \qquad \text{Équation 336}$$

Le couple $(\tilde{a},\tilde{\gamma})$ représente une petite perturbation par rapport au couple de solutions stationnaires (a_0, γ_0). En ne conservant que les termes du premier ordre en $\tilde{a}$ et $\tilde{\gamma}$ et en tenant compte de la stationnarité de (a_0, γ_0), les équations 331 et 332 se réécrivent alors :

$$\tilde{a}' = -\zeta\omega\tilde{a} - \frac{\omega}{2}\left[BP_1P_2 + \frac{A_2P_1}{2} + \frac{A_1P_2}{2}\right]\tilde{\gamma}\cos(\gamma_0)$$ Équation 337

$$\tilde{\gamma}' = \left[-\frac{3C\omega.a_0}{4} + \frac{\omega}{2a_0^{\ 2}}\left(BP_1P_2 + \frac{A_2P_1}{2} + \frac{A_1P_2}{2}\right)\cos(\gamma_0)\right]\tilde{a} - \zeta\omega\tilde{\gamma}$$ Équation 338

Les équations 337 et 338 se réécrivent sous la forme :

$$\begin{Bmatrix}\tilde{a}'\\ \tilde{\gamma}'\end{Bmatrix} = M.\begin{Bmatrix}\tilde{a}\\ \tilde{\gamma}\end{Bmatrix}$$ Équation 339

avec :

$$M_{11} = M_{22} = -\zeta\omega$$ Équation 340

$$M_{12} = -\frac{\omega}{2}\left[BP_1P_2 + \frac{A_2P_1}{2} + \frac{A_1P_2}{2}\right]\cos(\gamma_0)$$ Équation 341

$$M_{21} = -\frac{3C\omega.a_0}{4} + \frac{\omega}{2a_0^{\ 2}}\left(BP_1P_2 + \frac{A_2P_1}{2} + \frac{A_1P_2}{2}\right)\cos(\gamma_0)$$ Équation 342

Le couple de solutions stationnaires (a_0, γ_0) est alors stable si et seulement si les valeurs propres de la matrice M sont à partie réelle strictement négative. Or les valeurs propres de M vérifient :

$$\lambda = -\zeta\omega \pm \sqrt{M_{12}.M_{21}}$$ Équation 343

Deux cas sont alors à distinguer :

Si $M_{12}.M_{21} < 0$:
alors les solutions (a_0, γ_0) sont stables (tant que l'amortissement effectif ζ du hauban reste positif). La condition $M_{12}.M_{21} < 0$ se réécrit par ailleurs :

$$a_0 < \sqrt{\frac{8}{9C\omega}\eta - \frac{2}{3}\left(P_1^{\ 2} + P_2^{\ 2}\right)}$$ Équation 344

Si $M_{12}.M_{21} \geq 0$:
alors la condition de stabilité s'écrit :

$$\eta < \frac{\omega}{3Ca_0^{\ 4}}\left(BP_1P_2 + \frac{A_2P_1}{2} + \frac{A_1P_2}{2}\right)^2 + \frac{3C\omega}{4}\left[\frac{a_0^{\ 2}}{2} + P_1^{\ 2} + P_2^{\ 2}\right]$$ Équation 345

Sur la Figure 200, la branche représentée en pointillés, située entre les deux courbes rouges, correspond alors à des solutions instables. Les autres branches correspondent à des solutions stables.

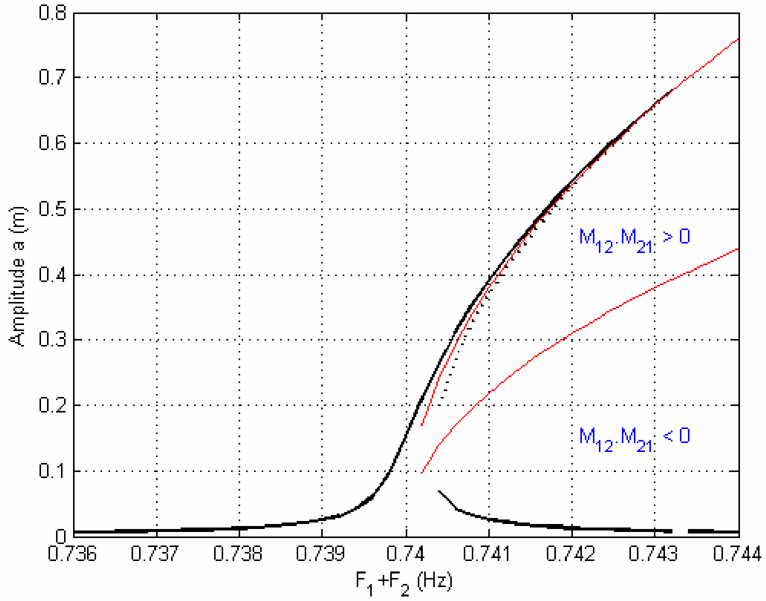


Figure 200. Identification des états périodiques stables pour la résonance $F_1 + F_2 = f_1$.

2. Etude de la stabilité des solutions du modèle de résonance par combinaison à trois composantes

Nous cherchons ici à déterminer la stabilité des solutions stationnaires de l'équation 259 du Chapitre 7. En utilisant une méthode similaire à celle développée dans la partie 2.2. de ce chapitre pour l'étude de la résonance par combinaison à deux composantes, nous montrons que l'amplitude a et le déphasage γ de la réponse du hauban vérifient les équations :

$$a' = -\zeta\omega a - \frac{3\omega C}{4}\frac{Q_1 Q_2 Q_3}{\left(\omega^2-\Omega_1{}^2\right)\left(\omega^2-\Omega_2{}^2\right)\left(\omega^2-\Omega_3{}^2\right)}\sin(\gamma) \qquad \text{Équation 346}$$

$$\gamma' = \eta - \frac{3\omega C}{4}\left[\frac{a^2}{2} + \frac{Q_1{}^2}{\left(\omega^2-\Omega_1{}^2\right)^2} + \frac{Q_2{}^2}{\left(\omega^2-\Omega_2{}^2\right)^2} + \frac{Q_3{}^2}{\left(\omega^2-\Omega_3{}^2\right)^2}\right] - \frac{3\omega C}{4a}\frac{Q_1 Q_2 Q_3}{\left(\omega^2-\Omega_1{}^2\right)\left(\omega^2-\Omega_2{}^2\right)\left(\omega^2-\Omega_3{}^2\right)}\cos(\gamma) \qquad \text{Équation 347}$$

Notons alors :

$$P_3 = \frac{Q_3}{\left(\omega^2-\Omega_3{}^2\right)} \qquad \text{Équation 348}$$

Avec les notations du paragraphe précédent, si nous introduisons le couple de solutions (a, γ), somme du couple de solutions stationnaires (a_0, γ_0) et d'une petite perturbation $(\tilde{a},\tilde{\gamma})$, les équations 346 et 347 se réécrivent :

$$\tilde{a}' = -\zeta\omega\tilde{a} - \frac{3\omega C}{4} P_1 P_2 P_3 \cos(\gamma_0).\tilde{\gamma}$$ Équation 349

$$\tilde{\gamma}' = \frac{3\omega C}{4}\left[\frac{P_1 P_2 P_3 \cos(\gamma_0)}{a_0^{\,2}} - a_0\right].\tilde{a} - \zeta\omega\tilde{\gamma}$$ Équation 350

Comme dans le paragraphe précédent, les solutions (a_0, γ_0) sont stables si et seulement si la partie réelle des valeurs propres de la matrice M est strictement négative, avec :

$$M = \begin{bmatrix} -\zeta\omega & -\frac{3\omega C}{4} P_1 P_2 P_3 \cos(\gamma_0) \\ \frac{3\omega C}{4}\left(\frac{P_1 P_2 P_3 \cos(\gamma_0)}{a_0^{\,2}} - a_0\right) & -\zeta\omega \end{bmatrix}$$ Équation 351

Comme précédemment, deux cas sont alors à distinguer.

Si $\boldsymbol{M_{12}.M_{21} < 0}$:
alors les solutions (a_0, γ_0) sont stables (tant que l'amortissement effectif ζ du hauban reste positif). La condition $M_{12}.M_{21} < 0$ se réécrit par ailleurs :

$$a_0 < \sqrt{\frac{8}{9C\omega}\eta - \frac{2}{3}\left(P_1^{\,2} + P_2^{\,2} + P_3^{\,2}\right)}$$ Équation 352

Si $\boldsymbol{M_{12}.M_{21} \geq 0}$:
alors la condition de stabilité s'écrit :

$$\eta < \frac{3C\omega}{4a_0^{\,4}} P_1^{\,2} P_2^{\,2} P_3^{\,2} + \frac{3C\omega}{4}\left[\frac{a_0^{\,2}}{2} + P_1^{\,2} + P_2^{\,2} + P_3^{\,2}\right]$$ Équation 353

Nous voyons donc que le phénomène présenté est similaire au précédent, à ceci près que les solutions stables et instables des branches supérieures sont ici quasiment confondues (Fig. 201).

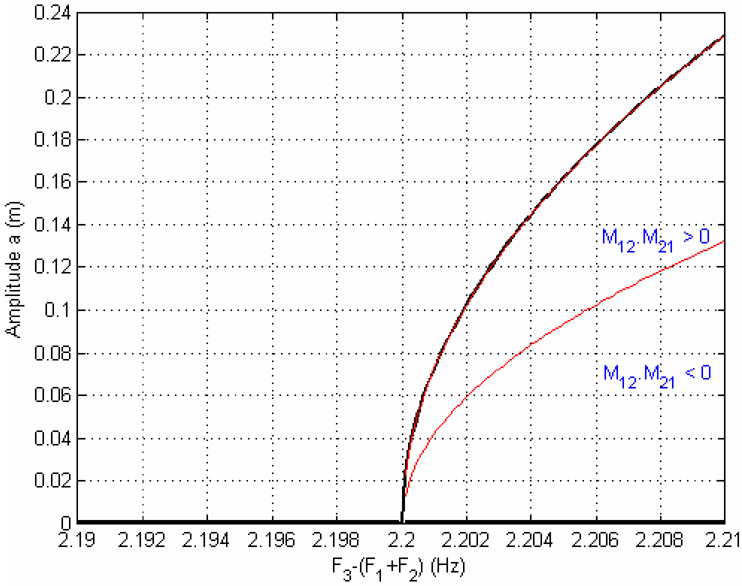


Figure 201. Identification des états périodiques stables pour la résonance $F_3 - (F_1 + F_2) = f_3$.

Table des figures

Table des tableaux